



Institut National Polytechnique

Félix HOUPHOUËT-BOIGNY

**EDP**  
École Doctorale Polytechnique

UMRI 78  
Electronique et Electricité Appliquées

N° d'ordre : 032/2018



Laboratoire de Recherche en Informatique  
et Télécommunication

## THESE UNIOUE

Pour l'obtention du grade de

Docteur de l'Institut National Polytechnique Félix Houphouët Boigny de Yamoussoukro

### Domaine

SCIENCES INFORMATIQUES

### Spécialité

Traitement des images et du signal

### Présentée par

PANDRY Koffi Ghislain

## REDUCTION DU BRUIT DANS LES IMAGES MAMMAIRES

## FONDEE SUR DES PROCESSUS DE DIFFUSION

Soutenue publiquement le 29 novembre 2018 devant le Jury composé de :

- |                           |  |                    |
|---------------------------|--|--------------------|
| -M. OUMTANAGA Souleymane  | Professeur titulaire, INP-HB de Yamoussoukro, Côte d'Ivoire              | Président          |
| -M. LOUM Georges Laussane | Professeur titulaire, INP-HB de Yamoussoukro, Côte d'Ivoire              | Directeur de thèse |
| -M. TIEDEU Alain Bertin   | Professeur des Universités, ENSET de l'Université de Yaoundé I, Cameroun | Rapporteur         |
| -M. OBROU Kouadio Olivier | Maître de conférences, UFHB d'Abidjan, Côte d'Ivoire                     | Rapporteur         |
| -M. KONE Tiemoman         | Maître de recherche, UFHB d'Abidjan, Côte d'Ivoire                       | Examineur          |

# Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

- Ma très chère Mère N'Da Bya qui m'a sans cesse soutenu et motivé. Je t'aime Maman ;
- Ma future épouse Oliman GORJI qui m'a toujours encouragé pour atteindre ce parcours. Je lui souhaite de finir également sa thèse dans de bonnes conditions ;
- Ma très chère sœur Sandrine et mes chers frères : Alex, Roland et Cyriaque qui n'ont cessé de me supporter et de m'encourager pendant les moments difficiles, je leur souhaite à tous le bonheur du monde par la grâce de Dieu ;
- A toute ma grande famille ;
- Mes Amis précieux : Serge KOBKOP, merci pour toutes ses prières et Pouho OUBOUBO, succès dans son parcours de thèse ;
- La mémoire de ma Grande Mère chérie ;
- Enfin, Je remercie Dieu pour son amour, son soutien et la santé qu'il m'accorde. Je t'aime plus que tout.

---

## Remerciements

Le cheminement de cette thèse est un parcours de quatre années au cours duquel nous avons acquis une nouvelle vision de la vie et également de nouvelles connaissances. Nous sommes arrivés parfois au bout de la patience extrême à tel point que nous nous sommes posés la question de savoir qui nous a envoyé ici et nous avons espéré parfois que la thèse s'écrive toute seule,...

L'aboutissement d'une thèse est le résultat d'un savoir faire, d'un savoir vivre, d'un savoir être. Toutes ces qualités ont été acquises grâce au soutien de personnes que nous tenons à remercier.

Nous tenons à remercier très chaleureusement, Monsieur Georges Laussane LOUM, Professeur à l'INP-HB, qui n'a pas seulement accepté de diriger cette thèse mais nous a transmis l'amour d'une recherche très méthodique, la rigueur scientifique, le dépassement de soi. C'est un homme ouvert, très disponible ; chaque discussion avec lui nous pousse à une motivation certaine.

Ce travail n'aurait été possible sans le soutien de Monsieur Benjamin YAO, Professeur à l'INP-HB et Directeur de l'Ecole Doctorale Polytechnique de l'INP-HB, de Monsieur Jérémie ZOUEU, Professeur à l'INP-HB et Directeur de l'UMRI 78 et Monsieur Doudjo SORO, Maître de conférences à l'INP-HB, qui par leurs actions contribuent à la promotion de la recherche fondamentale et appliquée en Côte d'Ivoire.

Nous exprimons notre profonde reconnaissance à Monsieur Souleymane OUMTANAGA, Professeur à l'INP-HB, qui nous a accueilli depuis le Master dans son laboratoire (LARIT) et également qui a décidé de présider cette thèse. Il a su nous guider sur la voie de l'innovation et de la recherche et surtout il nous a encouragé tout en attirant notre attention sur la durée requise de la thèse. Nous lui exprimons notre sincère gratitude pour toutes les actions qu'il mène afin de contribuer au développement de la recherche en informatique en Côte d'Ivoire.

Nous exprimons toute notre sincère reconnaissance à Monsieur Michel BABRI, Professeur à l'INP-HB et Directeur du LARIT, qui nous a accompagné tant scientifiquement (surtout lors de notre première contribution) que sur le plan de la compréhension et de la motivation. Nous l'avouons, il est la deuxième personne qui nous a évité l'abandon.

Nous remercions Monsieur Mathieu Boko AKA, Professeur à l'UNA et Directeur de l'IREN, qui n'a pas ménagé d'effort dans le suivi de nos travaux depuis notre Master. Ses critiques nous ont été très bénéfiques.

J'exprime ma gratitude à Monsieur Alain Bertin TIEDEU, Professeur à l'ENSET de l'Université Yaoundé I ainsi que Monsieur Kouadio Olivier OBROU, Maître de conférences à l'UFHB pour avoir accepté de juger mes travaux en tant que rapporteurs. Leurs remarques très pertinentes ont permis d'améliorer la qualité du manuscrit. Je remercie Monsieur Tiemoman KONE, Maître de recherche à l'UFHB également Initiateur et Directeur de l'UVCI pour avoir accepté de faire partir du jury en tant qu'examinateur.

Nous remercions les Docteurs, Joël ADEPO, Assistant à l'UVCI, pour nous avoir, donné une approche méthodique et éclairé lors de nos premiers pas dans la recherche ; Hamidja KAMAGATE,

---

Assistant à l'ESATIC, pour sa vision éclairée sur nos travaux ; Georges ANOH, Assistant à l'UVCI, qui nous a assisté et corrigé nos travaux ; Fransico KONAN, Maître assistant à l'ENS pour ses remarques très pertinentes et son encouragement et Armand KODJO, Assistant à l'UVCI, pour les discussions sur nos travaux.

Nous remercions, tous les membres de l'équipe SISE en particulier Nouho OUATTARA notre ami et notre frère, qui nous a fourni une aide très précieuse dans l'avancement de nos travaux ainsi que Ferdinand ATTA et Karim SIDIBE du LMI.

---

## Résumé

Ce travail a pour but de proposer un outil d'aide à l'amélioration de la qualité des images mammaires d'IRM (Imagerie à Résonance Magnétique) dans le cas du traitement du cancer du sein. En effet, comparativement aux images mammaires d'échographie et de mammographie, les images mammaires d'IRM fournissent plus d'informations. Toutefois, ces images d'IRM sont entachées de défaut comme le bruit et d'un faible contraste. L'outil proposé s'appuie exclusivement sur les Équations aux Dérivées Partielles (EDP) qui sont très performantes pour le filtrage des images car elles assimilent l'image à un processus physique évoluant selon son environnement. Le débruitage ou le filtrage est l'un des processus essentiels et importants dans le domaine du traitement de l'image. Le filtrage reste toujours un défi pour la communauté scientifique. Les images sont l'une des représentations essentielles dans tous les domaines tels que l'éducation, l'agriculture, les géosciences, l'aérospatial, la surveillance, etc. Malgré de nombreux succès pendant plus de deux décades, la méthode EDP présente encore des insuffisances notamment dans la préservation des structures fines et des contours sur des images à faibles rapport signal à bruit. En effet, on observe très souvent des effets indésirables tels que l'effet escalier et l'effet speckle. A coté de cela tout rehaussement du contraste entraîne nécessairement une amplification du bruit. Ainsi, dans le cadre des images à faibles rapport signal à bruit, l'amplification devient plus importante. Ceci a pour effet de dégrader les performances de l'étape du traitement. Certains auteurs ont proposé récemment plusieurs méthodes en vue d'apporter une solution aux insuffisances notamment d'autres EDP telles que l'Équation de Diffusion Télégraphique (TDE) et l'Équation de Fisher (EF), l'amélioration du schéma de diffusion, de la fonction de diffusion et même une version ordre fractionnaire. Notre travail se situe dans le cadre de la réduction du bruit tout en rehaussant simultanément le contraste sur des images à faibles rapport signal sur bruit. Ce qui semble véritablement difficile, compte tenu de la nature caractéristique presque similaire du bruit et du contraste, parce que leurs traitements (réduction et rehaussement respectivement bruit et contraste) sont des processus inverses l'un de l'autre. Les images étudiées sont d'abord les images naturelles afin de proposer des approches fondamentales et non limitées aux images mammaires d'IRM présentant des masses qui sont étudiées par la suite. Les masses sont caractérisées par la forme, le contour et la densité qui rendent le filtrage encore difficile. Dans ce contexte, nous proposons un outil de filtrage intitulé Équation de Diffusion Télégraphique Adaptatif (A-TDE) afin de caractériser les structures fines et les contours dont les paramètres étudiés que sont le coefficient d'amortissement et le temps de relaxation ont été définis. Un deuxième outil de pré-traitement fondé l'Équation de Type Jeffreys (ETJ) est proposé. L'ETJ est exploité sous la forme d'un modèle hybride qui réduit le bruit efficacement et préserve à la fois les structures fines et les contours tout en rehaussant le contraste sur des images à faible rapport signal à bruit.

*Mots-clés* : Cancer, équation aux dérivées partielles, équation de diffusion télégraphique, équation de type Jeffreys, coefficient d'amortissement, temps de relaxation, pré-filtrage, filtrage.

---

## Abstract

The purpose of this work is to propose a tool to help improve the quality of MRI (Magnetic Resonance Imaging) mammary images in the treatment of breast cancer. Indeed, compared to ultrasound and mammography mammary images, MRI mammary images provide more information. However, these MRI images are tainted by defects such as noise and low contrast. The proposed tool relies exclusively on Partial Derivative Equations (PDEs), which are very efficient for filtering images because they assimilate the image to a physical process evolving according to its environment. Denoising or filtering is one of the essential and important processes in the field of image processing. Filtering is still a challenge for the scientific community. Images are one of the essential representations in all fields such as education, agriculture, geosciences, aerospace, surveillance, etc. Despite many successes over more than two decades, the EDP method still has shortcomings, particularly in preserving fine structures and contours on images with a low signal-to-noise ratio. Indeed, undesirable effects such as the staircase effect and the speckle effect are very often observed. Beside this, any enhancement of the contrast necessarily leads to an amplification of the noise. Thus, in the context of images with a low signal-to-noise ratio, amplification becomes more important. This has the effect of degrading the performance of the processing stage. Some authors have recently proposed several methods to address the shortcomings, including other PDEs such as the Telegraphic Diffusion Equation (TDE) and the Fisher Equation (EF), the improvement of the diffusion scheme, the diffusion function and even a fractional order version. Our work is in the context of noise reduction while simultaneously enhancing the contrast on images with low signal-to-noise ratio. This seems really difficult, given the almost similar characteristic nature of noise and contrast, because their treatments (reduction and enhancement respectively noise and contrast) are inverse processes of each other. The images studied are first of all natural images in order to propose fundamental and not limited approaches to mammary MRI images with masses that are studied later. The masses are characterized by shape, contour and density which make the filtering process difficult. In this context, we propose a filtering tool called Adaptive Telegraphic Diffusion Equation (A-TDE) to characterize the fine structures and contours whose studied parameters, the damping coefficient and relaxation time, have been defined. A second pre-treatment tool based on the Jeffreys Type Equation (JTE) is proposed. The ETJ is operated as a hybrid model that effectively reduces noise and preserves both fine structures and contours while enhancing contrast on low signal-to-noise ratio images.

*Keywords* : Cancer, partial differential equation, telegraphic diffusion equation, Jeffreys equation, damping coefficient, relaxation time, pre-filtering, filtering.

# Table des matières

<b>Dedicaces</b>	<b>i</b>
<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Résumé</b>	<b>iv</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>x</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xiii</b>
<b>Acronymes</b>	<b>xiv</b>
<b>Liste des symboles</b>	<b>xvii</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>I Cancer du sein et images mammaires</b>	<b>5</b>
I.1 Cancers du sein . . . . .	6
I.1.1 Anatomie du sein . . . . .	6
I.1.2 Définition du cancer . . . . .	8
I.1.3 Mécanisme de prolifération . . . . .	9
I.1.4 Epidémiologie . . . . .	10
I.1.5 Pathologies mammaires liées au cancer . . . . .	11
I.1.5.1 Calcifications . . . . .	11
I.1.5.1.1 <i>Macrocalcifications</i> . . . . .	12
I.1.5.1.2 <i>Microcalcifications</i> . . . . .	12
I.1.5.2 Masses . . . . .	15
I.1.5.2.1 <i>Forme</i> . . . . .	16

	I.1.5.2.2	<i>Contours</i>	16
	I.1.5.2.3	<i>Densité du sein</i>	17
I.1.6		Classification du cancer du sein	18
	I.1.6.1	Grades du cancer	19
	I.1.6.2	Stades du cancer	19
I.2		Techniques d'acquisition des images mammaires	20
I.2.1		Imagerie par rayons X	20
	I.2.1.1	Principe de fonctionnement	20
	I.2.1.2	Insuffisances techniques	21
I.2.2		Imagerie par ultrasons	22
	I.2.2.1	Principe de fonctionnement	22
	I.2.2.2	Insuffisance technique	23
I.2.3		Imagerie par Résonance Magnétique	23
	I.2.3.1	Principe de fonctionnement	23
	I.2.3.2	Insuffisances techniques	24
I.3		Caractéristiques des images mammaires	24
I.3.1		Bruit	25
	I.3.1.1	Définition	25
	I.3.1.2	Différents types de bruit	25
I.3.2		Contraste	32
	I.3.2.1	Définition	32
	I.3.2.2	Contraste en imagerie médicale : cas du cancer du sein	33
I.4		Conclusion	33
<b>II</b>		<b>Méthodes de filtrages basées sur les EDPs</b>	<b>35</b>
II.1		EDPs et analyse multi-échelles	36
	II.1.1	Modèles utilisés en traitement d'images	37
	II.1.1.1	Équation de la chaleur	37
	II.1.1.2	Équation de Schrödinger	38
	II.1.1.3	Équation des télégraphes ou équation de la chaleur hyperbolique	39
	II.1.1.4	Equation de Fisher	39
	II.1.1.5	Équation de type Jeffreys	40
	II.1.2	Analyse multi-échelles	41
II.2		Diffusion isotrope ou linéaire	42
	II.2.1	Produit de convolution	42
	II.2.2	Équation de la chaleur ou équation de diffusion linéaire	42
II.3		Diffusion anisotrope ou non linéaire à dérivée d'ordre entier	44
	II.3.1	Modèle de Perona-Malick	44

II.3.1.1	Principe de la diffusion anisotrope . . . . .	45
II.3.1.2	Fonction de diffusion ( $g$ ) . . . . .	46
II.3.1.3	Estimation du paramètre seuil du gradient ( $k$ ) . . . . .	50
II.3.1.4	Choix de l'échelle ( $t$ ) . . . . .	50
II.3.2	Modèles non linéaire dérivés d'autres EDPs . . . . .	51
II.3.3	Modèles hybrides . . . . .	53
II.4	Conclusion . . . . .	59
<b>III</b>	<b>Méthodes proposées</b>	<b>60</b>
III.1	Adaptation de l'Équation de Diffusion Télégraphique (A-TDE) . . . . .	61
III.1.1	Nécessité d'un coefficient d'amortissement variable . . . . .	61
III.1.2	Nécessité d'un temps de relaxation variable . . . . .	64
III.1.3	Implémentation de l'A-TDE . . . . .	66
III.2	Modèle hybride de diffusion (A-DL+ADJ) basé sur l'Équation de Type Jeffreys (ETJ) . . . . .	68
III.2.1	Processus de pré-réduction : Diffusion Linéaire-Adaptatif (A-DL) . . . . .	69
III.2.2	Critère d'arrêt du processus de pré-réduction . . . . .	70
III.2.3	Processus de réduction : Diffusion Anisotrope de Jeffreys (ADJ) . . . . .	71
III.2.4	Étude des paramètres . . . . .	72
III.2.4.1	Paramètres poids ( $\zeta_1$ et $\zeta_2$ ) . . . . .	72
III.2.4.2	Étude de l'influence de la dérivée première du Laplacien de l'image par rapport au temps . . . . .	73
III.2.4.3	Fonction de diffusion proposée . . . . .	74
III.2.5	Schéma fonctionnel du modèle hybride . . . . .	76
III.2.6	Implémentation du modèle hybride . . . . .	76
III.2.6.1	Implémentation de l'A-DL . . . . .	77
III.2.6.2	Implémentation de l'ADJ . . . . .	78
III.3	Conclusion . . . . .	79
<b>IV</b>	<b>Évaluation des Méthodes et résultats expérimentaux</b>	<b>80</b>
IV.1	Métriques pour la mesure de la qualité de l'image . . . . .	81
IV.1.1	Peak Signal to Noise Ratio (PSNR) . . . . .	82
IV.1.2	Structural Similarity Index (SSIM) . . . . .	82
IV.2	Protocole expérimental . . . . .	83
IV.2.1	Séquences de test . . . . .	83
IV.2.2	Choix des méthodes . . . . .	85
IV.2.3	Choix des paramètres . . . . .	86
IV.3	Évaluation de l'A-TDE . . . . .	87

IV.3.1	Première série d'expériences : influences du coefficient d'amortissement et du temps de relaxation . . . . .	87
IV.3.1.1	Comparaison RSF et R-TDE . . . . .	87
IV.3.1.2	Comparaison A-TDE et R-TDE . . . . .	88
IV.3.2	Deuxième série d'expériences : validation l'A-TDE sur des images réelles .	90
IV.4	Évaluation de l'A-DL+ADJ . . . . .	93
IV.4.1	Étude des paramètres $\beta$ et $\lambda$ . . . . .	93
IV.4.2	Troisième série d'expériences : efficacité de l'A-DL . . . . .	95
IV.4.2.1	Comparaison A-DL et DL . . . . .	95
IV.4.2.2	Comparaison de l'A-DL et de la méthode pré-filtrage de Xu et al. (2016) . . . . .	96
IV.4.2.3	Impact de l'A-DL sur le ADJ . . . . .	97
IV.4.3	Quatrième série d'expériences : validation de l'A-DL + ADJ sur des images réelles . . . . .	99
IV.4.3.1	Performance sur l'amélioration des images . . . . .	99
IV.4.3.2	Performance de la détection sur le bruit de type RVIN . . . . .	107
IV.5	Validation de l'A-TDE et l'A-DL + ADJ sur des images d'IRM mammaires . . . .	109
IV.5.1	Cinquième série d'expériences : masse à contour mal-défini . . . . .	110
IV.5.2	Sixième série d'expériences : masse à contour bien défini . . . . .	116
IV.6	Conclusion . . . . .	123
	<b>Conclusion générale</b>	<b>125</b>
	<b>Perspectives</b>	<b>126</b>
	<b>Références</b>	<b>127</b>
	<b>Articles</b>	<b>136</b>

# Liste des figures

1	Analyse d'images : chaîne de traitement de l'information médicale. . . . .	2
I.1	Description du sein et emplacement du cancer. . . . .	7
I.2	Illustration de la division cellulaire normale et cancéreuse . . . . .	10
I.3	Distribution du cancer chez la femme en Côte d'Ivoire. . . . .	11
I.4	Différentes formes du cancer du sein . . . . .	12
I.5	Différents types de microcalcifications. . . . .	14
I.6	Différentes formes de masses. . . . .	16
I.7	Différents contours des masses. . . . .	17
I.8	Masse de densité graisseuse–ACR 2. . . . .	18
I.9	Densité mammaire selon BIRADS. . . . .	18
I.10	Exemple de mammographie. . . . .	21
I.11	Exemple d'échographie. . . . .	22
I.12	Exemple de IRM mammaire bi-sein. . . . .	23
I.13	Représentation d'un signal 1-D. . . . .	26
I.14	Représentation d'un signal sel et poivre. . . . .	27
I.15	Représentation d'une fonction gaussienne 1-D. . . . .	28
I.16	Représentation d'un signal 1-D bruité. . . . .	29
I.17	Image d'échographie bruitée. . . . .	29
I.18	Représentation d'un signal 1-D bruité. . . . .	30
I.19	Représentation d'un signal 2-D bruité : $Image\ bruitée = Image\ recherchée +$ $Bruit.$ . . . . .	31
I.20	Fonction de densité de probabilité de la distribution de Rice pour différentes valeurs de $\nu$ pour $\sigma = 1.$ . . . . .	31
I.21	Image IRM bruitée. . . . .	32
I.22	Contraste de luminosité. . . . .	33

II.1	Illustration du processus de diffusion dans une image. a-Diffusion isotrope. b-Diffusion anisotrope. . . . .	45
II.2	Contour de l'image et sa base orthonormée mobile. . . . .	46
II.3	Fonctions de diffusion . . . . .	47
II.4	Fonction de flux de PM basée sur la fonction de Lorentz (II.34) : phase de débruitage (1), phase de rehaussement (2), introduction de l'effet escalier (3). . . . .	49
II.5	Illustration de la détermination du processus de diffusion à partir du maximum du PSNR : débruitage (1), dégradation des contours (2). . . . .	51
II.6	Différents schémas possibles pour un modèle hybride. . . . .	53
III.1	Graphique du rapport signal sur bruit versus différents coefficients d'amortissement sur l'image de Lena. . . . .	62
III.2	Coefficients d'amortissement optimaux pour différents écart-type du bruit. . . . .	63
III.3	Influence du temps de relaxation sur le rapport signal sur bruit avec différents coefficients d'amortissement 10, 20 et 30, avec $\sigma = 20$ . . . . .	65
III.4	Convergence du VAE pour l'image de Lena. . . . .	71
III.5	Illustration de l'évolution du traitement d'une image dans notre modèle hybride. . . . .	72
III.6	Influence de $\rho$ sur la qualité de l'image pour différentes valeurs d'écart-type du bruit. . . . .	74
III.7	Illustration de notre fonction de diffusion. . . . .	75
III.8	Schéma fonctionnel de la méthode hybride proposée. . . . .	76
IV.1	Images tests de synthèse et naturelles. . . . .	84
IV.2	Images mammaires d'IRM TCIA. . . . .	84
IV.3	Expérience réalisée sur l'image de synthèse avec les méthodes RSF et R-TDE. . . . .	88
IV.4	Expérience réalisée sur l'image d'empreinte avec les méthodes RSF et R-TDE. . . . .	88
IV.5	Expérience réalisée sur l'image de synthèse avec les méthodes R-TDE et A-TDE. . . . .	89
IV.6	Expérience réalisée sur l'image d'empreinte avec les méthodes R-TDE et A-TDE. . . . .	89
IV.7	Comparaison quantitative de différentes méthodes avec l'image Fishing Boat corrompue par des bruits de différents niveaux. . . . .	91
IV.8	Résultats obtenus pour l'image Fishing Boat. . . . .	92
IV.9	Détermination des valeurs initiales de $D(t)$ selon différents niveaux de bruit pour différentes images et pour différentes valeurs de $\beta$ . . . . .	93
IV.10	Impact des faibles valeurs de $\beta$ sur la qualité du filtrage. . . . .	94
IV.11	Comparaison des valeurs de $\lambda$ pour $\sigma = \{10; 20; 30\}$ . . . . .	94
IV.12	Expériences effectuées sur l'image de Lena. . . . .	95
IV.13	Évolution du coefficient de diffusion de l'A-DL et la DL en fonction du nombre d'itérations. . . . .	96
IV.14	Expérience effectuée sur l'image de Lena avec un écart-type de 20 (AWGN) . . . . .	97

---

IV.15 Influence de l'A-DL sur l'amélioration de la qualité de l'image. Expérience réalisée sur l'image de Lena. . . . .	98
IV.16 Influence de l'A-DL sur l'amélioration de la qualité de l'image. Expérience réalisée sur l'image de Lena. . . . .	98
IV.17 Résultats du filtrage de l'image du Mandrill pour un bruit de type AWGN avec écart-type de 30. . . . .	100
IV.18 Résultats du filtrage de l'image couleur House pour un bruit de type AWGN avec un écart-type de 30. . . . .	101
IV.19 Résultats du filtrage de l'image du Mandrill pour un bruit de type RVIN avec une densité de 5%. . . . .	102
IV.20 Résultats du filtrage de l'image couleur House pour un bruit de type RVIN avec une densité de 5%. . . . .	103
IV.21 Résultats du filtrage de l'image de Bridge pour une combinaison de bruits de type AWGN d'écart-type 10 et de type RVIN avec une densité de 10%. . . . .	105
IV.22 Résultats du filtrage de l'image couleur House pour une combinaison de bruits de type AWGN d'écart-type 10 et de type RVIN avec une densité de 10%. . . . .	106
IV.23 Différents types de contours des masses. . . . .	109
IV.24 Résultats du filtrage de l'image mammaire BCI1. . . . .	112
IV.25 Profil de ligne pour une masse à contour mal-défini. . . . .	115
IV.26 Résultats du filtrage de l'image mammaire BCI2. . . . .	117
IV.27 Profil de ligne pour une masse à contour bien défini. . . . .	120
IV.28 Valeur moyenne du PSNR en fonction de l'écart-type du bruit de type AWGN . . .	121
IV.29 Valeur moyenne du SSIM en fonction de l'écart-type du bruit de type AWGN . . .	122

# Liste des tableaux

I.1	Caractéristiques des tumeurs bénignes et malignes . . . . .	8
I.2	Propriétés de Type I et II des microcalcifications . . . . .	13
I.3	Synthèse des caractéristiques descriptives des microcalcifications selon la classification BIRADS . . . . .	13
I.4	Quelques types de microcalcification . . . . .	15
I.5	Synthèse des caractéristiques descriptives des masses selon la classification BIRADS. . . . .	15
I.6	Différents types de contours des masses . . . . .	17
I.7	Différents types de densité des masses . . . . .	18
I.8	Classification du grade du cancer . . . . .	19
III.1	Classification de la norme du gradient. . . . .	74
IV.1	Liste des différentes images utilisées pour l'évaluation . . . . .	85
IV.2	Paramétrages des différentes méthodes pour différents types de bruits . . . . .	86
IV.3	Résultats des méthodes RSF et R-TDE. . . . .	87
IV.4	Résultats des méthodes R-TDE et A-TDE. . . . .	89
IV.5	Comparaison PSNR (dB) des différentes méthodes pour différents écart-types. . . . .	91
IV.6	Comparaison SSIM des différentes méthodes pour différents écart-types. . . . .	91
IV.7	Résultats de validation de l'A-DL . . . . .	96
IV.8	Résultats du PSNR (dB) et du SSIM pour le bruit de type AWGN . . . . .	99
IV.9	Résultats du PSNR (dB) et du SSIM pour un bruit de type RVIN . . . . .	104
IV.10	Résultats du PSNR (dB) et du SSIM pour une combinaison de types de bruits AWGN et de RVIN . . . . .	104
IV.11	Signification des paramètres $VN$ , $VP$ , $FN$ et $FP$ . . . . .	107
IV.12	Comparaison de la détection de bruit avec différentes densités de bruit de type RVIN . . . . .	108
IV.13	Résultats du PSNR(dB) pour différents niveaux de bruit de type AWGN . . . . .	121
IV.14	Résultats du SSIM pour différents niveaux de bruit AWGN . . . . .	122

# Acronymes

<b>Terme</b>	<b>Description</b>
A-DL	Diffusion Linéaire Adaptative
A-TDE	Adaptation de l'Équation de Diffusion Télégraphique
ABM	Adams-Bashforth-Moulton
ACR	American College of Radiology
AD	Anisotropic Diffusion
ADJ	Diffusion Anisotrope de type Jeffreys
AJCC	American Joint Committee on Cancer
AMD	Anisotropic Median Diffusion
AS-LNLM	Moyenne Non-Local à grande échelle et à Suppression d'Artefacts
AWGN	bruit blanc additif gaussien ou en anglais Additif White Gaussian Noise
BCI	Breast Cancer IRM
BI-RADS	Breast Imaging-Reporting And Data System
CAD	Complex Anisotropic Diffusion
CCI	Carcinome Canalaire Invasif
CCIS	Carcinome Canalaire In Situ
CIRC	Centre International de Recherche sur le Cancer
CLI	Carcinome Lobulaire Invasif
CLIS	Carcinome Lobulaire In Situ
CPU	Central Processing Unit
CR	Classification Ratio
DCE	Dynamic Contrast-Enhanced
DeAO	Détection Assistée par Ordinateur
DiAO	Diagnostic Assistée par Ordinateur

---

<b>Terme</b>	<b>Description</b>
DL	Diffusion Linéaire
EDP	Équation aux Dérivées Partielles
ENS	École Normale Supérieure
ENSET	École Normale Supérieure de l'Enseignement Technique
ESATIC	École Supérieure Africaine des Techniques de l'Information et de la Communication
ETJ	Équation de Type Jeffreys
FFSR	Fully Formed Speckle Region
FN	Faux-Négatifs
FOTDE	Fourth-Order Telegraph Diffusion Equation
FP	Faux-Positifs
HVS	Système Visuel Humain
INP-HB	Institut National Polytechnique Félix-Houphouët Boigny
IREN	Institut de Recherche en Énergies Renouvelables
IRM	Imagerie par Résonance Magnétique
ISO	International Organization for Standardization
KTDE	Kernel based Telegraph Diffusion Equation
LARIT	Laboratoire de Recherche en Informatique et Télécommunication
LDCT	Low-Dose Computed Tomography
LMI	Laboratoire de Mathématique et Informatique
MAE	Mean Absolute Error
MRI	Magnetic Resonance Imaging
MSE	Mean Square Error
NLM	Non-Local Means
OMS	Organisation Mondiale de la Santé
PM	Perona et Malick
PSNR	Peak Signal to Noise Ratio

---

<b>Terme</b>	<b>Description</b>
QIE	Quadrant Inféro-Externe
QII	Quadrant Inféro-Interne
QSE	Quadrant Supéro-Externe
QSI	Quadrant Supéro-Interne
R-TDE	Équation de Diffusion Télégraphique Robuste
RMN	Résonance Magnétique Nucléaire
RSF	Robust Scale-Space Filter
RVIN	Random Valued Impulse Noise
SBR	Scarff-Bloom et Richardson
SISE	Signal, Image et Systèmes Électriques
SSIM	Structural SIMilarity
SWT	Stationnary Wavelet Transform
TCGA	The Cancer Genome Atlas
TCIA	The Cancer Imaging Archive
TDE	Équation de Diffusion Télégraphique
TNM	Tumeur, Nodes, Métastases
UFHB	Université Félix Houphouët Boigny
UICC	Union Internationale Contre le Cancer
UMRI	Unité Mixte de Recherche et d'Innovation
UNA	Université Nangui Abrogoua
UVCI	Université Virtuelle de Côte d'Ivoire
VAE	Variance Absolute Error
VN	Vrai-Négatifs
VP	Vrai-Positifs

# Liste des symboles

$\alpha$	Paramètre
$\beta$	Niveau de confiance
$\Delta$	Opérateur Laplacien
$\eta$	Normale à $C$
$f$	Opérateur intégral
$\lambda$	Coefficient d'amortissement
$\mathbb{R}_*^+$	Ensemble des nombres réels strictement positif
$\nabla$	Opérateur gradient
$\Omega$	Domaine de l'image
$\omega$	taille du voisinage
$\partial$	Dérivée partielle
$\partial\Omega$	Bord du domaine de l'image
$\partial^2$	Dérivée partielle d'ordre 2
$\partial^n$	Dérivée partielle d'ordre n
$\sigma$	Écart-type du bruit
$\tau$	Temps de relaxation
$\zeta$	Direction parallèle à $C$ , paramètre
$b_\sigma(.,.)$	Signal bruit d'écart-type $\sigma$
$B_o(.)$	Fonction de Bessel de première espèce et d'ordre 0
$C$	Contour, nombre de colonnes

---

$C^M$	Contraste de Michelson
$D$	Coefficient de diffusion
$d(., .)$	Fonction de discrimination cohérente, distance euclidienne
$d_k$	Nombres aléatoires des valeurs de niveau de gris
$d_{max}$	Maximum du niveau de gris
$d_{min}$	Minimum du niveau de gris
$div$	Opérateur de divergence
$E(.)$	Partie entière
$f$	Image bruitée
$f * g$	Produit convolution
$f_{ca}$	Image de basse fréquence
$f_{cdd}$	Image de haute fréquence diagonale
$f_{chd}$	Image de haute fréquence horizontale
$f_{cvd}$	Image de haute fréquence verticale
$g(.)$	Fonction de diffusion
$g(x, y)$	Image originale
$G_\sigma$	Noyau gaussien
$H_l$	Entropie locale
$I$	Image
$I^{pre}$	Image précédente
$I_{diff}$	Différence entre deux images à des instants successives
$I_p$	Intensité du pixel
$I_t = \partial_t I$	Dérivée partielle de l'image par rapport au temps
$Im$	Partie imaginaire de l'image
$J$	Quantité de la chaleur
$k$	Paramètre seuil
$L$	Luminance, Niveau de décomposition

---

$L_{max}$	Luminance Maximale
$L_{min}$	Luminance Minimale
$lim$	Limite
$log$	Opérateur logarithme
$median$	Médiane
$N(p)$	Ensemble des voisins du pixel $p$
$p(z)$	Probabilité d'apparition du bruit
$Re$	Partie réelle de l'image
$s$	Échelle de décomposition
$t$	Temps
$V$	Volume élémentaire
$x, y$	Position du pixel

# Introduction générale

## Contexte et motivations

**L**E cancer dans toutes ses formes, demeure un problème de santé publique et un enjeu mondial. Il concerne autant les pays développés que les pays en voie de développement. Bien qu'il reste une maladie non transmissible et parfois héréditaire, il nécessite toutefois des moyens financiers importants, une technologie lourde et touche quelques millions de personnes. Selon une étude <sup>1</sup> publiée en février 2017 par l'OMS, le cancer a été à l'origine de 8.8 millions de décès en 2015 dans le monde dont 70% en Afrique. Il reste l'une des premières causes de mortalité dans le monde. Par ailleurs, il peut toucher n'importe quelle partie de l'organisme et cela sans distinction de race, d'âge, de sexe et de niveau social et se trouve également présent chez certains animaux. Des récentes études montrent que les formes de cancer les plus répandues dans le monde sont : les cancers de la prostate, du colorectal, du poumon et du sein. Le cancer du sein est la forme de cancer la plus courante chez les femmes à travers le monde [Fletcher et al. (2012)]. On estime qu'un million de femmes en sont diagnostiquées chaque année et plus de 400.000 vont en mourir [Ferlay et al. (2015)]. En Côte d'Ivoire, cette pathologie reste également la forme la plus répandue [Kouame et al. (2012); Islami et al. (2015); Kantelhardt and Frie (2016); Vanderpuye et al. (2017)] et se trouve déjà à un stade avancé pour 74% à 81% des cas [Islami et al. (2015)], ce qui réduit fortement le pronostic de guérison. La plage d'âge la plus touchée est celle de 35 à 44 ans [Kouame et al. (2012)].

Pour réduire ces chiffres, une politique de détection et de dépistage précoce est la plus efficace. La survie au cancer du sein dépend du stade auquel il est détecté et de la mise en œuvre d'un traitement approprié. La détection précoce et le traitement aboutissent à un taux de survie de 98%, mais ce taux chute à 27% si les métastases se sont propagées à des organes distants [Society (2009)]. Bien qu'un dépistage et une détection précoce soient la première étape à une chance de guérison possible et totale, elle entraîne toutefois une augmentation du nombre d'images mammaires surtout

---

1. <http://www.who.int/features/factiles/cancer/fr/>

pour les personnes d'âgées. L'interprétation de ces images se fait selon les critères du BI-RADS (Breast Imaging-Reporting And Data System). Elle relève d'un sénologue qui peut commettre des erreurs de détection telles que les Faux Positifs (faire passer une patiente non atteinte du cancer du sein pour une personne malade) et de détection de Faux Négatifs (faire passer une patiente atteinte du cancer du sein pour une personne non malade).

Pour pallier à ce problème, une solution est de faire l'interprétation d'une même image mammaire par deux sénologues. Cette solution présente l'avantage de réduire les erreurs d'interprétation de 15%. Cependant, la Côte d'Ivoire qui est un pays en voie de développement ne peut se permettre une telle solution vu l'insuffisance de sénologues. L'efficacité de l'interprétation du radiologue peut être améliorée en termes de précision et de cohérence dans la détection / diagnostic, tandis que sa productivité peut être améliorée en réduisant le temps nécessaire à la lecture des images [Doi (2009)]. Récemment, des systèmes assistés par ordinateur ont été développés pour réduire les dépenses et améliorer la capacité des sénologues à interpréter les images médicales et à différencier les tissus bénins des tissus malins [Vyborny et al. (2000); Giger et al. (2001)]. Ces systèmes se déclinent soit en DeAO (Détection Assistée par Ordinateur) qui permet de détecter automatiquement les lésions mammaires, soit en DiAO (Diagnostic Assistée par Ordinateur) qui permet d'interpréter automatiquement les mammographies. Cet outil ne remplace pas le sénologue mais l'aide dans son travail surtout pour la détection des faux négatifs. Le DiAO est essentiellement constitué de deux grandes étapes à savoir : le pré-traitement et le traitement (Fig1). On regroupe souvent sous le terme de pré-traitement toutes les opérations qui sont appliquées aux images pour leur assurer une bonne qualité visuelle. Il se décline en deux sous-étapes : le filtrage (la suppression du bruit) et le rehaussement (les corrections de contraste). Quant au traitement, il se décline en trois sous-étapes la segmentation, la description et la classification. Les résultats de l'étape de traitement sont extrêmement liés à l'efficacité et au choix des méthodes à l'étape de pré-traitement.

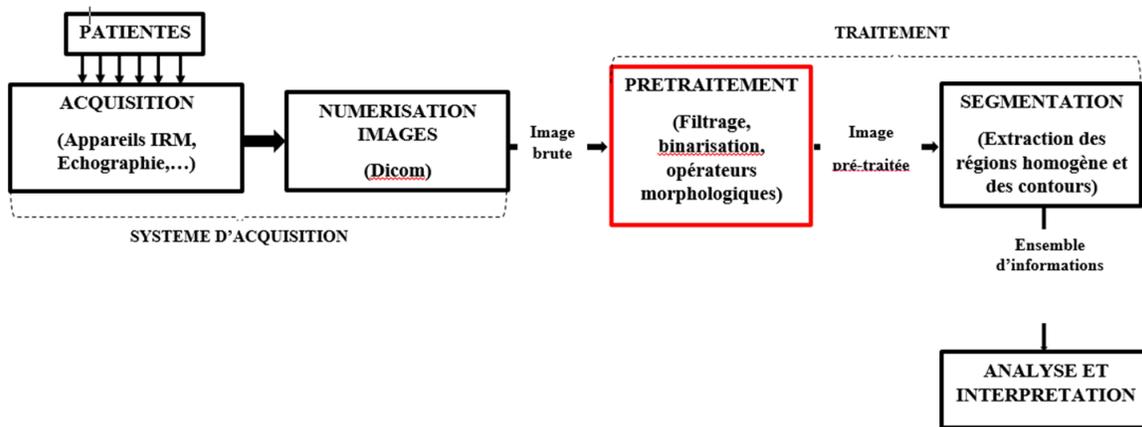


FIGURE 1 – Analyse d'images : chaîne de traitement de l'information médicale.

Ce n'est pas fortuit si l'étape de pré-traitement reste un challenge pour la communauté scientifique dans le contexte de la recherche d'image de bonne qualité visuelle. En effet, lors de l'acquisition, les images sont polluées par certaines distorsions comme le bruit et par certains artefacts comme le faible contraste surtout pour des images médicales. Les contours et les structures fines des objets de l'image, ces distorsions et ces artefacts appartiennent à la même haute fréquence. Ceci rend suffisamment difficile leur différenciation et par la suite leur suppression, en témoignent d'ailleurs les différentes méthodes proposées ces dix dernières années.

L'essentiel de ces initiatives ne concerne malheureusement pas véritablement des images avec des caractéristiques suivantes : un faible rapport signal à bruit et un faible contraste et offrant également assez de contours et de structures fines. On trouve ainsi de nombreuses méthodes qui ne traitent pas simultanément toutes ces caractéristiques. Généralement, les méthodes qui parviennent tant bien que mal à traiter simultanément certaines caractéristiques sont celles basées sur les équations aux dérivées partielles.

L'un des principaux verrous scientifiques que pose une opération simultanée sur les différentes caractéristiques sus-citées concerne la différenciation de ces signaux, et notamment l'opérateur mathématique adéquat à chacune de ces caractéristiques de l'image. Les contraintes sur le contenu des images médicales qui devront être traitées en font dans le cadre général un problème extrêmement difficile. Ce problème reste ouvert, en particulier si l'on s'attache à traiter simultanément toutes les caractéristiques des images. Le défi va alors consister à réduire le bruit et à préserver les structures d'intérêt (contours et structures fines) tout en rehaussant simultanément le contraste sur des images à faibles rapport signal à bruit.

## Objectifs et contributions

La présente étude se focalise sur les images mammaires d'IRM et concerne l'étape de pré-traitements. Elle se base sur les EDP (Équation aux Dérivées Partielles) à ordre entier en mettant en œuvre un processus de pré-traitement basé sur la TDE (Équation de Diffusion Télégraphique) et l'ETJ (Équation de Type Jeffreys) associée à une méthode de rehaussement adaptatif. Ces propositions sont formulées tout d'abord dans un cadre théorique, puis appliquées par la suite aux images mammaires d'IRM.

Les contributions principales apportées dans le cadre de cette thèse sont :

1. un modèle de diffusion anisotrope fondé sur la TDE robuste au bruit dont les améliorations sont les suivantes :
  - (a) un coefficient d'amortissement adaptatif (spatial et temporel) qui contrôle le niveau du filtrage ;

- (b) un temps de relaxation adaptatif (spatial et temporel) qui contrôle la préservation des structures fines.
2. un modèle de diffusion anisotrope basé sur l'ETJ se comportant comme un modèle hybride. Dans ce modèle les propositions suivantes ont été faites :
- (a) un filtre de pré-lissage linéaire spatialement qui dépend des caractéristiques de l'image et du niveau de bruit. Ce filtre varie temporellement ce qui lui confère une efficacité à préserver les structures d'intérêt de l'image ;
  - (b) un filtre de lissage qui intègre une fonction de diffusion basée sur la classification des régions de l'image en trois classes et incorporant un terme de rehaussement basé sur le laplacien qui varie temporellement ;
  - (c) un critère d'arrêt basé sur le niveau de bruit entre deux images successives qui permet la commutation entre le filtre de pré-lissage et le filtre de lissage.

## Organisation du manuscrit

Le manuscrit qui commence par une introduction est organisé en quatre chapitres présentant les contributions essentielles du travail.

Dans le chapitre **I**, nous abordons dans la première partie des notions élémentaires d'anatomie du sein et du cancer. Dans la seconde partie les techniques d'acquisition des images du sein sont présentées et dans la troisième partie nous décrivons les signaux présents dans les images acquises.

Dans le chapitre **II** une étude bibliographique est faite sur les EDP qui sont utilisées comme outils de filtrage anisotrope. Cette étude permet de prendre connaissance des limitations des EDP classiques et par la suite d'introduire de nouvelles améliorations et une EDP afin d'apporter plus de précision dans la préservation des structures fines et des contours dans le traitement d'une image à fort niveau de bruit.

Dans le chapitre **III**, nous proposons des approches originales du comportement de la TDE et nous introduisons également une équation de diffusion (ETJ) qui peut généraliser les EDP utilisées couramment. A ce niveau, cette dernière équation est considérée comme une approche originale dans la conception des modèles hybrides.

Dans le chapitre **IV**, nous nous sommes consacrés à l'étude du comportement du coefficient d'amortissement et du temps de relaxation pour la TDE d'un côté et d'un autre côté du modèle hybride proposé basé sur l'ETJ. L'étude est réalisée à travers des résultats d'application sur deux types d'images : des images naturelles classiques de la littérature et des images mammaires d'IRM. Tous les résultats sont évalués quantitativement à l'aide de deux métriques.

Enfin ce travail se termine par une conclusion et des perspectives sont proposées.

# Cancer du sein et images mammaires

## Sommaire

---

<b>I.1</b>	<b>Cancers du sein</b>	<b>6</b>
I.1.1	Anatomie du sein	6
I.1.2	Définition du cancer	8
I.1.3	Mécanisme de prolifération	9
I.1.4	Epidémiologie	10
I.1.5	Pathologies mammaires liées au cancer	11
I.1.6	Classification du cancer du sein	18
<b>I.2</b>	<b>Techniques d'acquisition des images mammaires</b>	<b>20</b>
I.2.1	Imagerie par rayons X	20
I.2.2	Imagerie par ultrasons	22
I.2.3	Imagerie par Résonance Magnétique	23
<b>I.3</b>	<b>Caractéristiques des images mammaires</b>	<b>24</b>
I.3.1	Bruit	25
I.3.2	Contraste	32
<b>I.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>33</b>

---

**L**es techniques scientifiques connaissent un développement considérable et cela grâce à l'essor informatique qui a un impact important sur la qualité de la santé, l'ergonomie dans le travail et sur tout l'environnement de l'Homme en général. Avec le progrès de la science médicale, des innovations importantes ont permis d'éviter le risque de survenue de certaines maladies. Les techniques médicales, qui sont la collaboration entre les techniques scientifiques et le progrès médical et qui permettent de visualiser l'intérieur de l'organisme et les structures d'un organe de façon non évasive, sont les preuves mêmes de ce développement. Ces techniques sont fondées sur les phénomènes physiques comme les rayons X, les ultrasons et les champs magnétiques. Depuis leur avènement, plusieurs méthodes de diagnostics et de détections ont été mises au point intégrant parfaitement un volet informatique.

Le présent chapitre s'attèle à montrer quelques techniques médicales concernant à la fois le diagnostic et le dépistage du cancer du sein mais, aussi leurs insuffisances. Cette étude détaillée est nécessaire afin de proposer un outil qui améliore la qualité des images mammaires dont l'objectif final est d'aider le sénologue dans sa tâche. Ainsi, nous commencerons, par présenter une étude sur le cancer du sein (Section I.1). Ensuite, nous aborderons les techniques utilisées pour l'acquisition des images mammaires (Section I.2). Nous étudierons enfin, les caractéristiques des signaux présents dans ces images (Section I.3).

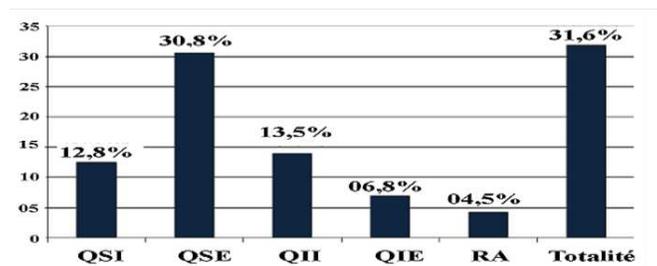
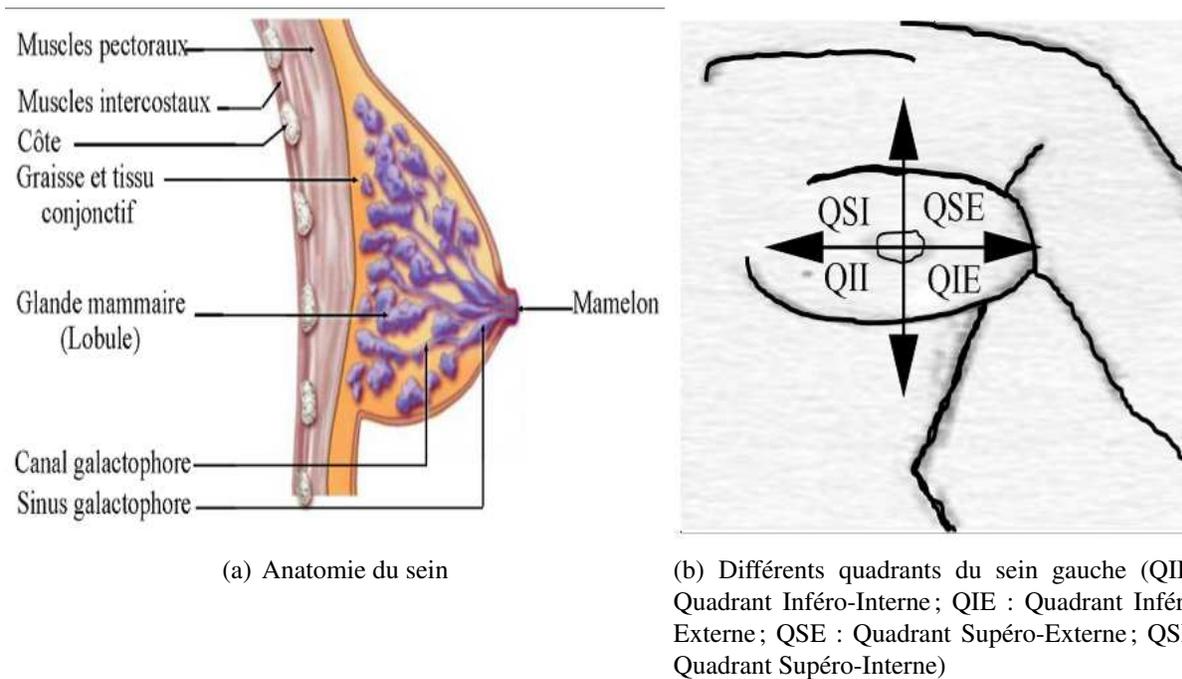
## I.1 Cancers du sein

Dans le domaine médical, le  $XX^{ième}$  siècle a souvent été appelé tristement, hélas, le *siècle du cancer*. Ce nom tient à la fois du fait que plusieurs types de cancer ont été découverts et parallèlement d'énormes efforts thérapeutiques ont été faits pour les combattre. Depuis longtemps, le cancer a été considéré comme une maladie mortelle et incurable. Cependant, ces dernières décennies, les thérapies médicales se sont considérablement développées, de sorte que la plupart des cancers peuvent être traités voire guéris [Urbach (2008)]. Cette thèse se focalise principalement sur le cancer du sein.

### I.1.1 Anatomie du sein

Les seins occupent la partie antéro-supérieure du thorax, de part et d'autre du sternum entre la  $3^{ème}$  et la  $7^{ème}$  côte et leur maintien est assuré par des muscles pectoraux [Drake (2010)]. Ils sont présents chez les deux sexes. Pour l'homme, les seins demeurent immatures et donc ne jouent aucun rôle dans la lactation contrairement à la femme. Cette différence tient de la présence de la glande mammaire qui se développe et fonctionne sous l'influence des hormones sexuelles (les

œstrogènes et la progestérone) fabriquées par les ovaires. Ainsi, chez la femme le sein (Fig.I.1(a)) est un organe constitué d'une glande mammaire qui contient de 10 à 20 compartiments que l'on appelle lobes, composés de lobules. Les lobules mammaires, situés à l'extrémité des canaux, sont drainés par des canaux galactophores qui sont chargés d'assurer la sécrétion du lait pendant la période d'allaitement. Le lait est conduit par les canaux galactophores vers le mamelon. Le sein peut être divisé en quatre zones qui partent du haut vers le bas et de la gauche vers la droite en passant par le mamelon (Fig.I.1(b)). Chacune de ces zones est appelée quadrant. La majorité des pathologies liées au cancer du sein se situe dans le Quadrant Supéro-Externe (QSE) [Sando et al. (2014)] (Fig.I.1(c)), zone adjacente à l'aisselle puisque cette région comprend beaucoup de tissus glandulaires. Chez l'homme, le cancer du sein est rare et il correspond à environ 1% des lésions [Hines et al. (2007), Elbachiri et al. (2017)]. La première description remonte à 1307 et fut faite par un chirurgien anglais, John of Arderne [Korde et al. (2010)].



(c) Répartition du cancer selon le quadrant anatomique Sando et al. (2014)

FIGURE I.1 – Description du sein et emplacement du cancer.

## I.1.2 Définition du cancer

Plusieurs termes sont utilisés pour faire référence au cancer du sein : le terme de *cancer du sein* fait allusion aux tumeurs malignes, potentiellement agressives, du sein. Par contre, le terme de *tumeur du sein* désigne à la fois les tumeurs malignes et bénignes qui se distinguent selon certains critères (voir Tableau I.1). Quant au terme *carcinome*, il est parfois utilisé, comme synonyme de *cancer* qui est un terme spécifique de morphologie microscopique. Une tumeur est une masse qui se développe aux dépens d'un organe et à partir des cellules qui le constituent.

Tableau I.1 – Caractéristiques des tumeurs bénignes et malignes

Tumeur bénigne	Tumeur maligne
Mieux délimitée	Mal délimitée
Encapsulée	Non encapsulée
Histologiquement semblable au tissu d'origine	Plus ou moins semblable au tissu d'origine
Cellules régulières	Cellules irrégulières (cellules cancéreuses)
Évolution lente	Évolution rapide
Refoulement sans destruction des tissus voisins	Envahissement des tissus voisins
Aucune récidive locale après exérèse complète	Récidive possible après exérèse supposée totale
Pas de métastase	Métastase(s)

Le cancer du sein reste actuellement le cancer le plus fréquent chez la femme, et pose toujours un véritable problème diagnostique et thérapeutique [Bouzoubaa et al. (2014)]. Le cancer du sein est une tumeur maligne de la glande mammaire qui se développe généralement dans les canaux galactophores (conduits qui transportent le lait jusqu'aux mamelons) et dans les lobules (glandes qui produisent le lait). De ce fait, selon les classifications anatomopathologiques classiques, on distingue deux grandes familles de cancer du sein qui sont le Carcinome In Situ et le Carcinome Infiltrant :

1. Un carcinome In Situ ou non infiltrant fait référence aux cellules cancéreuses qui demeurent uniquement au niveau des canaux galactophores ou des lobules. On le trouve donc au stade précoce de la maladie et se décline en deux types :
  - (i) **Carcinome Canalaire In Situ (CCIS)** : le CCIS représente 85 à 90% des cancers du sein in situ soit approximativement 15 à 20% des cancers du sein [Agwalt et al. (2005)]. un CCIS indique que les cellules cancéreuses sont uniquement localisées dans les parois des canaux galactophores. Il n'est pas mortel.
  - (ii) **Carcinome Lobulaire In Situ (CLIS)** : le CLIS représente 10 à 15% des cancers in situ soit approximativement 0.5 à 3.8% de l'ensemble des cancers du sein. Il est considéré dans la majorité des cas comme un marqueur de risque des cancers invasifs canaux ou lobulaires.

2. Un carcinome infiltrant ou invasif fait référence aux cellules cancéreuses qui s'infiltrent dans les tissus adjacents et qui entourent son tissu lobulaire ou canalaire. Il peut tout aussi se propager aux ganglions lymphatiques, à d'autres parties du corps et même affecter les deux seins. Dans ce cas, on parle de métastases. Les deux types sont :

- (i) **Carcinome Canalaire Invasif (CCI)** : le CCI représente 80% des cancers du sein invasifs. Ce type de cancer est aussi appelé adénocarcinome canalaire. Le CCI prend naissance dans les canaux mammaires, il se propage aux tissus mammaires voisins. Les cellules peuvent continuer à se développer et ainsi former une masse ou un épaissement dans le sein.
- (ii) **Carcinome Lobulaire Invasif (CLI)** : Le CLI représente 4 à 10% des cancers du sein et approximativement 10% de tous les cancers du sein infiltrants. Le CLI prend naissance dans les lobules et peut s'infiltrer dans d'autres régions du sein (maladie multifocale, ou multicentrique). Leur originalité tient essentiellement à leur difficulté diagnostique et à leur particularité métastatique évolutive [[Sickles \(1991\)](#)]. Les cellules du CLI ne forment pas de masse. Elles forment plutôt une seule bande dans les tissus graisseux du sein, créant ainsi une zone épaisse de tissu mammaire.

Ils existent également d'autres formes comme le carcinome médullaire qui représente environ 1 à 5% des cancers du sein et le cancer du sein inflammatoire, cas très rares, seulement 1%. Dans les cas inflammatoires, les cellules cancéreuses se propagent très rapidement et envahissent d'autres cellules, mais elles peuvent être identifiées très facilement car elles bloquent les vaisseaux lymphatiques et les canaux de la peau, transformant le sein en une surface dure et chaude avec une couleur rouge claire.

Les carcinomes canaux (in situ et infiltrants) se différencient des carcinomes lobulaires (in situ et infiltrants) par des particularités diagnostiques, thérapeutiques et évolutives [[Silverstein et al. \(1994\)](#)]. Dans ce contexte, cliniquement, le carcinome in situ est asymptomatique contrairement au carcinome infiltrant. Par ailleurs, en imagerie, certains CCIS ne contiennent pas de microcalcifications. En échographie, la majorité des CCIS n'ont pas d'aspect caractéristique. Les CLIS des microcalcifications sont rarement découvertes à la mammographie car ces microcalcifications sont trop fines pour être détectées. Le CLI reste difficile à diagnostiquer par mammographie.

### I.1.3 Mécanisme de prolifération

La figure [I.2](#) décrit le processus basique de la naissance du cancer qui repose sur le mécanisme de la division cellulaire. Une cellule dite mère peut se diviser pour donner naissance à deux nouvelles cellules identiques (cellules filles). Différents mécanismes sont à l'origine de cette division et permettent de vérifier la viabilité et l'intégrité des cellules filles. Toutefois, la division cellulaire

peut engendrer une ou des cellules défectueuses. Dans ce cas, l'organisme met en place un processus programmé de la mort de la cellule défectueuse connu sous le nom de *l'apoptose*. Ainsi, l'organisme remplace la ou les cellules défectueuses. Un exemple de mécanisme qui caractérise la division cellulaire est les pertes cellulaires, qu'elles soient d'origine accidentelle (plaie ou agression) ou naturelle (vieillesse). Cette propriété de division, de réparation et de mort contrôlée caractérise les cellules normales.

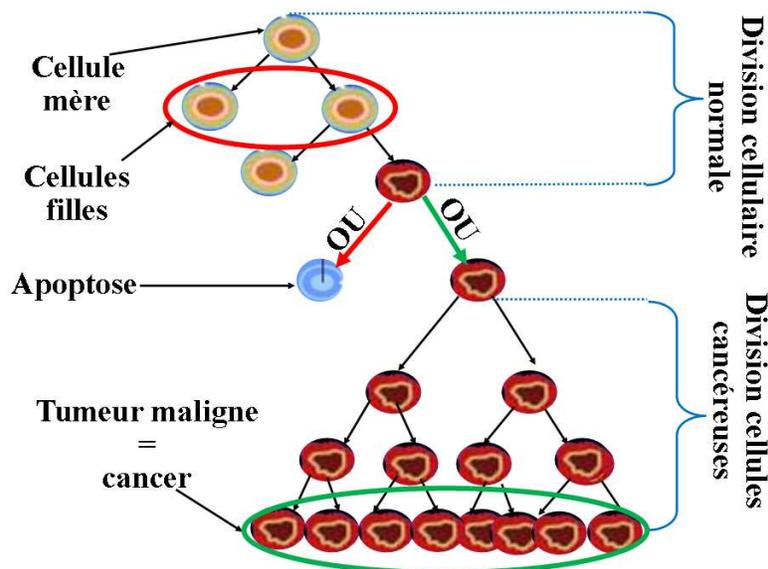


FIGURE I.2 – Illustration de la division cellulaire normale et cancéreuse

Cependant, certaines cellules défectueuses peuvent devenir insensibles à l'apoptose et échapper au contrôle de l'organisme pour se diviser à l'infini et être immortelles. Ceci va donner naissance à un cancer. Par définition, un cancer est une maladie qui se caractérise par une transformation de cellules normales d'un organe ou d'un tissu en cellules cancéreuses (anormales) du même organe ou du même tissu. Lorsqu'une telle transformation se produit, les cellules cancéreuses forment une tumeur à partir de laquelle elles envahiront tout l'organe ou tout le tissu. Par ailleurs, certaines de ces cellules peuvent même parcourir le sang ou utiliser d'autres moyens pour attaquer d'autres organes et tissus dans le corps. Ceci constitue la métastase.

### I.1.4 Épidémiologie

L'importance épidémiologique des cancers est mesurée à partir des indicateurs classiques que sont l'incidence, la mortalité et le coût. L'incidence désigne la mesure de la fréquence de nouveaux cas de cancer apparaissant chaque année tandis que, la mortalité désigne le nombre de décès par an. Concernant le cancer du sein, son incidence, sa mortalité et son coût restent considérables [Bray et al. (2004)]. Les figures (I.3(a)<sup>1</sup> et I.3(b)<sup>1</sup>) indiquent qu'en Côte d'Ivoire, l'incidence et

1. [www.who.int/cancer/country-profiles/civ\\_fr.pdf](http://www.who.int/cancer/country-profiles/civ_fr.pdf), 2014

la mortalité du cancer du sein sont les plus élevées. De ce fait, cette pathologie est devenue l'un des enjeux prépondérants de santé publique. Une politique de gratuité de la chimiothérapie et des soins afférents au cancer du sein a par exemple été instaurée en Côte d'Ivoire et des campagnes de sensibilisations sont effectuées pour davantage informer la population sur le cancer du sein et favoriser la prise de conscience collective. Chaque année, le mois d'octobre appelé "Octobre rose" est consacré à la sensibilisation des populations sur cette maladie.

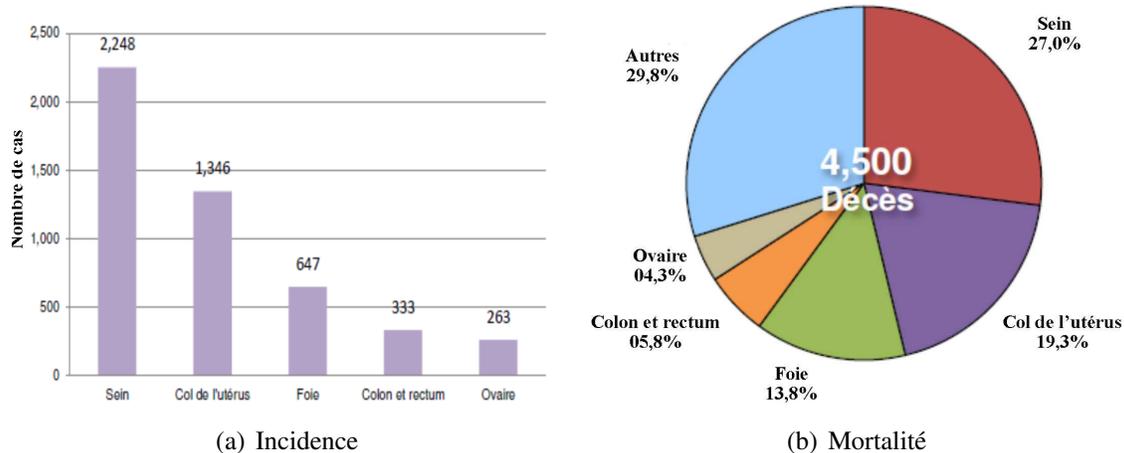


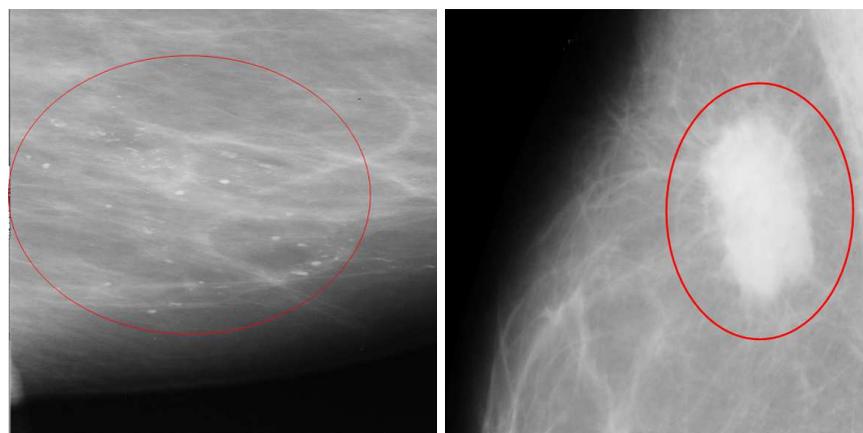
FIGURE I.3 – Distribution du cancer chez la femme en Côte d'Ivoire.

### I.1.5 Pathologies mammaires liées au cancer

Le cancer du sein se présente sous diverses formes. Ainsi, une classification en pathologies bénigne et maligne est généralement effectuée. Le cancer du sein se caractérise par des calcifications (Fig.I.4(a)) et des masses (Fig.I.4(b)).

#### I.1.5.1 Calcifications

Les calcifications mammaires sont souvent intégrées et camouflées par diverses structures de tissus mammaires. C'est une tâche très difficile pour les sénologues de classer correctement les différents types de calcifications. Le terme *calcification* est couramment utilisé dans la littérature médicale pour désigner les matériaux dits *minéralisés* dans diverses parties du corps [Pasteris and Chou (1998)]. Ils peuvent être produits à partir de la sécrétion cellulaire ou de débris cellulaires nécrotiques. On distingue deux types de calcifications : les macrocalcifications et les microcalcifications(MCs).



(a) Calcification : Microcalcification (mdb2451s) (b) Masse : Spicule (mdb184rl) [Suckling et al. \(1994\)](#)

FIGURE I.4 – Différentes formes du cancer du sein

### I.1.5.1.1 *Macrocalcifications*

Les macrocalcifications sont des dépôts grossiers de calcium dans le sein. Elles ont tendance à être plus fréquentes chez les femmes âgées de plus de 50 ans. Elles sont souvent associées à des modifications bénignes qui se produisent dans le sein et qui sont liées par exemple au vieillissement des artères du sein, à d'anciennes lésions, à une inflammation des tissus mammaires, à une chirurgie ou à des tumeurs bénignes (non cancéreuses) comme le fibroadénome et les kystes. C'est la raison pour laquelle, les macrocalcifications ne sont presque toujours pas associées à une tumeur maligne et il n'est généralement pas nécessaire d'effectuer d'autres tests, comme des biopsies ou des suivis.

### I.1.5.1.2 *Microcalcifications*

Les microcalcifications jouent un rôle crucial dans le diagnostic du cancer du sein mais, les mécanismes qui induisent leur formation restent encore inconnus [[Scimeca et al. \(2014\)](#)]. Les microcalcifications radiologiquement détectables ont été décrites pour la toute première fois par Leborgne en 1951 [[Bauermeister and Hall \(1973\)](#)]. Les microcalcifications sont classées en fonction de leur propriété chimique (Tableau I.2) [[Haka et al. \(2002\)](#)], de leur morphologie (Tableau I.3) et de leur distribution [[Tabar et al. \(2004\)](#)]. Le tableau I.4 présente quelques types de microcalcifications. La description des microcalcifications permettant de décider de leur degré de suspicion inclut simultanément le critère de morphologie, de distribution et de nombre.

#### *Propriété chimique*

Une microcalcification est un dépôt de sels de calcium. L'analyse de microcalcifications par microscopie électronique a révélé deux formes distinctes de microcalcifications dans le cancer du sein sur la base de leur apparence et de leur composition chimique (Tableau I.2) [[Frappart et al.](#)

(1984)]. Ce sont les microcalcifications macroscopiques cristallines de Type I (cristaux d'oxalate de calcium de weddlithe) et les microcalcifications non cristallines macroscopiques de Type II (cristaux d'hydroxyapatite de calcicium). La présence d'une microcalcification de Type I apparaît comme un critère fiable en faveur de la nature bénigne de la lésion ou, tout au plus, d'un carcinome lobulaire in situ. En revanche, le Type II est associé à des tumeurs mammaires bénignes et malignes.

Tableau I.2 – Propriétés de Type I et II des microcalcifications

	Type I	Type II
Composition chimique	Oxalate de calcium ( $CaC_2O_4 \cdot 2H_2O$ )	Hydroxyapatite ( $Ca_{10}(PO_4)_6 \cdot 6H_2O$ )
Couleur	Ambre	Gris, Blanc
Microscopie optique	Partiellement transparent	Opaque
Lumière polarisée	Biréfringent	Non-biréfringent
Taches à l'hématoxyline	Non	Oui (violet)
Lésions	Prédominance bénigne	Bénigne et maligne

### **Morphologie**

La prise en compte de la morphologie est très importante [D'orsi et al. (2003)] et constitue une base pour distinguer les microcalcifications bénignes et malignes (Tableau I.3).

Tableau I.3 – Synthèse des caractéristiques descriptives des microcalcifications selon la classification BIRADS

<b>Caractéristique</b>	<b>Description</b>
microcalcifications typiquement bénignes	Cutanées, grandes microcalcifications en bâtonnet. microcalcifications rondes multiples et à centre clair en "coquille d'œuf".
microcalcifications suspectes ou indéterminées	Amorphes, indistinctes. Grossières, hétérogènes
microcalcifications à forte probabilité de malignité	Fines polymorphes et fines linéaires.

Les microcalcifications sont de minuscules taches de calcium et peuvent être isolées, apparaître dans un amas ou être intégrées dans une masse (Fig.I.5). En général, les microcalcifications individuelles se trouvent dans une plage de taille  $[0, 1 - 1]mm$  [Winchester et al. (2000), Wang et al. (2016)] avec un diamètre moyen d'environ  $0,5mm$ . Un cluster est typiquement définie par la présence d'au moins trois microcalcifications dans une région de  $1cm^2$ . Les microcalcifications sont

l'une des caractéristiques du cancer du sein précoce. Environ 25% de tous les cancers du sein sont détectés par la présence de clusters de microcalcification. La majorité des Cancers du Carcinome Canalaire In Situ (CCIS) sont associés à des microcalcifications.

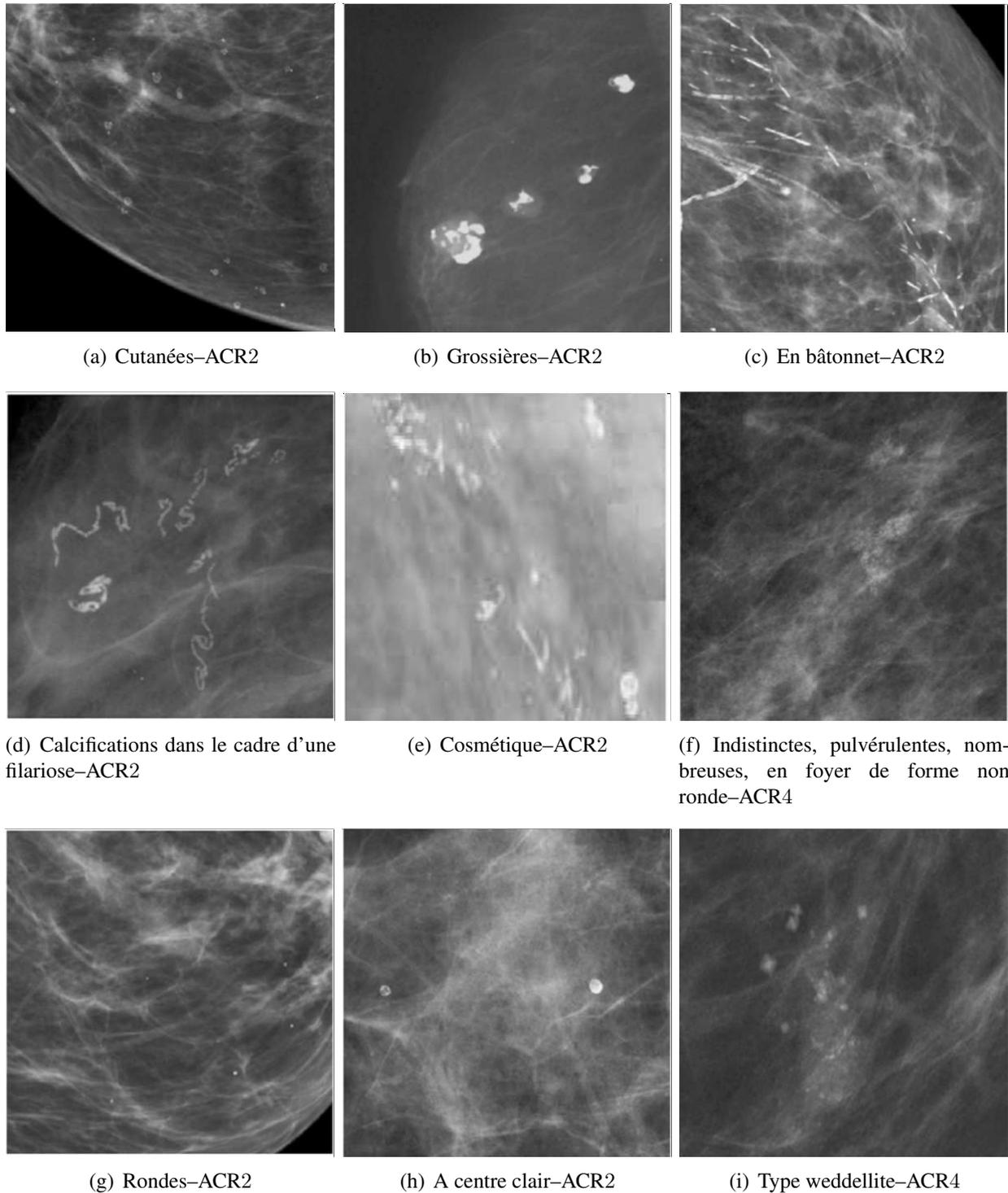


FIGURE I.5 – Différents types de microcalcifications.

Tableau I.4 – Quelques types de microcalcification

Type		Descriptions
Microcalcifications cutanées ou dermiques (Fig.I.5(a))		Elles présentent typiquement un centre clair.
Microcalcifications grossières ou coralliformes (Fig.I.5(b))		Elles sont de grande taille (supérieures à 2 – 3mm de diamètre.
Microcalcifications en bâtonnets (Fig.I.5(c))		Elles mesurent habituellement plus de 1mm de large et peuvent présenter un centre clair si le dépôt calcique se fait dans la paroi du canal.
Microcalcifications vasculaires (Fig.I.5(d))		Ces microcalcifications en rails ou linéaires sont associées à des structures tubulaires.
Microcalcifications dystrophiques (Fig.I.5(e))		Elles mesurent habituellement plus de 0.5mm de diamètre et sont de formes irrégulières avec parfois un centre clair. Elles représentent la majorité des cas retrouvés en pathologie mammaire.
Microcalcifications amorphes ou indistinctes (Fig.I.5(f))		Elles sont, souvent plus ou moins rondes ou en forme de flocons et de petites tailles avec généralement des contours vagues sans forme spécifique.
Microcalcifications rondes (Fig.I.5(g))		Elles ont une forme ronde et peuvent être de tailles variables. Lorsqu'elles mesurent moins de 0.5mm, elles sont dites punctiformes ou pulvérulentes.
Microcalcifications à centres clairs (Fig.I.5(h))		De taille comprise entre s'étendre 1mm et 1cm, elles sont rondes ou ovales, à surface lisse et à centre clair. La paroi calcifiée qui les entoure est plus épaisse que celle des microcalcifications en coquille d'œuf.
Calcifications cristallines ou weddellites (Fig.I.5(i))		Il s'agit de calcifications d'oxalate de calcium. Leur forme losangique, carrée est caractéristique. Elles sont toujours associées à d'autres calcifications d'aspect bénin, arrondies. Leur reconnaissance est en faveur de la bénignité.

### I.1.5.2 Masses

Une masse est une lésion suspecte localisée du cancer du sein. Elle peut survenir avec ou sans calcifications associées. La caractérisation d'une masse se fait selon trois critères (Tableau I.5).

Tableau I.5 – Synthèse des caractéristiques descriptives des masses selon la classification BIRADS.

Caractéristiques	Description
<b>Forme</b>	Ronde, ovale, lobulée, irrégulière
<b>Contours</b>	Circonscrits, microlobulés, masqués, indistincts ou mal définis, spiculés
<b>Densité</b>	Hypodense, isodense, hyperdense, avec contenu graisseux

### I.1.5.2.1 *Forme*

La description BIRADS qui vise à universaliser le langage utilisé en imagerie mammaire, indique les définitions statistiques, les termes descriptifs, et donne des recommandations pour la rédaction des compte-rendus et le stockage des données informatiques. Ainsi, cette description permet de différencier les formes d'une masse mammaire :

- (i) Ronde (Figs.I.6(a) et I.6(e)) : elle est de masse sphérique, circulaire ou globuleuse ;
- (ii) Ovale (Figs.I.6(b) et I.6(f)) : elle présente une forme elliptique ;
- (iii) Lobulée (Figs.I.6(c) et I.6(g)) : elle présente de légères ondulations à ses bords ;
- (iv) Irrégulière (Figs.I.6(d) et I.6(h)) : elle décrit tout autre forme différente de celles cités ci-dessus. Elle est réservée aux masses dont la forme est aléatoire.

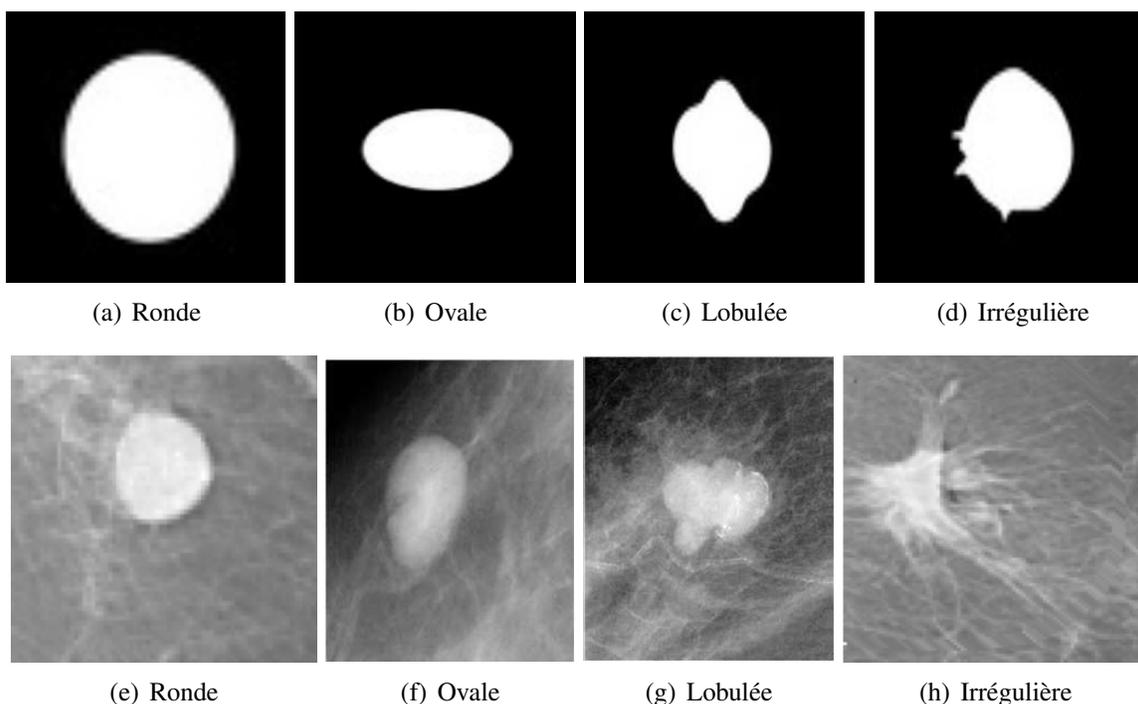


FIGURE I.6 – Différentes formes de masses.

### I.1.5.2.2 *Contours*

Il modifie la forme de la masse. Les différents types de contours sont résumés dans le tableau I.6. Les masses généralement bénignes sont bien circonscrites, compactes et grossièrement circulaires ou elliptiques. Les masses ayant des formes irrégulières et spiculées ou indistinctes suggèrent une plus grande possibilité de malignité.

Tableau I.6 – Différents types de contours des masses

Type	Descriptions
Circonscrit, bien défini ou net (Fig.I.7(a))	son contour est nettement délimité (sur au moins 75% de sa circonférence, le reste étant masqué par le tissu adjacent) avec une transition brusque entre la lésion et le tissu environnant.
Microlobulé (Fig.I.7(b))	il est caractérisé par la présence de courtes dentelures créant des petites ondulations
masqué (Fig.I.7(c))	le contour est caché par le tissu normal adjacent ou superposé sans que cet aspect soit considéré comme suspect
indistinct ou mal défini (Fig.I.7(d))	il fait suspecter une possible infiltration. Cet aspect est peu probablement dû à une superposition du tissu mammaire normal
spiculé (Fig.I.7(e))	la lésion est caractérisée par des lignes rayonnant depuis le contour d'une masse. Les lésions spiculées ayant une apparence stellaire sur les mammographies sont des indicateurs suspects à haute probabilité de cancer du sein. Généralement, il a une masse tumorale centrale avec des spicules s'étendant dans les tissus environnants

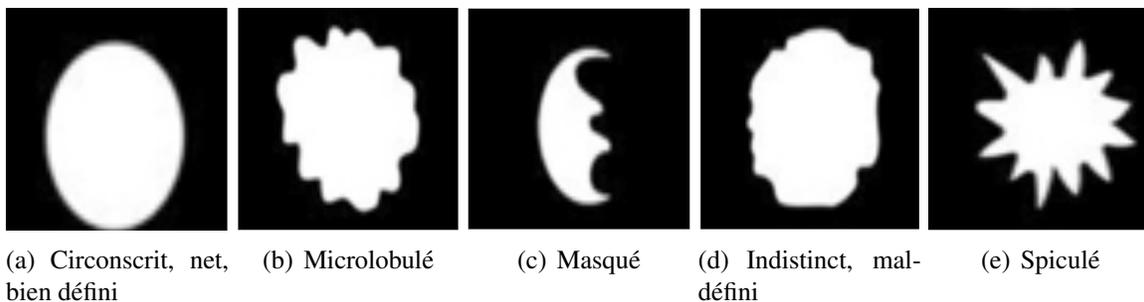


FIGURE I.7 – Différents contours des masses.

### I.1.5.2.3 Densité du sein

La densité des seins décrit la quantité relative des différents tissus dans le sein. Elle a un aspect blanc ou gris clair sur une mammographie (Fig.I.8). C'est une notion radiologique importante et un facteur indicatif d'augmentation du risque de cancer. En effet, [Wolfe \(1976\)](#) a établi un lien entre la densité mammaire et le cancer du sein. La plupart des cancers du sein apparaissent sous la forme d'une masse présentant une densité égale ou supérieure à celle du tissu mammaire. Il est rare qu'un cancer du sein soit de densité inférieure. La classification BIRADS de l'ACR définit 4 types de niveaux de densité (Tableau I.7). Par rapport au tissu mammaire normal, la densité des masses peut être haute (masse hyperdense), intermédiaire (masse isodense), faible mais sans contenu graisseux (hypodense). Selon la densité des seins, des erreurs d'interprétation pouvant atteindre un taux de 30% peuvent être observées [[Kolb et al. \(2002\)](#)].

Les critères formes (I.1.5.2.1), contours (I.1.5.2.2) et densité (I.1.5.2.3) sont des facteurs clés



FIGURE I.8 – Masse de densité grasseuse–ACR 2.

Tableau I.7 – Différents types de densité des masses

Type	Descriptions
Type 1	le sein est presque entièrement grasseux (< 25% de la glande mammaire.)
Type 2	le sein est grasseux et hétérogène. Il y a des opacités fibroglandulaires dispersées (approximativement 25 à 50% de la glande mammaire).
Type 3	le tissu mammaire est dense et hétérogène (approximativement 51 à 75% de la glande mammaire). Dans ce cas, la détection des petites masses devient difficile.
Type 4	le tissu mammaire est extrêmement dense et homogène. La sensibilité de la mammographie peut diminuer (> 75%).

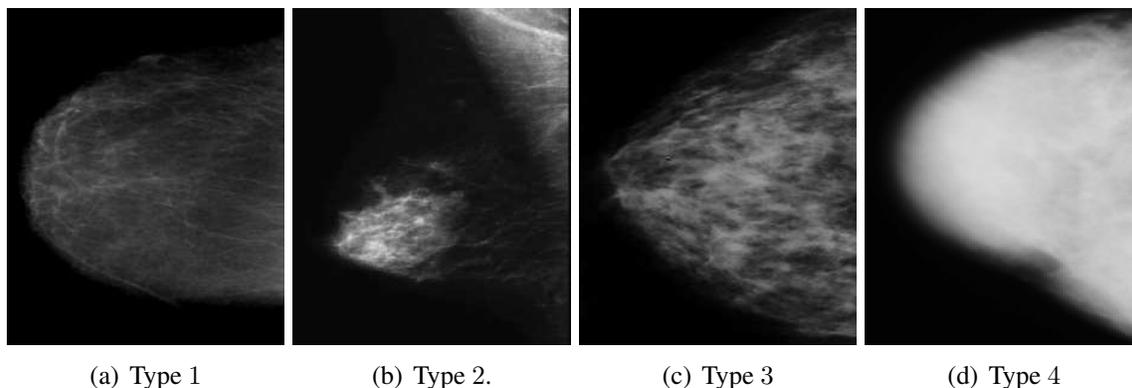


FIGURE I.9 – Densité mammaire selon BIRADS.

à prendre en compte par le sénologue lorsqu’il évalue la probabilité de cancer. La nature subtile et camouflée des masses rend leur détection beaucoup plus difficile que les calcifications dans les mammographies.

### I.1.6 Classification du cancer du sein

Le stade et le grade constituent une source de renseignements importants sur le cancer du sein.

### I.1.6.1 Grades du cancer

Le grade d'un cancer est défini comme la comparaison de l'apparence des cellules cancéreuses à celle des cellules normales. Il permet de connaître l'étendue de la maladie au moment du diagnostic. Concernant le cancer du sein, le grade permet de déterminer son agressivité c'est-à-dire sa vitesse de propagation et de croissance. Le grade s'évalue selon trois critères morphologiques : l'architecture tumorale, l'aspect du noyau et l'activité mitotique. On attribue à chaque critère un score allant de 1 à 3. Plus la note est élevée, plus le développement du cancer du sein est important. Les scores de chacune de ces caractéristiques sont additionnés pour obtenir un score total, qui indique le grade de la tumeur (Tableau I.8). Le système utilisé pour déterminer le grade dépend du type de cancer. Pour le cancer du sein, c'est le grade de Scarff-Bloom et Richardson (SBR) [Bloom and Richardson (1957)] ou le grade Elston et Ellis [Ellis et al. (2005)] qui est utilisé, avec une préférence pour la modification de Nottingham du grade de Bloom-Richardson [Amat et al. (2002)], utilisée par l'European Community Working group for Breast Pathology et suggérée par l'OMS.

Tableau I.8 – Classification du grade du cancer

Grade	Score total	Description
I	3 à 5	Tumeurs moins agressives, les cellules anormales sont mieux différenciées, de petite taille mais leurs contours sont uniformes, il n'y a pas de nécrose dans les cellules. La tumeur ne se développe pas rapidement et a peu de risque de se propager.
II	6 à 7	Tumeur de grade intermédiaire, les cellules anormales, sont modérément différenciées, de taille petite à moyenne, mais leurs contours sont uniformes, et il y a des régions de nécrose dans ces cellules.
III	8 à 9	Tumeurs plus agressives, les cellules anormales sont indifférenciées, grosses, avec des contours inégaux et dans lesquelles il y a une nécrose. La tumeur se développe rapidement et a tendance à se propager.

### I.1.6.2 Stades du cancer

La stadification du cancer est déterminée grâce aux examens de diagnostic. C'est une méthode de description ou de classification d'un cancer selon son expansion dans le corps. L'expansion est fonction de trois critères : la taille et l'infiltration de la tumeur, l'atteinte ou non des ganglions lymphatiques et enfin l'absence ou non de métastases. On définit le stade du cancer selon la classification TNM (Tumeur, Nodes (Ganglions), Métastases) définie par l'Union Internationale Contre le Cancer (UICC) et par l'American Joint Committee on Cancer (AJCC). Dans la stadification TNM, on assigne un numéro de 0 à 4 à chaque stade. Pour les stades 1 à 4, on utilise habituellement les chiffres romains *I*, *II*, *III* et *IV*. En général, plus le numéro est élevé, plus le cancer s'est propagé.

La description du cancer du sein faite dans cette sous-section (I.1) indique qu'il est important d'avoir des informations précises pour une meilleure prise en charge. La visualisation du sein grâce aux techniques d'imagerie mammaires offre des possibilités appréciables pour le recueil des ces informations.

## I.2 Techniques d'acquisition des images mammaires

### I.2.1 Imagerie par rayons X

L'imagerie par rayon X ou mammographie, a longtemps été considérée comme l'examen de référence pour le dépistage du cancer du sein. Cet examen reste à la fois sensible et spécifique, facilement disponible, bien adapté pour la population féminine et dont le coût reste acceptable. Elle a pour but de détecter au plus tôt, des anomalies avant qu'elles ne provoquent des symptômes cliniques (masse anormale palpée, douleurs...), afin de permettre une augmentation des chances de guérison avec un traitement efficace, adapté et peu agressif. En juin 2015, un groupe international d'experts indépendants réunis par le Centre International de Recherche sur le Cancer (CIRC) a conclu que *«la mammographie de dépistage est efficace pour réduire la mortalité par cancer du sein chez les femmes âgées de 50 à 69 ans, et que la réduction de la mortalité bénéficie aussi aux femmes dépistées entre 70 et 74 ans»*.

#### I.2.1.1 Principe de fonctionnement

C'est en 1895 que Wilhem Roentgen<sup>2</sup> a utilisé les rayons X pour obtenir les premières radiographies de la main de sa femme introduisant ainsi une nouvelle utilisation des rayons X dans le domaine médical. En 1913, la première radiographie du sein a été pratiquée par Albert Salomon. Dans son fonctionnement, la mammographie se base sur les rayons qui sont des photons (type de radiation électromagnétisme) et sont générés par un tube cathodique. Lorsque les rayons X traversent le corps, ils sont atténués (réduits en énergie) par la traversée des tissus. Ces différences dans l'atténuation se traduisent par des différences dans le niveau d'impression. Pour les mammographies analogiques, c'est un film argentique qui est utilisé pour la visualisation de l'impression. Pour les mammographies numériques, c'est un système informatique qui permet la visualisation en direct de l'image sur un écran vidéo. Il est à noter que l'avènement de la mammographie numérique, a nettement amélioré l'analyse des différents éléments du sein, ne serait-ce que grâce à une meilleure visualisation de l'enveloppe cutanée du sein [Chow (2005)]. Dans cette thèse, l'impression utilisée sera du numérique vu son intérêt croissant favorisé par le développement de l'informatique.

L'obtention d'une mammographie commence par une compression progressive du sein afin d'étaler la glande et ainsi obtenir une meilleure image de l'intérieur du sein. Chaque sein est habi-

---

2. Physicien allemand; 27 mars 1845, Lennep, Remscheid, – 10 février 1923, Munich.

tuellement radiographié dans deux positions différentes (face et profil à 60°) de façon à obtenir une analyse de l'ensemble du volume de la glande mammaire (Figs.I.10(a) et I.10(b)). Elle a pour but de dépister au plus tôt certaines anomalies avant qu'elles ne provoquent des symptômes cliniques et est utile pour le diagnostic. Les paramètres tels que l'âge, le statut hormonal, la densité mammaire sont considérés comme des variables pouvant influencer les résultats de la mammographie.

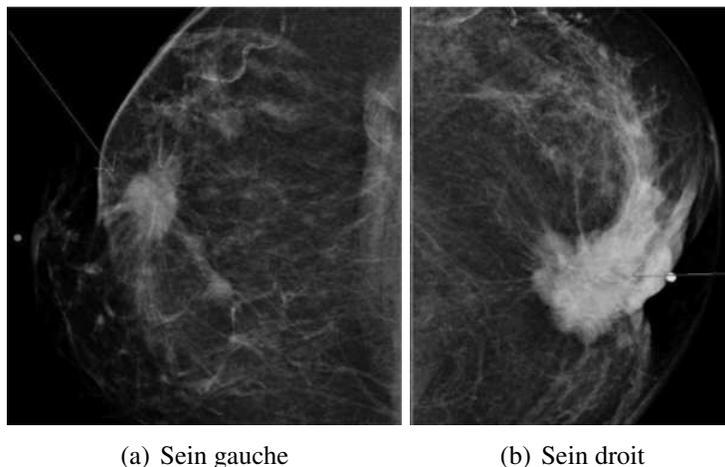


FIGURE I.10 – Exemple de mammographie.

### I.2.1.2 Insuffisances techniques

Dans sa mise en œuvre, la sensibilité de la mammographie est extrêmement liée à certaines variables. Un non respect de la procédure de l'une des variables induit immédiatement une mauvaise qualité de la mammographie :

- le positionnement du sein est essentiel afin de garantir l'inclusion des cancers excentrés ;
- l'augmentation de la densité peut, perturber la lecture mammographique et notamment la recherche de masses sous-jacentes [Alumni (2012)] et diminuer la sensibilité de la mammographie de 48% [Kolb et al. (2002)] ;
- la compression devient difficile, voire impossible, dans un contexte de syndrome inflammatoire aigu du sein ;
- la nécessité d'une double lecture afin d'éviter une erreur d'interprétation des impressions techniquement insuffisantes.

Bien que la mammographie soit actuellement l'outil le plus couramment utilisé pour la détection précoce du cancer du sein, les sénologues ne parviennent pas à détecter 10% à 30% des cancers du sein. Le taux d'échec en mammographie est augmenté dans les cas de seins denses où la probabilité de cancer est quatre à six fois plus élevée. Afin d'améliorer la sensibilité de la mammographie, des techniques d'imagerie complémentaires telles que l'échographie et l'IRM sont souvent recommandées.

## I.2.2 Imagerie par ultrasons

Les ultrasons sont des ondes sonores de haute fréquence inoffensives et inaudibles à l'homme dont la fréquence est supérieure à 20.000Hz possédant à la fois des propriétés mécaniques et élastiques et se propagent au travers des supports fluides, solides ou gazeux. L'échographie est une technique d'imagerie médicale qui repose sur l'utilisation d'ultrasons. Elle fait partie intégrante du bilan sénologique avec deux rôles importants : la détection et la caractérisation d'une lésion mammaire où la mammographie est prise à défaut ou contre indiquée (cas de la femme enceinte). Si l'échographie permet de mieux visualiser certaines structures, elle reste inutilisable dans le cadre du dépistage et ne peut remplacer la mammographie, notamment dans le cas de cancers de type microcalcification [Balu-Maestro et al. (2006)]. Si l'intérêt de l'échographie en cancérologie mammaire se résume bien souvent à la recherche des calcifications ou des masses, plusieurs études montrent qu'une échographie détaillée, bilatérale et incluant les aires ganglionnaires, peut permettre d'apporter de nombreuses informations supplémentaires (Figs.I.11(a) et I.11(b)).

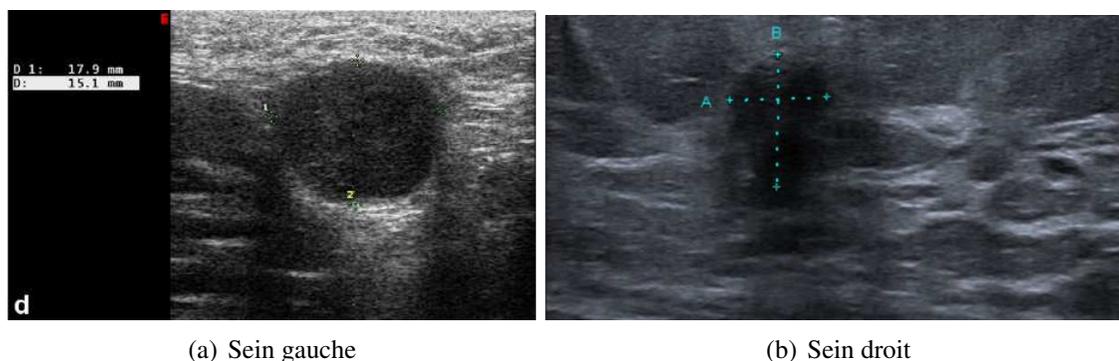


FIGURE I.11 – Exemple d'échographie.

### I.2.2.1 Principe de fonctionnement

En ce qui concerne les ultrasons, c'est en 1794 que Lazzaro Spallanzani<sup>3</sup>, soupçonna le premier l'existence des ultrasons. Un peu plus tard soit en 1883, Francis Galton<sup>4</sup> a découvert véritablement les ultrasons. Le but de l'échographie mammaire est d'émettre des ultrasons dans le sein, puis de les réceptionner afin d'établir un diagnostic. Pour cela, le sénologue se sert d'une sonde permettant l'émission et la réception d'ultrasons, le signal (ou l'image) reçu montre l'intérieur du sein (Figs.I.11(a) et I.11(b)). Un gel appliqué entre la peau et la sonde permet d'éviter la présence d'air. Ce qui a pour conséquence d'obtenir une image nette. Les ultrasons ne changent quasiment pas de vitesse entre chaque milieu. Cela est très important car la vitesse des ultrasons dans l'air est

3. Biologiste italien; 10 janvier 1729, Scandiano – 12 février 1799, Pavie.

4. Physiologiste anglais; 16 février 1822, Birmingham – 17 janvier 1911, Haslemere.

beaucoup plus lente que dans l'eau qui constitue le principal composant de ce gel. L'échographie reste indolore généralement.

### I.2.2.2 Insuffisance technique

Dans la pratique clinique, l'échographie mammaire possède des performances limitées par le volume mammaire, l'hétérogénéité du parenchyme mammaire et la profondeur des lésions. Le défaut majeur de l'échographie est que ses résultats dépendent fortement des compétences du technicien chargé de l'opération de manipulation.

### I.2.3 Imagerie par Résonance Magnétique

L'IRM est une technique radiologique récente, non invasive et sans effets secondaires connus, basée sur le phénomène physique de Résonance Magnétique Nucléaire (RMN). En l'état actuel de l'évolution des technologies radiologiques, l'apport de l'IRM est incontestable. En effet, L'IRM permet d'accéder à une vue de tous les plans de l'espace et l'obtention d'images de grande qualité. De plus, elle fournit une image haute résolution qui permet une étude approfondie de la pathologie. Toutefois, vu le coût de l'IRM, la mammographie et l'échographie mammaire demeurent les techniques radiologiques de base pour la prise en charge du cancer. L'IRM se présente donc comme un outil complémentaire (seconde intention) de diagnostic après des résultats équivoques, afin de confirmer ou infirmer la nature d'une lésion et de gérer au mieux l'ensemble du dossier sénologique de la patiente. C'est un examen indolore qui nécessite souvent une injection de produit de contraste (chélates de gadolinium). La figure I.12 présente l'image IRM des seins gauche et droit d'une patiente [Kachouri (2012)].

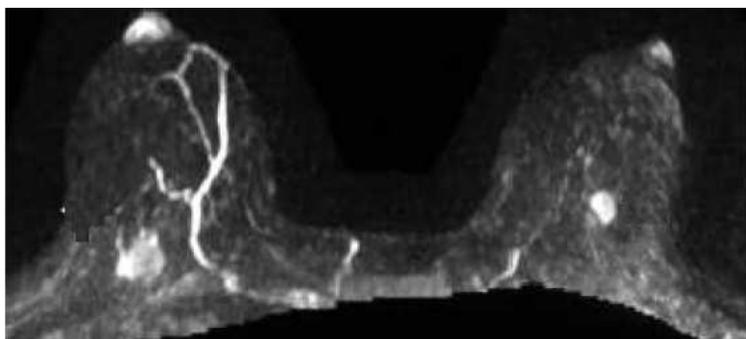


FIGURE I.12 – Exemple de IRM mammaire bi-sein.

#### I.2.3.1 Principe de fonctionnement

La RMN a été conceptualisée en 1946 par Bloch et Purcell<sup>5</sup>. Cette technique a depuis été largement utilisée dans plusieurs domaines (chimie, biologie, ...) compte tenu du fait qu'elle s'applique

---

5. Prix Nobel de physique en 1952.

à tout corps contenant des atomes d'hydrogène. Dans l'application de la RMN sur le corps humain, il s'agit simplement d'observer des protons des molécules d'eau H<sub>2</sub>O qui sont abondants dans l'organisme (80%) [Borel (2001)]. Les premiers développements en IRM datent des années 1973. Cependant, c'est en 1979 que les premières images d'IRM chez l'homme ont été réalisées.

L'IRM fournit des images obtenues grâce à l'association de trois types de champs électromagnétiques auxquels va être soumis le patient :

- **un champ magnétique statique** : il oriente les noyaux d'hydrogène ou les protons d'hydrogène du corps du patient dans la même direction que les lignes de champ. Il est généré par un aimant permanent (matériau paramagnétique) ou par un électro-aimant.
- **un champ magnétique variable dans l'espace** : Le champ magnétique statique, pulsé et variable dans l'espace, est généré par trois paires de bobines parcourues par un courant continu et orienté selon les trois axes de l'espace. Ce champ, présent seulement pendant l'examen, est généré de façon impulsionnelle avec une très basse fréquence de répétition. Chaque paire de bobines génère une variation graduelle du champ magnétique statique principal, permettant ainsi un codage spatial de l'image et l'obtention de coupes dans les trois plans : horizontal, vertical et transversal.
- **un champ électrique radiofréquence** : Il est appliqué aux tissus analysés et fait entrer en résonance les noyaux d'hydrogène ou les protons. À l'arrêt de cette stimulation, les protons d'hydrogène retournent à leur état fondamental en restituant de l'énergie électromagnétique qui, une fois captée, est traduite en image.

### I.2.3.2 Insuffisances techniques

Les problèmes techniques liés à l'IRM sont de plusieurs ordres :

- des réactions allergiques de certaines patientes au produit de contraste (Gadolinium) qui peut provoquer des cancers [Rogosnitzky and Branch (2016)];
- le port d'un pacemaker constitue une contre-indication absolue car la RMN de haute intensité peut provoquer un déplacement de pièces métalliques ou leur échauffement ;
- une claustrophobie sévère ou l'impossibilité de rester immobile pendant une vingtaine de minutes sont considérées comme des contre-indications relatives ;
- une diminution des réflexes à la suite de l'examen ;
- le coût.

## I.3 Caractéristiques des images mammaires

Dans l'imagerie médicale principalement dans les images mammaires, l'identification de la nature du bruit est une étape fondamentale à réaliser pour évaluer la qualité de l'image d'une part et

pour choisir la méthode de correction adéquate d'autre part. A cet effet, la nature du bruit est intrinsèquement liée au système d'acquisition, à l'environnement externe (les conditions d'illumination) et interne (le corps humain). Notre travail consistera à éliminer (réduire) le bruit.

### I.3.1 Bruit

Dans cette sous-section, nous allons présenter quelques types de bruits en particulier ceux qui sont générés par la mammographie, l'échographie mammaire et l'IRM mammaire.

#### I.3.1.1 Définition

Le concept de *bruit* joue un rôle crucial dans l'analyse statistique des signaux. Les notions de signal et de bruit sont très relatives. Le bruit (noise en anglais) est une perturbation sur le signal attendu (ou observé) et cela a pour effet d'engendrer une sensation gênante ou désagréable. Il devient alors une partie intégrante du signal observé mais reste la partie indésirable d'un point de vue visuel ou sonore. Ces deux signaux peuvent être représentés en 1-D (son) ou 2-D (image) selon le capteur. En image, on peut définir un bruit comme la manifestation d'un phénomène de brusque variation de l'intensité d'un pixel par rapport à son voisinage immédiat, il provient de l'éclairage des dispositifs optiques, d'électronique du capteur et de l'environnement.

#### I.3.1.2 Différents types de bruit

Pendant toute mesure physique, il est probable que le processus d'acquisition du signal soit corrompu par une certaine quantité de bruit. Les sources et les types de bruit dépendent de la mesure physique qui lui-même est fonction du système d'acquisition. Le bruit provient souvent d'une source différente de celle qui doit être mesurée, mais il est parfois dû au processus de mesure lui-même. Souvent, une mesure est corrompue par plusieurs sources de bruit et il est généralement difficile de les caractériser complètement. Il existe plusieurs types de bruits :

- **Le bruit thermique ou bruit de Johnson-Nyquist** est dû à l'énergie thermique d'une puce (agitation naturelle des électrons), qui augmente avec la température du capteur. Les électrons générés thermiquement s'accumulent dans les puits de la puce et sont indiscernables des photoélectrons. Le bruit thermique se produit même en l'absence de lumière et est donc parfois appelé bruit de courant sombre. Ce type de bruit dépend fortement du tempérament du capteur, mais aussi du temps d'exposition ainsi que du réglage ISO de la caméra. Chaque pixel peut être approximativement modélisé comme un gaussien. Le bruit thermique est un exemple de bruit qui peut être réduit en modifiant le processus d'acquisition du signal ou en refroidissant le capteur de la caméra réduit.
- **Le bruit de quantification uniforme** : La quantification consiste à attribuer aux échantillons prélevés à un intervalle de temps, un nombre fini de valeurs d'amplitude. L'effet de la quan-

tification revient à ajouter au signal  $x(t) = x_n(t) + \epsilon(t)$  un signal d'erreur  $\epsilon(t)$  (Fig.I.13(b)) appelé bruit de quantification, non corrélé avec  $x(t)$  (Fig.I.13(a)).

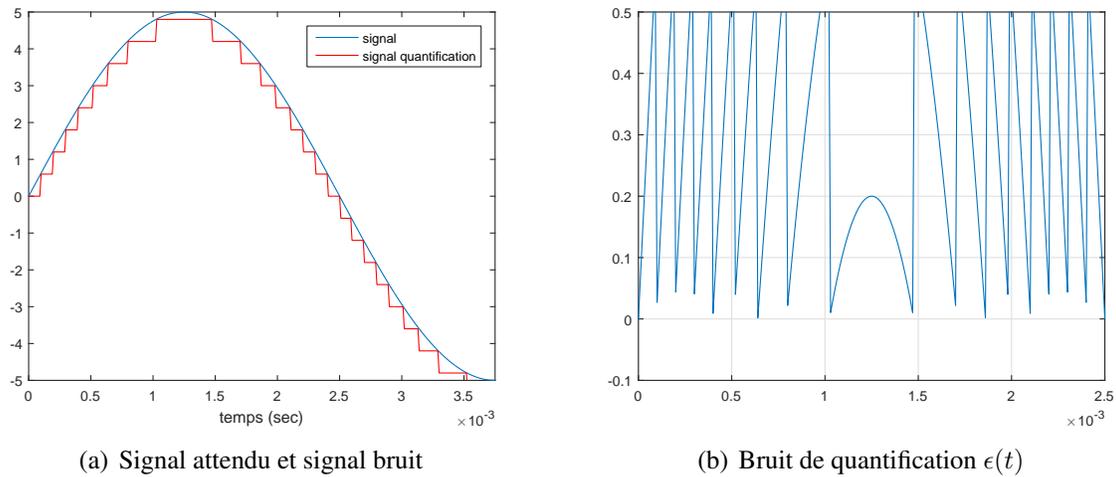


FIGURE I.13 – Représentation d'un signal 1-D.

Le bruit de quantification se produit lorsqu'une variable aléatoire continue est convertie en une variable discrète ou lorsqu'une variable aléatoire discrète est convertie en une variable avec moins de niveaux. Dans les images, le bruit de quantification se produit souvent dans le processus d'acquisition. L'image peut être continue au début, mais pour être traitée, elle doit être convertie en une représentation numérique. Lorsque le nombre de niveaux de quantification est faible, le bruit de quantification devient dépendant du signal. Dans une image bruitée, les caractéristiques du signal peuvent être discernées. De plus, le bruit est corrélé pixel par pixel et non uniformément réparti.

- **Les bruits impulsionsnels** : Ces bruits sont considérés comme des sauts aléatoires et brusques. Deux modèles de bruit sont communément employés dans la littérature pour décrire un bruit impulsionsnel. Ce sont le bruit impulsionsnel poivre (noir) et sel (blanc) et le bruit impulsionsnel aléatoire uniformément réparti [Chan et al. (2004)]. Considérons une image originale non bruitée  $g(x, y)$  avec une dynamique de niveau de gris  $[d_{min}, d_{max}]$ , les deux modèles de bruit impulsionsnel sont décrits ci-après :

1. **Le bruit impulsionsnel sel et poivre** : Le bruit impulsionsnel poivre et sel ne peut prendre comme valeurs de niveau de gris que le maximum ( $d_{max}$ ) ou le minimum ( $d_{min}$ ) de la dynamique de l'image et cela de façon aléatoire dans le plan image en insérant autant de bruit de sel et de poivre (I.1) avec une probabilité ( $p/2$ ) (I.2). La figure I.14 représente une distribution d'un bruit impulsionsnel sel et poivre. Le niveau de gris du pixel localisé en  $(x, y)$  de l'image bruitée  $f$  est exprimée par :

$$f(x, y) = \begin{cases} d_{min}, & \text{avec la probabilité } p/2, \\ d_{max}, & \text{avec la probabilité } p/2, \\ g(x, y), & \text{avec la probabilité } 1 - p \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

$$p(z) = \frac{1}{b - a}, \quad \forall z \in [a; b] \quad (\text{I.2})$$

Un exemple où le bruit de sel et de poivre se pose est la transmission d'images sur des

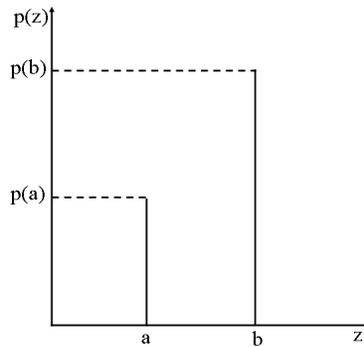


FIGURE I.14 – Représentation d'un signal sel et poivre.

liens numériques assez bruités.

2. **Le bruit impulsionnel aléatoire uniformément réparti** : Le bruit impulsionnel aléatoire uniformément réparti peut prendre comme valeurs de niveau de gris toutes les valeurs possibles de la dynamique de l'image tel que définit par l'équation (I.3). Il est réparti spatialement aussi de manière aléatoire sur l'image. Le niveau de gris du pixel localisé en  $(x, y)$  de l'image  $f$  bruitée s'écrit comme suit :

$$f(x, y) = \begin{cases} d_k, & \text{avec la probabilité } p, \\ g(x, y), & \text{avec la probabilité } 1 - p \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

où les  $d_k \in [d_{min}, d_{max}]$  sont des nombres aléatoires.  $p$  est la probabilité d'apparition du bruit aléatoire impulsionnel uniformément réparti (I.2).

- **Le bruit de Poisson** : Fondamentalement, la plupart des dispositifs d'acquisition d'images sont des compteurs de photons. Soit  $a$  le nombre de photons comptés à un endroit donné (un pixel) dans une image. La distribution est habituellement modélisée comme Poisson avec le paramètre  $\lambda$  (I.4). Ce bruit est également appelé bruit de photons ou bruit de comptage de Poisson.

$$p(a = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \quad (\text{I.4})$$

- **Speckle en anglais ou bruit multiplicatif** : Le speckle est vu comme un bruit multiplicatif statistiquement indépendant du signal par plusieurs chercheurs. Les travaux sur le speckle de Goodman (1976) ont largement contribué dans une large mesure à sa définition et à poser ses propriétés fondamentales. Goodman (1976) a proposé qu'il était intéressant d'étudier les propriétés statistiques du bruit vu les connaissances limitées concernant certains détails physiques du speckle. Généralement, le speckle est modélisé comme un processus aléatoire suivant une densité de probabilité gaussienne ((I.5), Fig.I.15). Soit une variable de bruit  $z$  considérée comme étant une variable aléatoire suivant une densité de probabilité de loi normale centrée (Fig.I.15), nous avons :

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{I.5})$$

où  $\sigma$  et  $\mu$  sont respectivement l'écart-type et la moyenne.

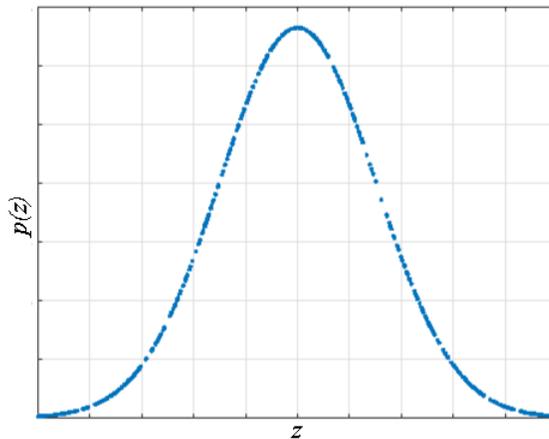


FIGURE I.15 – Représentation d'une fonction gaussienne 1-D.

L'image observée se modélise comme suit :

$$f(x_1, x_2) = g(x_1, x_2)(1 + b_\sigma(x_1, x_2)) \quad (\text{I.6})$$

C'est un bruit de type granulaire qui existe et dégrade la qualité des images. Il est directement proportionnel au niveau de gris local dans n'importe quelle zone. Le signal (Fig.I.16(a)) et le bruit (Fig.I.16(b)) sont statistiquement indépendants l'un de l'autre. Lorsque la lumière cohérente frappe une surface, elle est réfléchiée. En raison des variations microscopiques de la rugosité de surface à l'intérieur d'un pixel, le signal reçu est soumis à des variations aléatoires de phase et d'amplitude. Certaines de ces variations de phase s'ajoutent de manière constructive, ce qui entraîne de fortes intensités. D'autres ajoutent de façon déconstructive,

ce qui entraîne de faibles intensités. Cette variation est appelée speckle.

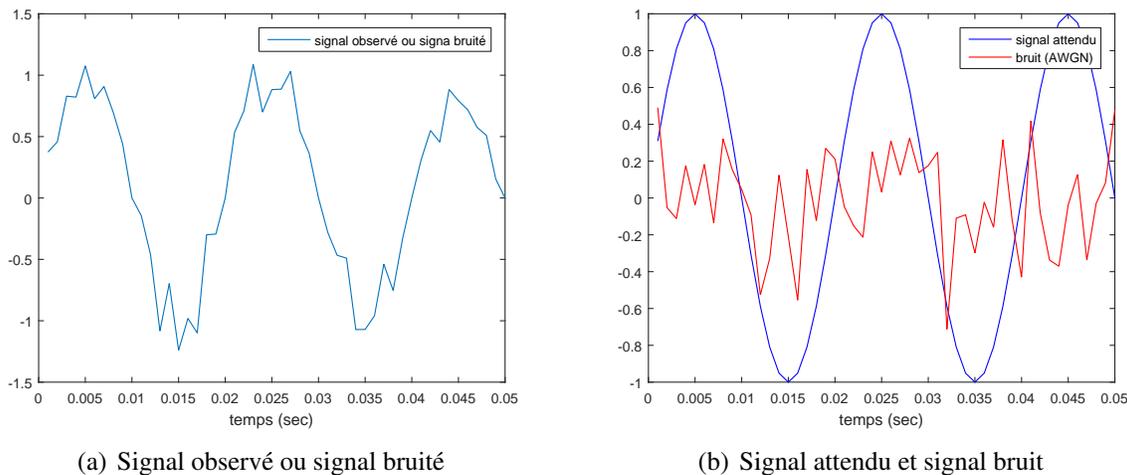


FIGURE I.16 – Représentation d'un signal 1-D bruité.

Dans les images d'échographie mammaire (Fig.I.17), le bruit est modélisé par un bruit multiplicatif qui rend les bords peu clairs et détruit la qualité d'image. Ce bruit se produit généralement lorsque les détails dans les tissus sont petits, masquant ainsi les détails de l'image.

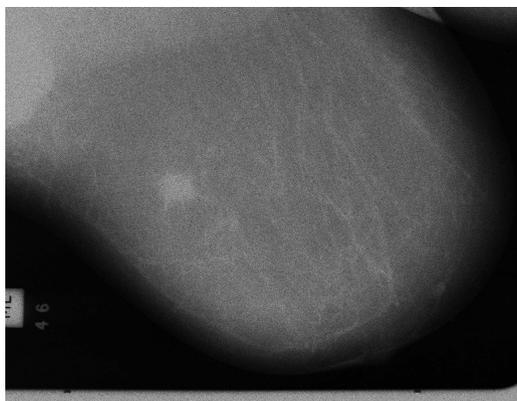


FIGURE I.17 – Image d'échographie bruitée.

- **Le bruit blanc additif gaussien (en anglais Additif White Gaussian Noise (AWGN)) :** L'AWGN est un modèle de bruit de base utilisé dans la théorie de l'information pour imiter l'effet de nombreux processus aléatoires qui se produisent dans la nature. La compréhension de AWGN se fait en définissant trois concepts qui sont le bruit blanc, le bruit gaussien et le bruit additif. Le *bruit blanc* peut être interprété comme un mélange en égales proportions de bruits aléatoires de fréquences diverses, depuis les fréquences nulles jusqu'aux fréquences infinies. C'est une analogie avec la couleur blanche qui a des émissions uniformes à toutes

les fréquences dans le spectre visible. Le *bruit gaussien* suit une distribution normale de moyenne et variance données. Le *bruit additif* s'ajoute au signal original ((I.7), Figs.I.19(c), I.19) et pourrait être intrinsèque au système d'information. Ainsi, l'AWGN en traitement d'image se définit comme une variable aléatoire tirée d'une distribution normale qui est ajoutée à la valeur propre du pixel. La distribution est la même pour chaque pixel (c'est-à-dire que la moyenne et la variance sont les mêmes) et les échantillons de bruit sont distribués indépendamment les uns des autres. On considère la modélisation suivante :

$$f(x_1, x_2) = g(x_1, x_2) + b_\sigma(x_1, x_2) \quad (\text{I.7})$$

où  $g$ ,  $b_\sigma$  et  $f$  sont respectivement le signal original, le signal bruit et le signal observé. Dans le cas d'un signal 1-D (son),  $x_1 = x$  et  $x_2 = t$  et dans le cas d'un signal 2-D (image),  $x_1 = x$  et  $x_2 = y$  (ils représentent la position d'un pixel dans l'image).

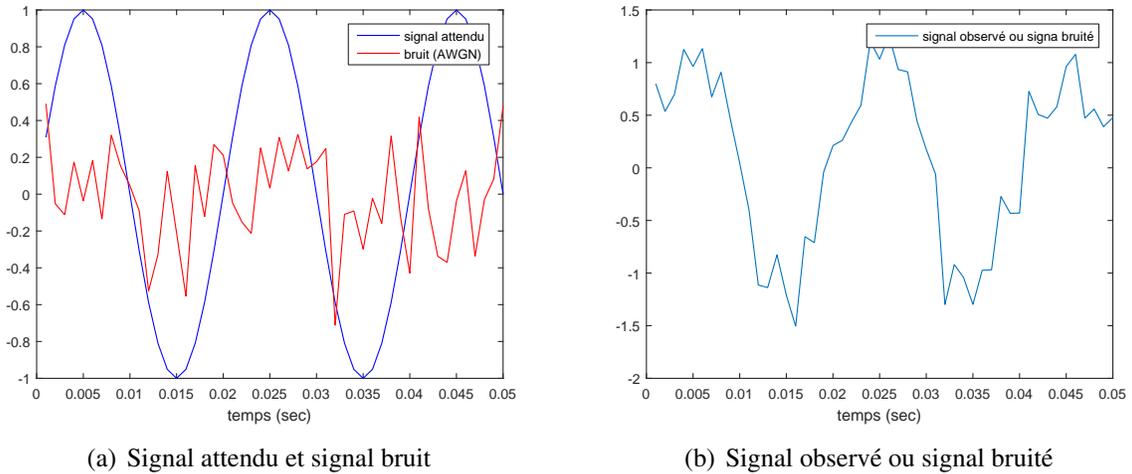


FIGURE I.18 – Représentation d'un signal 1-D bruité.

— **Le bruit Ricien** : Le bruit Ricien a été construit à partir du bruit gaussien blanc dans le domaine complexe. Premièrement, deux images sont calculées :

$$\text{Re}[I(x_1, x_2)] = I_0(x_1, x_2) + \eta_1(x_1, x_2), \quad \eta_1(x_1, x_2) \sim N(0, \sigma) \quad (\text{I.8})$$

$$\text{Im}[I(x_1, x_2)] = \eta_2(x_1, x_2), \quad \eta_2(x_1, x_2) \sim N(0, \sigma) \quad (\text{I.9})$$

où  $\text{Re}[I(x_1, x_2)]$  et  $\text{Im}[I(x_1, x_2)]$  sont respectivement la partie réelle et imaginaire de l'image correspondante.  $I_0$  et  $\sigma$  sont respectivement l'image originale et l'écart-type de l'AWGN. Deuxièmement, l'image bruitée s'écrit comme suit :



FIGURE I.19 – Représentation d’un signal 2-D bruité :  $Image\ bruitée = Image\ recherchée + Bruit$ .

$$I_{noise}(x_1, x_2) = \sqrt{Re^2[I(x_1, x_2)] + Im^2[I(x_1, x_2)]} \quad (I.10)$$

$$p(I_{noise}) = \frac{I_{noise}}{\sigma} e^{-\frac{I_{noise}^2 + \nu^2}{2\sigma^2}} B_0\left(\frac{I_{noise}\nu}{\sigma^2}\right) \quad (I.11)$$

où  $B_0(z)$  est la Fonction de Bessel modifiée de première espèce et d’ordre 0 [Rice (1944)].

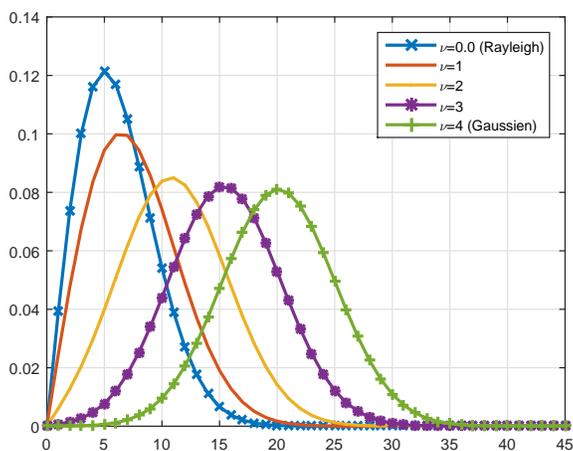


FIGURE I.20 – Fonction de densité de probabilité de la distribution de Rice pour différentes valeurs de  $\nu$  pour  $\sigma = 1$ .

Dans la fonction de densité de distribution de Rice (I.11) le rapport signal sur bruit  $SNR = \frac{\nu}{\sigma}$  est égal à  $\nu$  si  $\sigma = 1$ . Nous remarquons que pour  $\nu = 0$ , la distribution de Rice (I.11) équivaut

à une distribution de Rayleigh (I.12).

$$p(I_{noise}) = \frac{I_{noise}}{\sigma} e^{-\frac{I_{noise}^2}{2\sigma^2}} \quad (I.12)$$

Pour  $\nu \gg 3$ , la distribution de Rice (I.11) équivaut à une distribution gaussienne (I.5).

Dans les images IRM mammaires (Fig.I.21), le bruit présent dans les régions d'intérêt est approché par un AWGN [Gudbjartsson and Patz (1995)] et les bords de l'image suivent une distribution ricienne [Krissian and Aja-Fernández (2009)].

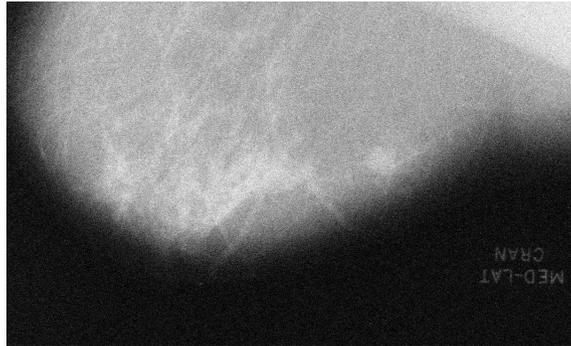


FIGURE I.21 – Image IRM bruitée.

Les champs magnétiques produisent une hétérogénéité d'intensité dans un même tissu du sein. Ceci a pour effet de provoquer une hétérogénéité dans la distribution des intensités des images obtenues. Bien que, cette imperfection n'est pas gênante pour le sénologue elle devient toutefois, très problématique, encore plus avec la présence de bruit, pour un outil de traitement d'images.

Dans la suite du manuscrit, on approchera le bruit par une distribution gaussienne sur la région d'intérêt. Dans ce cas, ce bruit est supposé additif gaussien [Krissian and Aja-Fernández (2009)] de moyenne  $\mu = 0$  et de variance  $\sigma^2$ .

## I.3.2 Contraste

### I.3.2.1 Définition

Pendant la phase d'acquisition et/ou de traitement de l'image par l'homme ou la machine, une atténuation du contraste visuel est introduite ce qui devient préjudiciable à tout traitement ultérieur effectué sur l'image. Le contraste est l'un des paramètres les plus étudiés en traitement d'image. C'est une propriété liée intrinsèquement à la nature de l'image. La notion de contraste prend ses origines dans les expériences psycho-visuelles. Le contraste quantifie la différence de

luminosité entre les zones d'intensité faible et forte d'une image. En d'autres termes, il qualifie la différence de signal entre deux zones adjacentes de l'image (Fig.I.22). Il n'existe pas de définition universelle du contraste [Beghdadi et al. (1986)]. Toutefois, l'approche définitionnelle proposée par [Michelson (1927)] est l'une des plus connues qui se définit comme une mesure de visibilité des franges d'interférences sur des mires dont la luminance variait de façon sinusoïdale de  $L_{min}$  à  $L_{max}$ .

$$C^M = \frac{L_{max} - L_{min}}{L_{max} + L_{min}} \quad (I.13)$$

où  $L_{max}$  et  $L_{min}$  sont les valeurs de luminance maximales et minimales dans l'image. Dans le cadre de l'image, on remplacera la luminance ( $L$ ) par l'intensité ( $I$ ) dans l'équation (I.13). L'image apparaîtra très contrastée si  $L_{min} = 0$  (atténuation totale)  $\Rightarrow C^M = 1$ . L'image n'aura aucun contraste si  $L_{max} - L_{min} = 0$  (atténuation équivalente)  $\Rightarrow C^M = 0$ . Une formule de contraste peut se définir comme suit :

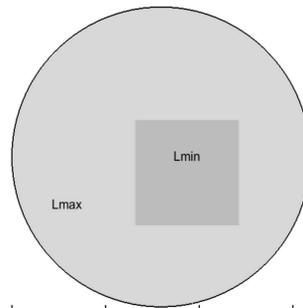


FIGURE I.22 – Contraste de luminosité.

### I.3.2.2 Contraste en imagerie médicale : cas du cancer du sein

En imagerie médicale, la qualité de l'image se définit en termes d'efficacité avec laquelle une image peut être utilisée pour réaliser une tâche donnée (diagnostic) [Tapiovaara (2004)]. Ainsi, la pertinence du diagnostic et la qualité de l'image sont fortement corrélées entre elles et directement liées au contraste. Dans le cas de l'image du sein, le contraste dépend essentiellement de l'épaisseur de la structure que l'on veut observer (ici l'intérieur du sein) et non de l'épaisseur totale traversée. Plus la structure est fine, plus le contraste sera faible.

Pour les images médicales, le traitement du contraste exige une précision plus importante, car un sur-rehaussement ou un sous-rehaussement du contraste, peut engendrer des faux positifs ou des faux négatifs qui peuvent entacher la qualité du diagnostic du sénologue.

## I.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté l'anatomie et le cancer du sein en détaillant le mécanisme de prolifération, son épidémiologie, ses pathologies et une classification des différents cancers. En

raison de la morphologie interne du sein qui est dite *aérée* et les différentes zones du sein qui sont sujettes à la naissance du cancer, les différentes pathologies restent difficiles à détecter et à diagnostiquer. Les techniques d'acquisition des images du sein que sont l'imagerie par rayons X (mammographie), l'imagerie par ultrason (échographie) et l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) que nous avons décrites, aident à résoudre ce problème.

En tant que technique d'imagerie fréquemment utilisée comme outils de détection et diagnostic de pathologies mammaires, la mammographie possède l'inconvénient de détecter difficilement les microcalcifications et fournit des masses avec des formes mal définies et cela à cause de sa mauvaise sensibilité. Quant à l'échographie, deuxième technique d'imagerie utilisée, elle possède une sensibilité plus élevée que celle de la mammographie, et fournit un meilleur diagnostic et une meilleure détection. Comparée aux différentes techniques d'imagerie médicale, l'IRM est celle qui offre la possibilité de visualiser toutes les formes de pathologies mammaires liées au cancer. En effet, ces dernières années, l'IRM mammaire s'est imposée comme un examen de premier plan dans l'investigation des pathologies mammaires parce qu'elle possède une sensibilité supérieure à celle de la mammographie et de l'échographie et qu'elle offre une excellente corrélation entre la taille fournie par l'IRM et la taille macroscopique de la tumeur [Weinreb and Newstead (1995)].

Cependant, toute image fournie par ces dispositifs d'acquisition est bruitée et présente un faible contraste. A la fin du chapitre, nous avons décrit à la fois les bruits issus des techniques d'imagerie mammaire et d'autres types de bruit. En particulier, nous avons indiqué que le bruit issu de l'IRM peut être modélisé par un bruit blanc additif gaussien (AWGN en anglais).

Dans le chapitre II nous présentons les méthodes de filtrage qui permettent d'éliminer ce type de bruit tout en préservant les détails importants de manière à aider à une bonne interprétation des structures d'intérêt de l'image.

# Méthodes de filtrages basées sur les EDPs

## Sommaire

---

<b>II.1 EDPs et analyse multi-échelles</b> . . . . .	<b>36</b>
II.1.1 Modèles utilisés en traitement d'images . . . . .	37
II.1.2 Analyse multi-échelles . . . . .	41
<b>II.2 Diffusion isotrope ou linéaire</b> . . . . .	<b>42</b>
II.2.1 Produit de convolution . . . . .	42
II.2.2 Équation de la chaleur ou équation de diffusion linéaire . . . . .	42
<b>II.3 Diffusion anisotrope ou non linéaire à dérivée d'ordre entier</b> . . . . .	<b>44</b>
II.3.1 Modèle de Perona-Malick . . . . .	44
II.3.2 Modèles non linéaire dérivés d'autres EDPs . . . . .	51
II.3.3 Modèles hybrides . . . . .	53
<b>II.4 Conclusion</b> . . . . .	<b>59</b>

---

Dans le chapitre I nous avons présenté les images mammaires. Parmi ces images nous nous sommes intéressés aux IRM du cancer du sein. En effet, l'IRM détecte la plupart des pathologies liées au cancer et fournit des images avec une meilleure résolution. Cependant, ces données sont généralement pourvues d'artéfacts qui peuvent être gênants à la fois pour l'interprétation et le traitement. De tous ces artéfacts, le bruit est inévitable. En effet, ce signal indésirable vient se superposer à l'image et influe sur sa qualité. Afin d'y remédier, de nombreux outils ont été élaborés. L'idée principale reste essentiellement de le réduire au mieux tout en respectant l'intégrité de l'image originale. La problématique du débruitage (filtrage du bruit) est un sujet important et fondamental vu sa position dans la chaîne de traitement des images. En effet, les résultats obtenus de cette opération influent largement sur les techniques du post-traitement (segmentation, classification et interprétation).

Dans la littérature, il existe plusieurs types de filtres dont le choix dépend du type de bruit considéré et des caractéristiques de l'image. Les images issues de l'IRM, de par leur complexité (contours, assez de structures fines, faible contraste et fortement bruité), peuvent être filtrées efficacement avec des outils mathématiques décrivant des lois de la physique, comme les Équations aux Dérivées Partielles (EDPs).

Les EDPs ont été largement employées pour le débruitage des images ces dernières décennies. Trois types d'EDPs sont classiquement utilisés. Ce sont la diffusion linéaire, la diffusion non linéaire et la minimisation fonctionnelle énergétique. La diffusion linéaire est la porte d'entrée des EDPs en débruitage, la diffusion non linéaire est l'approche axiomatique de l'analyse multi-échelle et la minimisation fonctionnelle énergétique est l'approche variationnelle.

Ce chapitre n'aborde pas la minimisation fonctionnelle. Il débute par la présentation des équations aux dérivées partielles et l'analyse multi-échelle (section II.1). Ensuite, il aborde, la diffusion linéaire ou isotrope (section II.2), la diffusion anisotrope à ordre entier (section II.3). Puis, les limitations de ces différentes diffusion sont présentées. Enfin, une conclusion termine ce chapitre (section II.4).

## II.1 EDPs et analyse multi-échelles

Une EDP est une équation dont les inconnues sont une fonction qui fait intervenir plusieurs variables et des dérivées partielles de cette fonction. La forme générale d'une EDP est la suivante :

$$F(x_1, \dots, x_m, u, \partial_{x_1} u, \dots, \partial_{x_1}^2 u, \partial_{x_1 x_2}^2 u, \dots, \partial_{x_m}^n u) = 0 \quad (\text{II.1})$$

où, la fonction  $F$  est à valeurs vectorielles en général. Les composantes  $x_1, \dots, x_m$  sont parfois des variables indépendantes,  $u$  représente la fonction inconnue.  $\partial_{x_m}^n u$  est la différentielle  $n^{\text{ième}}$  de  $u$  par rapport à  $x_m$ . L'équation (II.1) est dite d'ordre  $n$  quand elle contient au moins une dérivée partielle d'ordre  $n$  ( $n$  étant l'ordre le plus élevé). Elle peut être d'ordre entier ou d'ordre non entier

(fractionnaire). Les toutes premières EDPs étaient d'ordre entier. Un peu plus tard, diverses correspondances entre Gottfried Leibniz <sup>1</sup>, Guillaume de l'Hospital <sup>2</sup>, et Johann Bernoulli <sup>3</sup>, à la fin du *XVII*<sup>ème</sup> siècle, ont vu la naissance de la dérivation d'ordre fractionnaire. Nos recherches se sont intéressées à l'application des à ordre entier. Dans nos recherches futures, nous nous intéresserons aux EDPs à ordre fractionnaire.

## II.1.1 Modèles utilisés en traitement d'images

### II.1.1.1 Équation de la chaleur

Une EDP simple est celle de l'équation de la chaleur (II.8), connue également sous le nom de l'équation de diffusion. Considérons un domaine  $\Omega$  de l'espace à  $N$  dimensions ( $N = 1, 2$  ou  $3$ ),  $x \in \Omega$  la variable d'espace et  $t$  la variable temps. Soient la fonction  $f \equiv f(x, t)$  la source de chaleur, et la fonction température inconnue  $u(x, t)$  toutes deux dans  $\Omega$ . Soit  $J$  la quantité de chaleur,  $J$  vaut  $\lambda u$  avec  $\lambda$  qui représente la chaleur spécifique.

La loi de conservation de l'énergie ou de la quantité de chaleur permet de déterminer la température  $u$ . Si  $V \in \Omega$  est un volume élémentaire, la variation de la quantité de la chaleur au cours du temps peut s'écrire :

$$\frac{d}{dt} \left( \int_V \lambda u dx \right) = \int_V f dx - \int_{\partial V} J \cdot n ds \quad (\text{II.2})$$

où  $\partial V$ ,  $n$  et  $ds$  sont respectivement le bord, la normale extérieure unité de  $V$  et un élément de surface. En appliquant le théorème de Gauss, on obtient :

$$\int_{\partial V} J \cdot n ds = \int_V \text{div} J dx \quad (\text{II.3})$$

En utilisant l'équation (II.2) et le volume élémentaire quelconque indépendamment de  $t$ , on a :

$$\lambda \partial_t u + \text{div} J = f \quad (\text{II.4})$$

L'équation (II.4) est celle de l'équation de continuité. Rappelons que l'opérateur de divergence se définit comme suit :

$$\text{div} J = \sum_{i=1}^N \partial_{x_i} J_i, J = (J_1, \dots, J_N)^\top \quad (\text{II.5})$$

La loi de Fourier [[Baron Fourier \(1831\)](#)] permet de relier proportionnellement le flux de la chaleur  $J$  au gradient de température  $\nabla u$ . Ainsi, on a :

$$J = -D_1 \nabla u \quad (\text{II.6})$$

1. mathématicien, philosophe ; 01 juillet 1646-14 novembre 1716.

2. mathématicien ; 1661 -02 février 1704.

3. mathématicien ; 06 août 1667-01 janvier 1748.

où  $D_1 > 0$  est la conductivité thermique ou coefficient de diffusion. Le signe "–" traduit le fait que les échanges tendent à uniformiser la température (autrement dit que spontanément les transferts thermiques se produisent du corps chaud vers le corps froid). Rappelons que l'opérateur gradient est défini comme suit :

$$\nabla u = (\partial_{x_1} u, \dots, \partial_{x_N} u)^\top \quad (\text{II.7})$$

En remplaçant l'équation (II.6) dans l'équation (II.4), on obtient l'équation de la chaleur :

$$\begin{cases} \lambda \partial_t u - D_1 \Delta u = f, & (x, t) \in \Omega \times \mathbb{R}_*^+, \\ u(x, t = 0) = u_0(x), & (x) \in \Omega, \\ u(x, t) = 0, & (x, t) \in \partial\Omega \times \mathbb{R}_*^+ \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

où  $\Delta = \text{div} \nabla$  est l'opérateur Laplacien :

$$\Delta u = \sum_{i=1}^N \partial_{x_i}^2 u \quad (\text{II.9})$$

L'équation (II.8) est un problème de Cauchy à cause de la condition initiale en temps et un problème aux limites à cause des conditions aux limites.

**Remarque 1.** *L'équation (II.8) revêt un caractère universel car elle permet de modéliser plusieurs phénomènes comme la migration d'une concentration. En finance, elle est connue sous le nom de modèle de Black et Scholes.*

### II.1.1.2 Équation de Schrödinger

En mécanique ondulatoire, on part de l'hypothèse que l'onde  $\Psi$  associée à une particule ne s'étend pas dans tout l'espace mais est localisée dans un domaine fermé  $\Omega$  à une position  $\vec{r}$ .

$$\Psi(\vec{r}, t) = \int_{\Omega} f(\omega) \exp(-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})) d\omega \quad (\text{II.10})$$

En sachant que  $\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$  (formule de Louis de Broglie) et  $E = \frac{\omega}{\hbar}$  (formule de Planck) dans l'équation (II.10), on obtient l'équation (II.11).

$$\frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) = -\frac{iE}{\hbar} \int_{\Omega} f(\omega) \exp(-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p} \cdot \vec{r})) d\omega \quad (\text{II.11})$$

En supposant que la particule est de masse non nulle  $m$ , l'équation (II.11) conduit à :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) + \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\vec{r}, t) = (E - \frac{p^2}{2m}) \int_{\Omega} f(\omega) \exp(-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p} \cdot \vec{r})) d\omega \quad (\text{II.12})$$

En posant  $E = \frac{p^2}{2m}$  dans le cas d'une particule libre, on a l'équation de Schrödinger suivante :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(\vec{r}, t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec{r}, t) \quad (\text{II.13})$$

### II.1.1.3 Équation des télégraphes ou équation de la chaleur hyperbolique

Dans l'équation (II.8), la chaleur se propage à une vitesse infinie autrement dit l'effet de la chaleur se fait sentir immédiatement à l'infini. Cela ne correspond pas à la réalité physique notamment dans des situations présentant de forts gradients de température ou des temps d'observation très courts [Joseph and Preziosi (1989), Tsai et al. (2005), Fang and Gilbert (2007)]. Cette limite est connue sous le nom de "paradoxe de la chaleur". Ainsi, des améliorations à la loi de Fourier ont été proposées pour pallier cette insuffisance. Parmi celles-ci, l'une des plus anciennes et des plus utilisées est due à Cattaneo [Cattaneo (1948)] (II.14) qui a modifié la loi de Fourier en tenant compte de l'inertie des particules en mouvement.

$$\tau\partial_t J + J = -D_2\nabla u \quad (\text{II.14})$$

où  $\tau$  est le temps de relaxation. Lorsque  $\tau \rightarrow 0$  l'équation (II.14) devient l'équation (II.6). L'équation de Cattaneo (II.14) peut être écrite sous la forme intégrale équivalente :

$$J = \frac{D_2}{\tau} \int_0^t \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau}\right) \nabla u(x, t') dt' + \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) J_0 \quad (\text{II.15})$$

où  $J_0 \equiv J_0(x)$  est une distribution initial du flux. Une propriété importante de l'équation (II.14) est la prise en compte de la préhistoire du processus, puisque le flux dépend du gradient de la concentration antérieure. Plus loin, nous exploiterons cette propriété afin de mieux réduire le bruit tout en préservant les structures d'intérêt de l'image. En remplaçant dans l'équation (II.4).  $J$  par son expression (II.15), on obtient l'équation (II.16) qui est l'équation des télégraphes ou l'équation de diffusion télégraphique.

$$\begin{cases} \tau\partial_t^2 u(x; t) + \lambda\partial_t u(x; t) - D_2\Delta u = f, & (x, t) \in \Omega \times \mathbb{R}_*^+, \\ u(x, t = 0) = u_0(x), & (x) \in \Omega, \\ u(x, t) = 0, & (x, t) \in \partial\Omega \times \mathbb{R}_*^+ \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

où  $\lambda$  est le coefficient d'amortissement.

### II.1.1.4 Equation de Fisher

Le problème de la prévision de changement dans une population donnée est courant et ancien. La population peut être constituée de personnes, de poissons, ou de cellules dans une tumeur.

Dans les études de la dynamique des populations élémentaires, il est souvent proposé qu'une population soit régie par la loi logistique, qui stipule que le taux d'une population  $u = u(t)$  est donnée par :

$$\frac{du}{dt} = ru\left(1 - \frac{u}{k}\right) \quad (\text{II.17})$$

où  $r > 0$  est le taux de croissance et  $k > 0$  est la capacité de charge. Si l'on suppose maintenant que la population  $u$  soit une densité de population et dépende de la variable spatiale ( $x$ ) et du temps ( $t$ ) (c'est-à-dire  $u = u(x; t)$ ), une loi de conservation peut être formulée comme suit :

$$\partial u(x; t) + J = ru\left(1 - \frac{u}{k}\right) \quad (\text{II.18})$$

$$\partial u(x; t) - D_1 \Delta u = ru\left(1 - \frac{u}{k}\right) \quad (\text{II.19})$$

L'équation de Fisher [Fisher (1937)] (II.19) est une équation réaction-diffusion communément utilisée dans de nombreux processus biologiques et chimiques. Abur-Robb (1990) a déduit, par des considérations purement analytiques, des solutions explicites d'ondes progressives à l'équation de population de Fisher avec diffusion :

$$\partial_t u - D_1 \Delta u = -u(u - 1)(u - \alpha) \quad (\text{II.20})$$

$\alpha = \{0; 1\}$ , le seuil de non linéarité.

### II.1.1.5 Équation de type Jeffreys

En combinant l'équation (II.6) et l'équation (II.14), on obtient la forme suivante :

$$\tau \partial_t J + J = -\tau D_1 \partial_t \nabla u - D_1 \nabla u - D_2 \nabla u \quad (\text{II.21})$$

l'équation.(II.21) est appelée la loi de type Jeffreys et peut être écrite sous la forme intégrale équivalente suivante :

$$J = -D_1 \nabla u - \frac{D_2}{\tau} \int_0^t \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau}\right) \nabla u(x, t') dt' + \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) (D_1 \nabla u_0 + J_0) \quad (\text{II.22})$$

où  $D_1 > 0$  et  $D_1 + D_2 > 0$ . En remplaçant l'équation (II.22) dans l'équation (II.4) on obtient l'Equation de Type Jeffreys (ETJ) suivante :

$$\begin{cases} \tau \partial_t^2 u + \lambda \partial_t u - \tau D_1 \partial_t \Delta u - (D_1 + D_2) \Delta u = f, & (x, t) \in \Omega \times \mathbb{R}_*^+, \\ u(x, t = 0) = u_0(x), & (x) \in \Omega, \\ u(x, t) = 0, & (x, t) \in \partial\Omega \times \mathbb{R}_*^+ \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

**Remarque 2.** *Les équations de la chaleur (II.8) et des télégraphes (II.16) sont des cas particuliers de l'ETJ avec  $\tau = 0$  et  $D_1 = 0$ , respectivement. On pourrait modéliser l'équation de Fisher (II.20) en tant qu'un cas particulier de l'ETJ (II.23).*

Certaines EDPs sont introduites comme des outils d'analyse multi-échelles. Ainsi, l'application de ces EDPs en traitement d'image conduit à l'élimination progressive du bruit tout en gardant les structures d'intérêt, au fur et à mesure que le temps de diffusion augmente. L'analyse multi-échelles est le fondement de l'utilisation des EDPs en traitement d'images. Nous la présentons dans le paragraphe (II.1.2).

## II.1.2 Analyse multi-échelles

Les objets contiennent des informations que l'œil humain peut distinguer selon une échelle d'observation, allant de la plus fine (qui permet d'observer les plus petits détails) à la plus grande (qui permet d'observer les structures les plus grossières). Ces deux échelles extrêmes ont été appelées respectivement en anglais *the inner scale* et *the outer scale* par Koenderink (1984). Les observations entre ces deux échelles fournissent une représentation symbolique de la structure hiérarchique d'un objet et permettent ainsi de voir comment les structures fines sont liées aux structures plus grossières de cet objet. Cet ordonnancement des détails en fonction des échelles induit le concept de hiérarchie. On se rend compte que les notions d'échelle et de taille sont très fortement liées. Dans le domaine du traitement d'images, outre la représentation, un autre intérêt des études multi-échelles réside dans le fait de pouvoir représenter l'image de façon à simplifier les traitements effectués en supprimant un certain nombre de détails jugés gênants pour l'œil humain. Ainsi, une analyse multi-échelles consiste en la génération d'une séquence d'images, où chaque image de la séquence apparaît comme une version lissée de l'image initiale, à l'échelle référencée par le paramètre  $t$ . Witkin (1983) a été le premier à établir un lien entre l'analyse multi-échelles et les EDPs en s'appuyant sur la théorie de la pyramide visuelle. Cela revient en fait, à rajouter une dimension (temps ou échelle) à l'analyse d'images et ainsi à ne pas privilégier certaines échelles par rapport à d'autres. Dans cette axiomatisation, l'analyse multi-échelle est définie comme l'application d'un ensemble d'opérateurs  $T_t(\cdot)$ , qui appliquée à l'image initiale conduit à une famille d'images. L'échelle  $t = 0$  correspond à l'image originale ( $I_0$ ). Pour les échelles  $t > 0$ , l'image à l'échelle  $t + 1$  est la version lissée de l'image à l'échelle  $t$ . Le problème du choix de l'opérateur  $T_t(\cdot)$  a été traité par la formulation d'un certain nombre d'axiomes que doit respecter l'analyse multi-échelles. Morel and Solimini (1995) ont proposé des propriétés fondamentales de cette axiomatisation :

- (i) Fidélité :  $T_t(I_0) = I_0 \rightarrow 0$
- (ii) Causalité :  $T_t(I_0)$  ne dépend que  $T_{t'}(I_0)$  avec  $t' < t$
- (iii) Récursivité :  $T_{t+t'}(I_0) = T_t(T_{t'} I_0)$
- (iv) Invariance Euclidienne : si  $A$  est une isométrie  $T_t(I_0 \circ A) = T_t(I_0) \circ A$

- (v) Causalité forte (pour la détection des contours) : soit  $C_t$  l'ensemble des contours à l'échelle  $t$ .  $C_t \subset C_{t'}$  pour  $t' < t$ .

## II.2 Diffusion isotrope ou linéaire

### II.2.1 Produit de convolution

En 1983, [Witkin \(1983\)](#) a proposé une approche de débruitage d'images basée sur le produit de convolution qui est une opération correspondant à un filtrage : l'image filtrée  $I(x, y; \sigma)$  de l'image bruitée  $I_0(x, y)$  par le noyau de Gauss  $G_\sigma$  d'écart-type  $\sigma$  s'exprime par :

$$I(x, y; \sigma) = (G_\sigma * I_0)(x, y) = \int_{\Omega} G_\sigma(x - u, y - v) I_0(u, v) dudv \quad (\text{II.24})$$

avec

$$G_\sigma(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{II.25})$$

Dans l'approche de Witkin,  $\sigma$  est un paramètre d'échelle du noyau gaussien dont la variation permet de localiser précisément les différentes structures de l'image [[Witkin \(1983\)](#)]. L'opérateur  $G$  possède les "propriétés de séparabilité et d'isotropie" qui généralement caractérisent un noyau gaussien. L'écart-type ( $\sigma$ ) :

1. détermine le degré de lissage ;
  - (i) pour  $\sigma$  plus petit qu'un pixel, le lissage n'a presque pas d'effet ;
  - (ii) pour  $\sigma$  élevé, on observe une bonne réduction du bruit, mais également une introduction de flou au niveau des contours ;
  - (iii) pour  $\sigma$  trop élevé, les détails (structures fines) sont perdus et le flou s'intensifie.
2. impose la taille de la fenêtre de lissage ( $w$ ). Idéalement, la taille se définit comme suit :  $w = (2E(3\sigma) + 1) \times (2E(3\sigma) + 1)$ ,  $E$  est la fonction partie entière.

### II.2.2 Équation de la chaleur ou équation de diffusion linéaire

[Koenderink \(1984\)](#) a montré que le produit de convolution (II.24) et l'équation de diffusion de la chaleur (II.26) sont équivalentes si  $\sigma = \sqrt{2t}$ , où  $\sigma$  et  $t$  représentent le paramètre échelle de (II.24) et (II.26) respectivement. Ainsi, le débruitage peut être réalisé par une équation de la chaleur, formulée comme suit :

$$\begin{cases} \partial_t I(x, y; t) = D\Delta I(x, y; t), & (x, y; t) \in \Omega \times [0, T], \\ I(x, y; 0) = I_0(x, y), & (x, y) \in \Omega, \\ \partial_\eta I(x, y; t) = 0, & (x, y; t) \in \partial\Omega \times [0, T] \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

où  $D$  est le coefficient de diffusion (généralement égal à 1),  $\partial_t$  est la dérivée partielle par rapport au temps et  $\Delta$ , l'opérateur Laplacien.  $\partial\Omega$  est le bord du domaine du  $\Omega$ .  $\partial_\eta$  est la dérivée par rapport à la normale et vaut 0 (condition de bord).

Les conditions qui interviennent naturellement en traitement d'images sont les conditions de Neumann. Ainsi, il suffit de prolonger l'image discrète  $I$  par réflexion par rapport à ses bords.

En traitement d'images, l'équation (II.26) est connue comme celle de la diffusion isotrope. Elle a été formalisée sur la base de trois principes : la *causalité* stipule que chaque détail de l'image à une échelle plus grande, est causé par des détails à des échelles plus petites. L'*homogénéité* et l'*isotropie* sont liées à la présence ou l'absence d'une invariance spatiale dans un espace donné.

Le filtrage linéaire demeure l'une des méthodes les plus faciles à implémenter et est efficace pour supprimer le bruit. Toutefois, la principale limite du modèle de Koenderink (1984) est qu'il ne respecte pas le principe de *forte causalité*, dans la mesure où la diffusion isotrope n'assure pas la préservation spatiale des contours. En effet, le coefficient de diffusion  $D$  qui est constant et généralement égal à 1, ne tient pas compte de la complexité des images réelles. Celle-ci se traduit par l'agencement des informations utiles que sont les contours, les structures fines, la texture,... En conséquence, un filtrage isotrope ou linéaire qui, par principe de fonctionnement ne tient pas compte de cette complexité, aura pour effet de détruire les informations utiles.

Malgré tout, l'équivalence établie par Koenderink (1984) entre l'équation de la chaleur, comme processus physique, et le produit de convolution, comme mécanisme de filtrage, a été la porte ouverte au développement des EDPs dans le domaine du traitement d'images avec des méthodes adaptées à l'analyse d'images.

C'est ainsi que pour préserver les informations de l'image, la non linéarité a été introduite soit au niveau de la convolution, soit au niveau de la diffusion. Tomasi and Manduchi (1998) ont introduit une généralisation du filtre gaussien, appelé filtre bilatéral directionnel ( $B(p)$ ) (II.27). Ce filtre opère par pondération du noyau de convolution basée sur la distance spatiale ( $\|p - q\|$ ) mais aussi sur l'écart entre intensités de pixels voisins par la distance d'intensité entre pixels avoisinants ( $|I_p - I_q|$ ) dans une fenêtre spatiale. Ainsi :

$$B(p) = \frac{1}{w_p} \sum_{q \in N(p)} G_{\sigma_s}(\|p - q\|) G_{\sigma_r}(|I_p - I_q|) I_q \quad (\text{II.27})$$

avec

$$w_p = \sum_{q \in N(p)} G_{\sigma_s}(\|p - q\|) G_{\sigma_r}(|I_p - I_q|) \quad (\text{II.28})$$

et

$$G_{\sigma_s}(\|p - q\|) = \exp\left(-\frac{\|p - q\|^2}{2\sigma_s^2}\right) \quad (\text{II.29})$$

$$G_{\sigma_r}(|I_p - I_q|) = \exp\left(-\frac{|I_p - I_q|^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (\text{II.30})$$

$N(p)$  est l'ensemble des voisins de  $p$ ,  $I_p$  est l'intensité du pixel à la position  $p$ ,  $w_p$  est le facteur de normalisation qui assure que la somme des poids des pixels vaut 1.

Bien que le filtre bilatéral soit efficace pour préserver les zones d'intérêts de l'image, il est coûteux en temps de calcul que plusieurs auteurs ont tenté de réduire [Leng et al. (2016)].

En diffusion linéaire, les coefficients du filtre restent constants dans toute l'image, tandis que dans la diffusion non linéaire, les coefficients du filtre varient selon la complexité de l'image. Dans la suite, ce travail se focalise sur les méthodes de diffusion non linéaire qui offrent l'avantage de rehausser les contours. Ce qui constitue une propriété importante pour les images médicales qui présentent un mauvais contraste.

## II.3 Diffusion anisotrope ou non linéaire à dérivée d'ordre entier

### II.3.1 Modèle de Perona-Malick

La limitation de l'équation de la chaleur (II.26) a permis de nouvelles approches telles que : le contrôle de la vitesse de diffusion, la direction, l'ajout d'un terme de fidélité ou la combinaison de ceux-ci. Perona and Malik (1990) (PM) ont été les pionniers de l'introduction du contrôle de la vitesse de diffusion en proposant un processus de diffusion adaptative non linéaire appelé diffusion anisotrope. Cette diffusion a été utilisée comme une approche efficace dans le traitement d'images et la vision par ordinateur pour l'élimination du bruit, la détection des contours et la restauration d'image [Weickert (1998)]. La principale idée est de rendre l'équation (II.26) dépendante du contenu de l'image. Pour ce faire, le modèle de PM se fonde sur les principes suivants :

- (i) la *causalité*;
- (ii) la *localisation immédiate* à toute échelle : les contours de l'image doivent être nets et conserver leur position dans l'espace ;
- (iii) le *lissage intra-région* est préféré au lissage inter-région à toutes les échelles.

Désormais, *l'homogénéité* et *l'isotropie* ont été remplacés par la *localisation immédiate*. Ces principes permettent au modèle de PM de favoriser le lissage dans les régions supposées être des régions homogènes et de bloquer le lissage dans les régions de fortes variations susceptibles de contenir les contours. Sur la figure II.1, le point vert matérialise la diffusion et le contour se caractérise par la frontière entre deux zones (bleue et rose). Sur l'image de gauche (Fig.II.1.a), la diffusion se fait dans toutes les directions en présence de contour : cette diffusion est dite isotrope. Sur l'image de droite (Fig.II.1.b), la diffusion s'effectue selon la direction du contour : cette diffusion est dite anisotrope. PM ont remplacé le coefficient de diffusion  $D$  par une fonction dépendant de l'espace et du temps. Dans la formulation classique, la diffusion anisotrope est donnée par l'EDP suivante :

$$\begin{cases} \partial_t I(x, y; t) = \text{div}[g(|\nabla I|)\nabla I(x, y; t)] & (x, y; t) \in \Omega \times [0, T], \\ I(x, y; 0) = I_0(x, y), & (x, y) \in \Omega, \\ \partial_\eta I(x, y; t) = 0, & (x, y; t) \in \partial\Omega \times [0, T] \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

$I_0(x, y)$  est l'image originale et  $g(\cdot)$  est la fonction de diffusion ou d'arrêt-contour.

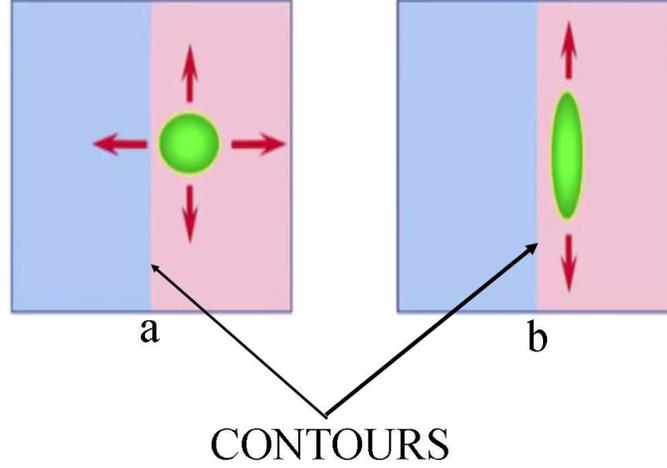


FIGURE II.1 – Illustration du processus de diffusion dans une image. a-Diffusion isotrope. b-Diffusion anisotrope.

### II.3.1.1 Principe de la diffusion anisotrope

En développant le terme de la divergence on obtient :

$$\partial_t I(x, y; t) = g''(|\nabla I|)I_{\eta\eta} + \frac{g'(|\nabla I|)}{|\nabla I|}I_{\zeta\zeta} = c_\eta I_{\eta\eta} + c_\zeta I_{\zeta\zeta} \quad (\text{II.32})$$

où  $I_{\eta\eta} = \eta^\perp H \eta$  et  $I_\zeta = \zeta^\perp H \zeta$  sont les dérivées secondes spatiales de  $I$  dans la direction du gradient  $\eta = \frac{\nabla I}{|\nabla I|}$  et son orthogonal  $\zeta = \eta^\perp$ .  $H$  indique la matrice hessienne de  $I$ . Selon cette définition, sur les discontinuités de l'image, nous avons la diffusion le long de  $\eta$  (la normale au contour) pondérée avec  $c_\eta = g''(|\nabla I|)$  et une diffusion le long de  $\zeta$  (tangente au contour) pondérée avec  $c_{\zeta\zeta} = \frac{g'(|\nabla I|)}{|\nabla I|}$ .

Le principe de diffusion anisotrope est décrite comme suit : soit  $C$  un contour (Fig.II.2) qui sépare deux régions homogènes, matérialisée par une courbe isophote correspondant à  $I(x, y) = c$ .  $\eta$  étant normal à  $C$ , l'ensemble  $(\eta, \zeta)$  est une base orthonormée mobile dont la configuration dépend du point de coordonnées courants  $(x, y)$ . Dans le voisinage de  $C$ , l'image présente un fort gradient. Pour mieux préserver ces discontinuités, il est préférable de diffuser seulement dans la direction parallèle à  $C$  (dans la direction de  $\zeta$ ). Ce faisant, on prend  $c_\zeta \neq 0$  et  $c_\eta = 0$  afin de bloquer la

diffusion. Le choix de la fonction de diffusion  $g(\cdot)$  qui permet de préserver les contours est dicté par les conditions suivantes :

- (i)  $g'' \geq 0$  et  $g' \geq 0$  : afin d'éviter un processus inverse.
- (ii)  $\lim_{|\nabla I| \rightarrow 0} c_\eta = \lim_{|\nabla I| \rightarrow 0} c_\zeta = cte > 0$  : permet la diffusion isotrope dans les zones homogènes.
- (iii)  $\lim_{|\nabla I| \rightarrow +\infty} c_\eta = \lim_{|\nabla I| \rightarrow +\infty} c_\zeta = 0$  : permet de préserver les discontinuités pour les forts gradients.

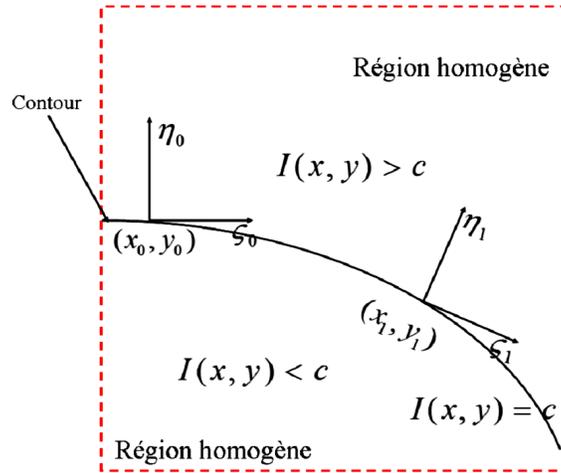


FIGURE II.2 – Contour de l'image et sa base orthonormée mobile.

### II.3.1.2 Fonction de diffusion ( $g$ )

La fonction de diffusion a un rôle important dans la performance des techniques de filtrage d'image à base d'EDP. PM ont défini  $g(\cdot)$  comme une fonction monotone et décroissante de  $\mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$  (Fig.II.3). La fonction  $g(\cdot)$  doit satisfaire à  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1$ , afin que la diffusion soit maximale dans les régions homogènes. Dans ce cas, l'équation (II.31) agit essentiellement comme l'équation de la chaleur (II.26). En outre,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ , afin d'arrêter la diffusion dans les zones susceptibles de contenir les contours. PM ont initialement proposé deux expressions de la fonction  $g$  :

$$g_1(|\nabla I|) = \exp\left(-\frac{|\nabla I(x, y; t)|^2}{k^2}\right) \quad \text{Fonction de Leclerc} \quad (\text{II.33})$$

et

$$g_2(|\nabla I|) = \frac{1}{1 + \left(\frac{|\nabla I(x, y; t)|^2}{k^2}\right)} \quad \text{Fonction de Lorentz} \quad (\text{II.34})$$

où  $k$  est le seuil de la norme du gradient qui contrôle la diffusion et permet de distinguer les pixels bruits, des contours. Ce qui signifie que les gradients locaux ( $|\nabla I|$ ) en dessous de  $k$  seront

considérés comme du bruit et ceux au-dessus de  $k$ , sont traités comme des contours. La fonction de Leclerc (II.33) favorise les bords à contraste élevé par rapport à ceux à faible contraste, tandis que la fonction de Lorentz (II.34) favorise les régions étendues par rapport aux plus petites.

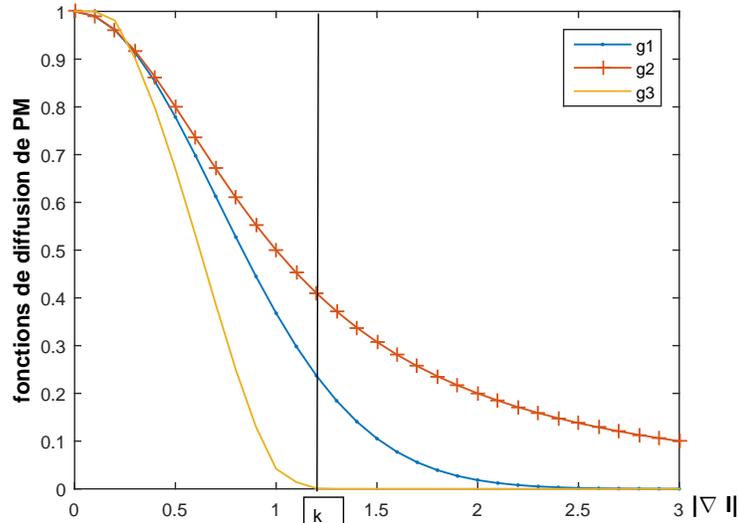


FIGURE II.3 – Fonctions de diffusion

Selon la théorie développée par PM, la diffusion doit s'arrêter pour les valeurs de la norme du gradient ( $|\nabla I|$ ) supérieures au seuil ( $k$ ) et inversement. La figure II.3 montre bien qu'expérimentalement, la diffusion continue au-delà du seuil pour  $g_1$  et  $g_2$ . Cela a pour effet de dégrader les structures fines et également les contours. Face à cette limite, plusieurs approches de fonctions ont été proposées dans la littérature. Nous présentons ici celle de [Black et al. (1998); Heydari and Karami (2015); Yuan and Wang (2016); Zhang et al. (2016)].

Black et al. (1998) ont proposé une fonction de diffusion définie comme suit :

$$g_3(|\nabla I|) = \begin{cases} 0.67[1 - (\frac{|\nabla I|}{k\sqrt{5}})^2]^2, & |\nabla I| \leq k\sqrt{5} \quad \text{Fonction de Tukey Biweight} \\ 0, & \text{autrement} \end{cases} \quad (\text{II.35})$$

Comme l'indique la figure II.3, la fonction de diffusion  $g_3(\cdot)$  converge plus rapidement et arrête la diffusion, conduisant ainsi à des contours plus nets. En effet,  $g_3(\cdot)$  est forcée à zéro lorsqu'un pixel est détecté comme contour. Ce qui permet de préserver les contours à l'issu du traitement.

D'un autre côté, le modèle de PM n'est pas assez robuste au bruit. Ceci a pour inconvénient de produire des effets comme l'effet escalier et l'effet speckle. Le premier effet est dû au schéma numérique du gradient utilisé. Le second se matérialise par des chatoiements dus principalement au seuil  $k$ .

Pour obtenir de meilleurs résultats, notamment, dans le cas d'une image fortement bruitée, l'idée de la similarité des pixels a été proposée par Wang et al. (2004a). C'est une probabilité qui

mesure la ressemblance du pixel central ( $I_p$ ) avec ses différents voisins ( $I_{p_i}$ ), où  $p$  et  $p_{i \in [1;8]}$  sont respectivement la position du pixel central et celles des pixels voisins. Elle permet de définir un niveau de confiance  $\beta$  entre le pixel central et ses voisins. Le niveau de confiance permet non seulement de distinguer les pixels bruits des pixels contours, mais aussi de classer les pixels en 5 catégories : contours ( $0 < \beta \leq 0.3$ ), bruit fort ( $0.3 < \beta \leq 0.4$ ), bruit médian ( $0.4 < \beta \leq 0.5$ ), bruit faible ( $0.5 < \beta \leq 0.6$ ) et zone homogène ( $0.6 < \beta \leq 1$ ). Une fonction de discrimination cohérente  $d$  s'appuyant sur  $\beta$ , établit si le pixel central est compatible avec son voisin ( $d = 0$ ) ou pas ( $d = 1$ ).

Heydari and Karami (2015) ont proposé une fonction de diffusion [(II.36)-(II.39)] basée sur la similarité des pixels.

$$f(p, p_i) = \exp(-|I_p - I_{p_i}|^2) \quad (\text{II.36})$$

$$d(p, p_i) = \begin{cases} 1, & \text{si } f(p, p_i) \leq \beta \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.37})$$

$$\nu_p = 1 + \frac{\sum_{i=1}^8 d(p, p_i)}{8} \quad (\text{II.38})$$

avec  $\nu_p \in [1; 2]$

$$g(|\nabla I|_p) = \frac{1}{1 + \left( \frac{|\nabla I(x, y; t)|_p^{\nu_p}}{k^{\nu_p}} \right)} \quad (\text{II.39})$$

Un autre problème auquel les chercheurs se sont intéressés est la préservation des structures fines qui renferment des informations pertinentes comme la texture. Ces structures ont des variations nettement plus faibles que celles des contours et sont détruites lors du traitement.

Pour y remédier, Gilboa et al. (2002) ont proposé une classification de la norme du gradient en trois classes afin de mieux traiter chaque type région de l'image : homogène, structures fines et contours. Ainsi, pour préserver ces structures, Gilboa et al. (2002) ont appliqué un processus de diffusion inverse pour lequel :

$$g(|\nabla I|) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{|\nabla I|}{k_f}\right)^n, & \text{si } 0 \leq |\nabla I| \leq k_f \\ \alpha \left[ \left(\frac{|\nabla I| - k_b}{w}\right) - 1 \right], & \text{si } k_b - w \leq |\nabla I| \leq k_b + w \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.40})$$

Leur technique, bien qu'efficace pour préserver les structures fines, rehausse également les bruits, notamment lorsque l'image est à faible rapport signal à bruit.

Rafsanjani et al. (2016) ont également proposé une fonction de diffusion (II.41) basée sur une classification de l'image en trois régions (classes) dépendant de la norme du gradient : les régions où le gradient est inférieur au seuil de lissage ( $k$ ), les régions où le gradient est compris entre le seuil de lissage et le point d'inflexion ( $i.p$ ) du flux ( $h$ ) et les régions où le gradient est supérieur au point d'inflexion. Le point d'inflexion est obtenu grâce à l'analyse de la fonction flux de la fonction

de diffusion de PM.

$$g(|\nabla I|) = \begin{cases} \frac{1}{1+(\frac{|\nabla I|}{k})^2}, & \text{si } 0 \leq |\nabla I| \leq k \\ \frac{-k(|\nabla I|-k)}{2|\nabla I|(h-k)} + \frac{k}{2|\nabla I|}, & \text{si } k \leq |\nabla I| \leq h \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.41})$$

La fonction flux  $\phi$  (Fig.II.4) se définit comme le produit du gradient et de la fonction de diffusion (c'est-à-dire  $\phi(\nabla I) = (\nabla I)g(|\nabla I|)$ ). Elle gère la diffusion selon la direction du gradient.

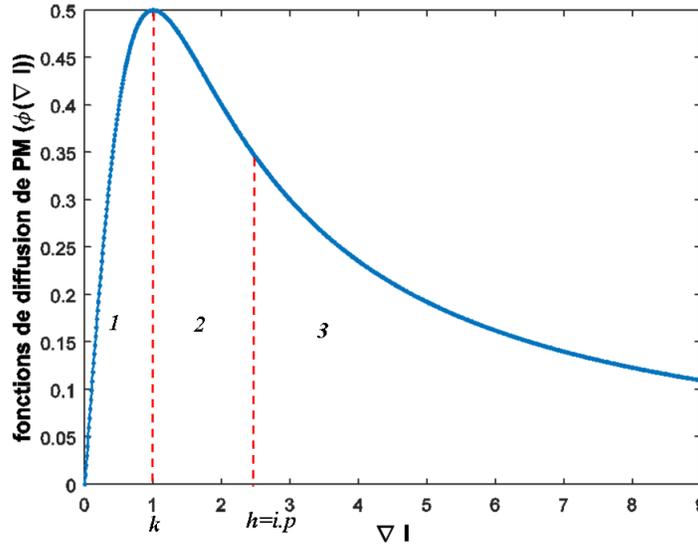


FIGURE II.4 – Fonction de flux de PM basée sur la fonction de Lorentz (II.34) : phase de débruitage (1), phase de rehaussement (2), introduction de l'effet escalier (3).

Yuan and Wang (2016) ont proposé une fonction de diffusion  $G$  constituée de trois fonctions  $g_i$ ,  $g_{ii}$  et  $g_{iii}$  :  $g_i$  est choisie généralement parmi les fonctions du modèle de PM,  $g_{ii} = \exp(-\frac{(\Delta I)^2}{(\sqrt{|\Delta I|^2 + 1})^3})$  est une dérivée d'ordre deux pouvant réduire l'effet escalier,  $g_{iii} = \exp(-H_l)$  utilise l'exponentiel de l'entropie ( $H_l$ ) pour caractériser les structures fines. L'entropie est une bonne mesure statistique de l'information. Elle est robuste au bruit et préserve mieux les structures fines. Elle est définie par :

$$H_l = - \iint_{\Omega_l} p_l(x, y) \log p_l(x, y), (x, y) \in \Omega_l \quad (\text{II.42})$$

avec  $\Omega_l$  le  $l$ th voisinage local et  $p_l(x, y)$  la densité de probabilité locale.

L'élément commun de l'approche de Gilboa et al. (2002), Rafsanjani et al. (2016) et Yuan and Wang (2016), est que la fonction de diffusion proposée est obtenue à partir de trois fonctions. Les deux premiers auteurs utilisent chacune des fonctions sous des conditions précises. Par contre, Yuan and Wang (2016) combinent linéairement les trois fonctions pour obtenir la fonction de diffusion  $G$

suivante :

$$G = \alpha_i g_i + \alpha_{ii} g_{ii} + \alpha_{iii} g_{iii} \quad (\text{II.43})$$

Ces deux approches fournissent de bons résultats.

### II.3.1.3 Estimation du paramètre seuil du gradient ( $k$ )

Le paramètre seuil  $k$  joue un rôle important dans la classification des pixels. Il définit les gradients qui sont attribués aux pixels bruits et ceux qui concernent les pixels contours et les pixels structures fines. Pour le calcul du seuil, PM ont suggéré deux possibilités : soit sa valeur est fixée d'emblée, soit elle est déterminée à chaque itération en la prenant égale à 90% de l'intégrale de l'histogramme des gradients.

Black et al. (1998) ont proposé de déterminer la valeur de  $k$  à partir des M-estimateurs proposés par Rousseeuw and Leroy (1987). En utilisant la médiane, la valeur du paramètre seuil  $k$  se détermine par :

$$k = 1.4862 \text{median}(|\nabla I| - \text{median}(|\nabla I|)) \quad (\text{II.44})$$

1.4862 provient d'une hypothèse que les données sont gaussiennes.

Les valeurs de  $k$  ainsi obtenues se sont avérées plus pertinentes.

### II.3.1.4 Choix de l'échelle ( $t$ )

Tout modèle de diffusion repose sur un processus itératif qui fait intervenir la notion de temps. Un problème posé au modèle de PM reste le temps d'arrêt optimal. En effet, les modèles de diffusion sont très sensibles au nombre d'itérations. Ce nombre est fonction de plusieurs paramètres dont la taille de l'image, son contenu informationnel, le niveau de bruit, le modèle de diffusion, etc. De ce fait, le choix du temps d'arrêt reste crucial, car une surestimation risque de dégrader considérablement les contours, tandis qu'une sous-estimation peut laisser des artefacts de bruit non filtrés.

Zhang et al. (2007) ont suggéré un critère d'arrêt dénommé l'Erreur Moyenne Absolue (MAE : Mean Absolute Error) (III.34). La valeur de la MAE diminue exponentiellement avec le nombre d'itérations. Ainsi, la diffusion est arrêtée automatiquement lorsque la valeur de la MAE est inférieure à un seuil  $T_s$  choisi préalablement. Ce critère évalue à la fois la convergence et la performance d'une méthode de filtrage. A cet effet, une méthode efficace est celle qui converge vite et qui fournit également une image de bonne qualité. L'expression de la MAE se décrit comme suit :

$$I_{diff}(x, y; t) = \sqrt{(I(x, y; t) - I(x, y; t - 1))^2} \quad (\text{II.45})$$

$$MAE(t) = \frac{1}{M \times N} \sum_{x,y=1}^{N,M} I_{diff}(x, y; t) \quad (\text{II.46})$$

où  $I_{diff}$  est l'erreur absolue.

La figure II.5 montre que la diffusion se déroule en deux phases : une première phase où le débruitage est effectué et une seconde phase au cours de laquelle la dégradation des contours s'effectue. Il paraît normal de s'attendre à ce que la dégradation des contours soit associée à la diminution du PSNR. L'enjeu est de déterminer la frontière entre ces deux phases. Pour cela on cherche le meilleur rapport signal à bruit ( $\max(PSNR)$ ) à chaque itération. Le  $\max(PSNR)$  est un critère d'arrêt communément utilisé.

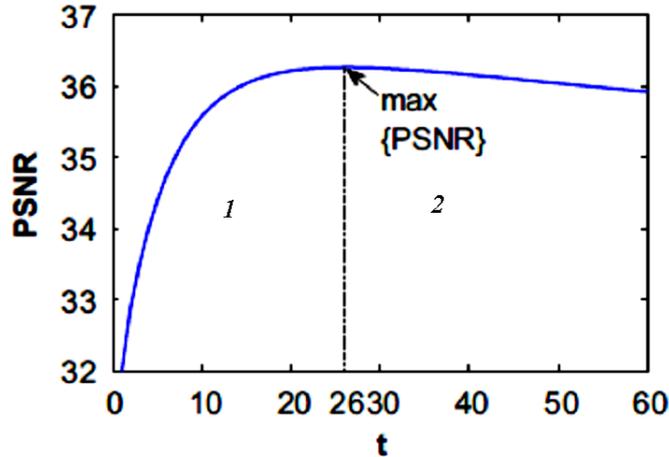


FIGURE II.5 – Illustration de la détermination du processus de diffusion à partir du maximum du PSNR : débruitage (1), dégradation des contours (2).

### II.3.2 Modèles non linéaire dérivés d'autres EDPs

Dans cette sous-section nous allons décrire les modèles de filtrage d'EDP inspirés des phénomènes physiques déjà évoqués dans la sous-section II.1.1. Les problèmes de débruitage et de restauration de l'image ont de nombreuses analogies en physique. Celle-ci mettent en évidence de nouvelles approches de solutions.

Gilboa et al. (2004) ont introduit la diffusion complexe anisotrope (CAD : Complex Anisotropic Diffusion), inspirée de l'équation d'onde de Schrödinger dépendant du temps (II.13) qui peut s'écrire par :

$$\partial_t I(x, y; t) = \text{div}(g(\text{Im}(I)) \nabla I) \quad (\text{II.47})$$

avec

$$g(\text{Im}(I)) = \frac{\exp(i\theta)}{1 + \left(\frac{\text{Im}(I)}{k\theta}\right)^2} \quad (\text{II.48})$$

$\theta \ll 1$  et  $\text{Im}(\cdot)$  est la partie imaginaire de l'image.

[Ratner and Zeevi \(2007\)](#) ont quant à eux, proposé de modéliser le processus de filtrage par l'Équation de Diffusion Télégraphique (TDE) (II.49). L'idée consiste à voir l'image en tant qu'une feuille élastique, dont la contraction crée l'effet de débruitage. En considérant une mince feuille élastique placée dans un environnement liquide, la feuille est maintenue en place par ses bords et on lui impose une certaine forme par des contraintes ( $I(x, y, t = 0)$  : forme initiale). Après le retrait des contraintes, la feuille se contracte et fluctue. Le liquide a un effet amortissant, assurant une perte d'énergie, et donc une convergence. Au fil du temps, les contours de  $I$  sont lissés et la surface totale de la feuille diminue. Cette méthode est dénommée TDE parce qu'elle est décrite par l'équation des télégraphes, incorpore un nouvel aspect de la géométrie des images en évolution dans le processus d'amélioration et se présente comme suit :

$$\begin{cases} \tau \partial_t^2 I(x, y; t) + \lambda \partial_t I(x, y; t) - \operatorname{div}(g(|\nabla I|) \nabla I) = 0 & (x, y; t) \in \Omega \times [0, T], \\ I(x, y; 0) = I_0(x, y), & (x, y) \in \Omega, \\ \partial_\eta I(x, y; t) = 0, & (x, y; t) \in \partial\Omega \times [0, T] \end{cases} \quad (\text{II.49})$$

$\tau$  et  $\lambda$  sont respectivement le temps de relaxation et le coefficient d'amortissement.

La *construction* d'une TDE se fait à partir d'un modèle d'EDP découlant de celui de PM, par ajout d'un terme à savoir : la dérivée seconde de l'image par rapport au temps ( $\partial_t^2 I$ ). Ce terme est introduit pour préserver aux mieux les structures fines. Dans la littérature, plusieurs modèles [[Cao et al. \(2010\)](#), [Zeng et al. \(2011\)](#), [Yang and Zhang \(2014\)](#), [Zhang et al. \(2014b\)](#), [Zhang et al. \(2015\)](#), ...] ont été ainsi construits.

[Cao et al. \(2010\)](#) ont proposé une TDE à partir de la méthode de [Catté et al. \(1992\)](#). Cette TDE a pour expression :

$$\begin{cases} \tau \partial_t^2 I(x, y; t) + \lambda \partial_t I(x, y; t) - \operatorname{div}(g(|\nabla G_\sigma * I|) \nabla I) = 0 & (x, y; t) \in \Omega \times [0, T], \\ I(x, y; 0) = I_0(x, y), \partial_t I(x, y; 0) = 0 & (x, y) \in \Omega, \\ \partial_\eta I(x, y; t) = 0, & (x, y; t) \in \partial\Omega \times [0, T] \end{cases} \quad (\text{II.50})$$

Inspiré par un modèle de l'Equation de Fisher de [[Abur-Robb \(1990\)](#)] (II.20), [Morfu \(2010\)](#) a proposé de modéliser le processus de filtrage par le mécanisme de transport des cellules vivantes. Son approche permet de mieux lisser les zones homogènes et de préserver davantage les zones d'intérêts présentes dans l'image tout en rehaussant le contraste. Elle se fonde sur l'équation suivante :

$$\partial_t I(x, y; t) - \operatorname{div}(g(|\nabla I|) \nabla I(x, y; t)) = f(I(x, y; t)) \quad (x, y; t) \in \Omega \times [0, T] \quad (\text{II.51})$$

avec

$$f(I(x, y; t)) = -\beta I(x, y; t)(I(x, y; t) - \alpha)(I(x, y; t) - 1) \quad (\text{II.52})$$

$\beta$  et  $\alpha$  sont respectivement le poids et le seuil de non linéarité. En intégrant  $\beta$  et en imposant  $\alpha = 0.5$  dans l'équation (II.20), l'équation (II.51) permet de contrôler le rehaussement de manière globale de l'image. Pour  $\beta = 0$ , on retrouve l'équation (II.31).  $f(\cdot)$  est la fonction de rehaussement de contraste.

Cette approche n'est pas assez robuste au bruit et le rehaussement ne tient pas compte de l'aspect local de l'image.

### II.3.3 Modèles hybrides

Un modèle hybride est une association de deux ou plusieurs méthodes. Les modèles hybrides sont composés d'un modèle de diffusion et d'un ou deux autres modèles qui ne sont pas de diffusion généralement. L'idée principale est d'apporter des améliorations aux limites du modèle de PM tout en tirant profit des avantages que présentent les différentes méthodes mises en collaboration.

A la figure II.6 nous présentons deux modèles qui pour nous semblent résumer les différents modèles de la littérature. Ainsi, nous avons les modèles qui suivent soit un schéma séquentiel (Fig.II.6(a)) soit un schéma alterné (Fig.II.6(b)). Dans le schéma séquentiel, le  $FILTRE_1$  fournit une image pré-filtrée, c'est-à-dire une image dont le niveau de bruit est réduit au regard de l'image de départ. Mais cette image est insuffisamment débruitée. Le  $FILTRE_2$  achève le processus de filtrage. Dans le schéma alterné, les paramètres du  $FILTRE_2$  associés au processus de diffusion et appliqués sur l'image bruitée, sont estimés à l'issue du filtrage de l'image d'entrée par le  $FILTRE_1$ . Cette estimation est affinée à chaque itération en considérant l'image fournie par le  $FILTRE_2$  comme image d'entrée du  $FILTRE_1$ .

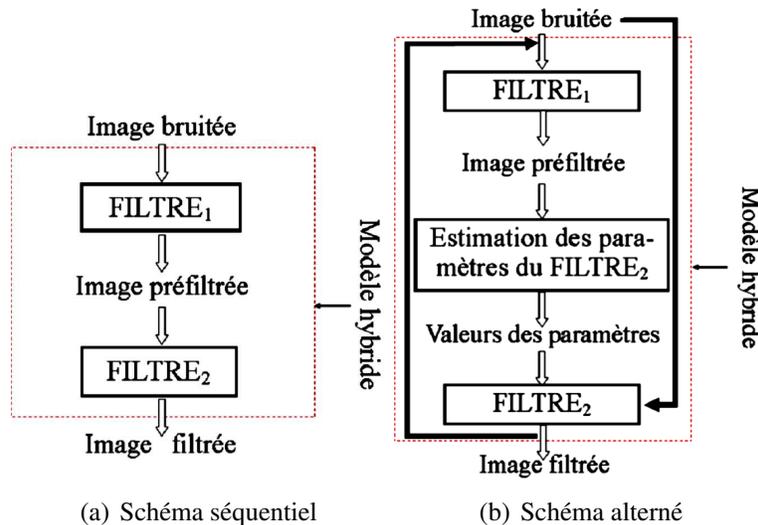


FIGURE II.6 – Différents schémas possibles pour un modèle hybride.

Catté et al. (1992) ont été les premiers à mettre en collaboration deux filtres. Ils ont établi l'existence, l'unicité et la régularité de la solution. L'idée derrière cette collaboration est de pallier l'insuffisance du calcul numérique de la norme du gradient au niveau du modèle de PM notamment en présence d'images à faible rapport signal à bruit. Ils ont alors proposé de calculer la norme du gradient en régularisant (lissant) l'image par un produit convolution (II.24) avant d'appliquer le modèle de PM. Leur modèle suit un schéma alterné dont le  $FILTRE_1$  est un produit de convolution avec une fonction gaussienne et le paramètre calculé est la norme du gradient. Le  $FILTRE_2$  est celui du modèle de PM. Le modèle obtenu a été formulé comme suit :

$$\begin{cases} \partial_t I(x, y; t) = \text{div}(g(|\nabla G_\sigma * I|) \nabla I(x, y; t)) & (x, y; t) \in \Omega \times [0, T], \\ I(x, y; 0) = I_0(x, y), & (x, y) \in \Omega, \\ \partial_\eta I(x, y; t) = 0, & (x, y; t) \in \partial\Omega \times [0, T] \end{cases} \quad (\text{II.53})$$

Le modèle de Catté et al. (1992) présente des résultats satisfaisants et résoud certains problèmes théoriques associés au modèle de PM. Cependant, il présente une insuffisance au niveau de la variable d'échelle  $\sigma$  qui ne prend pas en compte les zones d'intérêts (contours, structures fines, textures,...) de l'image. Ainsi, le lissage linéaire réalisé détruit toutes ces zones et l'utilisation de la version régularisée de l'équation de PM conduit à des instabilités d'escalier avec quelques effets de speckle [Weickert (1997); Weickert and Benhamouda (1997)].

Tout récemment, Xu et al. (2016) ont proposé un modèle inspiré de Catté et al. (1992). Ce modèle suit plutôt un schéma séquentiel dont le  $FILTRE_1$  est l'ensemble des équations [(II.54)-(II.57)] et le  $FILTRE_2$  est une version améliorée du modèle de PM (II.58). L'équation (II.57) permet de corriger la destruction des zones d'intérêts dues à l'utilisation du produit de convolution (II.54). Le modèle se présente comme suit :

$$I^{test}(x, y) = G_\sigma(x, y) * I(x, y) \quad (\text{II.54})$$

$$\delta(x, y) = |I(x, y) - I^{test}(x, y)| \quad (\text{II.55})$$

$$T(x, y) = 10\% I^{test}(x, y) \quad (\text{II.56})$$

$$I^{pre}(x, y) = \begin{cases} I^{test}(x, y), & \delta(x, y) > T(x, y) \\ I(x, y), & \text{autrement} \end{cases} \quad (\text{II.57})$$

$$I_t = \text{div}(g(|\nabla I^{pre}|) \nabla I^{pre}) \quad (\text{II.58})$$

$$g(|\nabla I^{pre}|) = \exp\left[-\left(\frac{|\nabla I^{pre}|(1 + |\nabla I^{pre}|/255)}{k_0}\right)^2\right] \quad (\text{II.59})$$

ou

$$g(|\nabla I^{pre}|) = \exp\left[-\left(\frac{|\nabla I^{pre}|(1 + \exp(-255/|\nabla I^{pre}|))}{k_0}\right)^2\right] \quad (\text{II.60})$$

où  $k_0$ ,  $I^{test}$  et  $I^{pre}$  sont respectivement le seuil du gradient, l'image résultat du produit de convolution et l'image pré-filtrée .

Le succès du modèle de [Catté et al. \(1992\)](#) a suscité de nombreux modèles hybrides. [Ling and Bovik \(2002\)](#) ont proposé de mettre en collaboration le filtre médian et le modèle de PM. Ce nouveau filtre a été appelé Anisotropic Median Diffusion (AMD). Il est conçu pour réduire le bruit sur des images moléculaires à faible rapport signal sur bruit et suit un schéma alterné (Fig. II.6(b)). Ce filtre est moins sensible à la sélection du seuil du gradient ( $k$ ) de l'image pendant toute la diffusion et réduit nettement le flou au niveau des contours comparativement au modèle PM. Dans l'AMD, le  $FILTRE_1$  est le filtre médian appliqué sur un voisinage ( $W = 3 \times 3$ ) et le  $FILTRE_2$  est le modèle de PM.

$$\begin{cases} \partial_t I(x, y; t) = \text{Médiane}(\text{div}[g(|\nabla I|)\nabla I(x, y; t)], W) & (x, y; t) \in \Omega \times [0, T], \\ I(x, y; 0) = I_0(x, y), & (x, y) \in \Omega, \\ \partial_\eta I(x, y; t) = 0 & (x, y; t) \in \partial\Omega \times [0, T] \end{cases} \quad (\text{II.61})$$

$I_0(x, y)$  est l'image originale et  $g(\cdot)$  est la fonction de diffusion ou d'arrêt-contour.

[Arif et al. \(2011\)](#) ont mis en collaboration le filtre bilatéral (II.27) et le modèle PM. La principale contribution de leurs travaux a été de montrer que l'ordre des filtres dans un schéma séquentiel influence significativement les résultats du filtrage. Ainsi, une application du filtre bilatéral avant celle du modèle de PM, fournirait de meilleurs résultats que si l'opération s'était déroulée en sens inverse. En effet, appliquer d'abord une diffusion non linéaire, permet de mieux estimer la norme du gradient et d'obtenir ainsi de meilleurs résultats.

[Zeng et al. \(2011\)](#) ont proposé de calculer la norme du gradient en régularisant l'image par un filtre bilatéral (II.27) avant d'appliquer la TDE (II.49) comme suit :

$$\tau \partial_{tt} I(x, y; t) + \lambda \partial_t I(x, y; t) + \nabla^2(g(|\nabla^2 B_\sigma(I)|)\nabla I) = 0 \quad (\text{II.62})$$

La principale limitation des méthodes utilisant le filtre bilatéral comme l'un des filtres de la combinaison est le temps de calcul que ce dernier induit. L'approche proposée par [Leng et al. \(2016\)](#) permet de réduire ce temps. En effet, en combinant le filtre bilatéral et le filtre gaussien, le premier traite des contours tandis que le second se focalise sur les régions homogènes, sièges du bruit.

Un autre type de modèle hybride qui fait intervenir le modèle PM est le Non-Local Means (NLM) de [Buades et al. \(2005\)](#). Dans le NLM, pour débruiter un pixel donné, la distribution en niveaux de gris de son voisinage est comparée à celle du voisinage d'autres pixels [[Buades et al. \(2005\)](#)]. En effet, le NLM se fonde sur la similarité entre un pixel à la position  $i$  et celui à la position  $j$  pour estimer la valeur du pixel considéré. Cette estimation est déterminée en calculant la moyenne pondérée des pixels similaires au pixel courant. Ainsi, pour une image bruitée  $I_0$ , l'image débruitée  $I^{NLM}$  est définie comme suit :

$$I^{NLM}(x, y) = \sum_{j \in W_i} \omega_{ij} I_0(x, y) \quad (\text{II.63})$$

où  $i$  représente la position d'un pixel à débruiter,  $j$  indique celle de tous les pixels dans le voisinage  $W_i$ , et  $\omega_{ij} \in [0; 1]$  est la moyenne pondérée définie par :

$$\omega_{ij} = \frac{\exp\left(-\frac{d(i, j)}{h^2}\right)}{\sum_j \exp\left(-\frac{d(i, j)}{h^2}\right)} \quad (\text{II.64})$$

où  $h$  est un seuil de filtrage qui permet de contrôler la décroissance de l'expression exponentielle.  $d(i, j)$  est généralement mesurée comme une fonction décroissante de la distance euclidienne pondérée :

$$d(i, j) = G_\sigma \|I_0(W_i) - I_0(W_j)\|^2 \quad (\text{II.65})$$

où  $G_\sigma$  une fonction pondérée gaussienne normalisée avec une moyenne nulle et un écart-type  $\sigma$ .  $I_0(W_i)$  et  $I_0(W_j)$  sont des patches (imagelette) de  $I_0$ .

Notons que plus les pixels aux positions  $i$  et  $j$  sont similaires, plus le poids  $w_{ij}$  est élevé. Une déclinaison du modèle hybride NLM-PM a été proposée par [Chen et al. \(2012\)](#). Leur méthode, appelée AS-LNLM (moyenne non local à grande échelle et à suppression d'artefacts), a été proposée pour supprimer le bruit et les artefacts dans les images de type LDCT (Low-Dose Computed Tomography) en exploitant des propriétés d'échelle et de direction spécifiques. Pour ce faire, les auteurs ont mis en collaboration trois filtres. D'abord une variante des ondelettes (SWT : Stationnary Wavelet Transform) qui est utilisée uniquement pour la décomposition de l'image ( $f$ ) en trois sous-images de hautes fréquences ( $f_{chd}$  : horizontale,  $f_{cvd}$  : verticale,  $f_{cdd}$  : diagonale) et une sous-image de basse fréquence ( $f_{ca}$ ) ([II.66](#)). Ensuite, le modèle de PM 1-D ([II.71](#)) a été utilisé afin de filtrer selon la direction qu'impose chaque sous-image de la haute fréquence. Il constitue le  $FILTR E_1$  qui fournit une image pré-filtrée. Enfin, le filtrage à proprement dit est effectué par le LNLM (version améliorée de NLM) ([II.73](#)) qui constitue le  $FILTR E_2$ .

$$[f_{ca}, f_{chd}, f_{cvd}, f_{cdd}] = \text{SWT}(f, S) \quad (\text{II.66})$$

$$\tilde{f}_{chd}(:, \text{col}, s) = \phi_t(f_{chd}(:, \text{col}, s)), \quad \text{col} = 1, \dots, C \quad (\text{II.67})$$

$$\tilde{f}_{cvd}(\text{lig}, :, s) = \phi_t(f_{cvd}(\text{lig}, :, s)), \quad \text{lig} = 1, \dots, L \quad (\text{II.68})$$

$$\tilde{f}_{cdd}(:, \text{col}, s) = \phi_t(f_{cdd}(:, \text{col}, s)), \quad \text{col} = 1, \dots, C \quad (\text{II.69})$$

$$\tilde{f}_{cdd}(\text{lig}, :, s) = \phi_t(f_{cdd}(\text{lig}, :, s)), \quad \text{lig} = 1, \dots, L \quad (\text{II.70})$$

avec  $s = 1, \dots, S$

$$\phi_t(I) = \text{div}(g(|\nabla I|)\nabla I(t)) \quad (\text{II.71})$$

$$\tilde{f} = \text{ISWT}([f_{ca}, \tilde{f}_{chd}, \tilde{f}_{cvd}, \tilde{f}_{cdd}], S) \quad (\text{II.72})$$

$$\hat{f}_i = \frac{\sum_{j \in W_i} \omega_{ij} \tilde{f}_j}{\sum_{j \in W_i} \omega_{ij}}, \quad \text{avec} \quad \omega_{ij} = \exp\left(\frac{-\|v(n_i) - v(n_j)\|_{2,\alpha}^2}{h|n|}\right) \quad (\text{II.73})$$

$s$  indique l'échelle de décomposition.  $S$  indique le nombre total d'échelles de décomposition.  $C$  et  $L$  sont respectivement, la dimension des colonnes et des lignes.

Yang et al. (2013) et Yuan (2015) ont également mis en collaboration le modèle de PM et le NLM. Leur modèle permet d'éviter le comportement instable du modèle de PM qui introduit des effets d'escaliers dans les images traitées. Il offre également une meilleure préservation des structures fines grâce à une diffusion plus lente dans la région de texture.

Zhang et al. (2014a) ont présenté une nouvelle méthode de suppression de bruit multiplicatif en intégrant les moyennes non locales (NLM) à la diffusion anisotrope à base de McIlhagga. Cette diffusion est d'abord utilisée pour obtenir une image pré-filtrée à partir de l'image bruitée initiale, puis le NLM est conduit pour obtenir une image finale débruitée en traitant à la fois l'image initiale et l'image diffusée. Ce modèle est décrit par :

$$\begin{cases} \partial_t I(x, y; t) = \text{div}(g(M(I(x, y; t)))\nabla I(x, y; t)) & (x, y; t) \in \Omega \times [0, T], \\ I(x, y; 0) = I_0(x, y), & (x, y) \in \Omega, \\ \partial_\eta I(x, y; t) = 0, & (x, y; t) \in \partial\Omega \times [0, T] \end{cases} \quad (\text{II.74})$$

La fonction de diffusion est donnée par :

$$g(M(I)) = \frac{1}{1 + \left(\frac{M(I)}{\overline{M(I)}}\right)^2} \quad (\text{II.75})$$

$$M(I) = \frac{M_g(x, y) - \min(M_g(x, y))}{\max(M_g(x, y)) - \min(M_g(x, y))} \quad (\text{II.76})$$

$$M_g(x, y) = \frac{1}{\min_s \sqrt{(x - u_s)^2 + (y - v_s)^2} + \tau} \quad (\text{II.77})$$

où  $M(I)$  est l'image contour normalisée de  $M_g(x, y)$  [Zhang et al. (2013)] et  $\bar{M}(I)$  en est sa valeur moyenne.

$$I^{NLM}(x, y) = \sum_{j \in W_i} \omega_{ij} I(x, y; t_f) \quad (\text{II.78})$$

avec

$$\omega_{ij} = \frac{\exp\left(-\frac{G_\sigma \|I_0(W_i) - I_0(W_j)\|^2}{h^2}\right)}{\sum_j \exp\left(-\frac{G_\sigma \|I_0(W_i) - I_0(W_j)\|^2}{h^2}\right)} \quad (\text{II.79})$$

L'image  $I(x, y; t_f)$  est obtenue à l'échelle  $t_f$  grâce au MAE (III.34).  $t_f$  est déterminé automatiquement sur une région formée uniquement de speckles (FFSR : Fully Formed Speckle Region).

L'hybridation NLM-PM fournit des performances remarquables pour une grande classe de problèmes de débruitage. Toutefois elle présente quelques faiblesses. Premièrement, la complexité de la recherche de voisins similaires sur l'ensemble de l'image est importante. Deuxièmement, l'estimation des paramètres écart-type  $\sigma$  et  $h$  est difficile. De plus, l'écart-type ne tient pas compte de l'évolution de l'image au cours du temps qu'impose le modèle de PM. Enfin, l'information sur l'intensité des voisins n'est prise en compte que dans le modèle NLM.

Feng and Gong (2014) ont proposé une collaboration entre le modèle de PM et les ondelettes. Les ondelettes ont été introduites au début des années 80, afin de résoudre un problème lié à la transformée de Fourier qui ne permet pas de localiser à la fois les fréquences du signal et le temps. Les ondelettes permettent de décomposer l'image en deux fréquences (II.80) : la basse fréquence qui, dans le cas des ondelettes est le coefficient d'approximation ( $A$ ), la haute fréquence est composée de trois directions (Horizontale :  $H$ , Verticale :  $V$  et Diagonale :  $D$ ) qui sont les coefficients des détails dans chacune des directions. L'approche proposée permet de réduire efficacement les bruits à bande dans les images hyper-spectrales, sans introduire une forte délocalisation des contours contrairement à la méthode classique de seuillage des coefficients de détails ( $D_{z \in \{H, V, D\}}$ ) de l'image originale  $I_0$ . Le modèle est défini par :

$$I_0(x, y; t) = A^L(x, y; t) = \{A^L(x, y; t), \{D_H^j(x, y; t), D_V^j(x, y; t), D_D^j(x, y; t) | j = 1, 2, \dots, L\}\} \quad (\text{II.80})$$

$$\begin{cases} \partial_t D_z^j(x, y; t) = \text{div}[g(|\nabla D_z^j|) \nabla D_z^j(x, y; t)] & (x, y; t) \in \Omega \times [0, T], \\ D_z^j(x, y; 0) = D_{0,z}^j(x, y), & (x, y) \in \Omega, \\ \partial_\eta D_z^j(x, y; t) = 0, & (x, y; t) \in \partial\Omega \times [0, T] \end{cases} \quad (\text{II.81})$$

## II.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les EDPs qui décrivent des lois physiques et qui modélisent également les processus de filtrage par diffusion en traitement d'images.

Depuis le modèle de base de [Perona and Malik \(1990\)](#), fondé sur l'équation de la chaleur, plusieurs EDPs et méthodes ont été proposées par les chercheurs en traitement d'images pour améliorer le processus de débruitage d'une image. Quelques-unes ont été présentées dans ce chapitre dont les équations de diffusion télégraphique et les modèles hybrides qui fournissent des résultats intéressants en termes de réduction de bruit et de préservation des contours et des structures fines de l'image.

Cependant, ces méthodes présentent quelques limitations. En effet, bien que les méthodes télégraphiques fournissent de bons résultats, elles présentent les faiblesses suivantes :

- (i) le coefficient d'amortissement qui est généralement choisi constant pour toute l'image, ne tient pas compte du contenu informationnel local de l'image, du niveau de bruit et du nombre d'itérations ;
- (ii) le temps de relaxation est lui aussi indépendant des paramètres précédents car généralement pris égal à 1 ;
- (iii) aucune relation n'existe entre le temps de relaxation et le coefficient d'amortissement.

Quant aux méthodes de diffusion hybrides, leurs faiblesses proviennent de :

- (i) *la construction du  $FILTRE_1$*  : ce filtre n'est pas conçu à l'origine pour pré-réduire le bruit mais plutôt pour le réduire. Ceci a pour inconvénient d'entraîner une délocalisation sensible des contours et une élimination des structures fines.
- (ii) *l'accentuation de la délocalisation des contours* : le  $FILTRE_2$  utilisé à l'étape de lissage ne tient pas compte de cette délocalisation. Aussi accentue-t-il la délocalisation des contours et la destruction des structures fines à la fin du processus de traitement.
- (iii) *l'indépendance au bruit du critère de passage entre le  $FILTRE_1$  et le  $FILTRE_2$*  : le moment du passage de l'étape de pré-lissage à celle de lissage du bruit ne dépend pas du niveau du bruit.

Le chapitre [III](#) tente d'apporter des solutions à ces limitations en :

- (i) proposant un coefficient d'amortissement et un temps de relaxation adaptés aux propriétés locales de l'image afin de rendre le processus de diffusion télégraphique robuste au bruit ;
- (ii) décrivant une méthode hybride fondée sur la seule équation de type Jeffreys qui permet de réaliser à la fois un processus de diffusion linéaire pour la pré-réduction du bruit et un processus de diffusion non-linéaire pour la phase de réduction à proprement dite.

## Méthodes proposées

### Sommaire

---

<b>III.1 Adaptation de l'Équation de Diffusion Télégraphique (A-TDE)</b> . . . . .	<b>61</b>
III.1.1 Nécessité d'un coefficient d'amortissement variable . . . . .	61
III.1.2 Nécessité d'un temps de relaxation variable . . . . .	64
III.1.3 Implémentation de l'A-TDE . . . . .	66
<b>III.2 Modèle hybride de diffusion (A-DL+ADJ) basé sur l'Équation de Type Jeffreys (ETJ)</b> . . . . .	<b>68</b>
III.2.1 Processus de pré-réduction : Diffusion Linéaire-Adaptatif (A-DL) . . . . .	69
III.2.2 Critère d'arrêt du processus de pré-réduction . . . . .	70
III.2.3 Processus de réduction : Diffusion Anisotrope de Jeffreys (ADJ) . . . . .	71
III.2.4 Étude des paramètres . . . . .	72
III.2.5 Schéma fonctionnel du modèle hybride . . . . .	76
III.2.6 Implémentation du modèle hybride . . . . .	76
<b>III.3 Conclusion</b> . . . . .	<b>79</b>

---

Dans le chapitre II, nous avons indiqué que certaines EDPs associées à des processus de filtrage permettaient de réduire le bruit dans les zones homogènes tout en gardant intactes les informations utiles ou structures d'intérêts de l'image. Cependant, nous avons également évoqué quelques faiblesses de ces méthodes dues à la détermination des paramètres (cas de la TDE) ou au processus de filtrage (cas des méthodes hybrides fondées sur des EDPs.)

Face à ces limitations, nous proposons dans ce chapitre notre contribution qui se décline en une "*Adaptation de l'Equation de Diffusion Télégraphique*" en abrégée A-TDE et en un "*modèle hybride de diffusion basé sur l'équation de type Jeffreys*" dénommé A-DL+ADJ. Nous détaillons dans ce qui suit chaque méthode avant de les mettre en œuvre dans le prochain chapitre (chapitre IV).

## III.1 Adaptation de l'Équation de Diffusion Télégraphique (A-TDE)

Notre modèle se fonde sur l'Equation de Diffusion Télégraphique classique (II.49) dans laquelle le temps de relaxation  $\tau$  et le coefficient d'amortissement  $\lambda$  sont supposés constants. Dans notre approche, nous proposons que  $\tau$  et  $\lambda$  dépendent à la fois de l'espace  $(x, y)$  et de l'échelle  $t$ . L'équation (II.49) se mettrait alors sous la forme de l'équation (III.1).

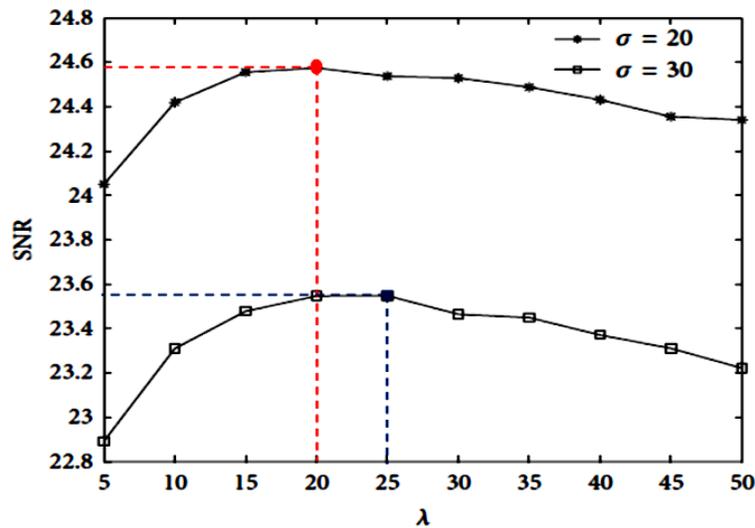
$$\begin{cases} \tau(x, y; t)\partial_t^2 I(x, y; t) + \lambda(x, y; t)\partial_t I(x, y; t) - \text{div}(g(|\nabla I|)\nabla I) = 0 & (x, y; t) \in \Omega \times [0, T], \\ I(x, y; 0) = I_0(x, y), & (x, y) \in \Omega, \\ \partial_\eta I(x, y; t) = 0, & (x, y; t) \in \partial\Omega \times [0, T] \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Dans la suite, nous expliquons ce qui fonde notre approche.

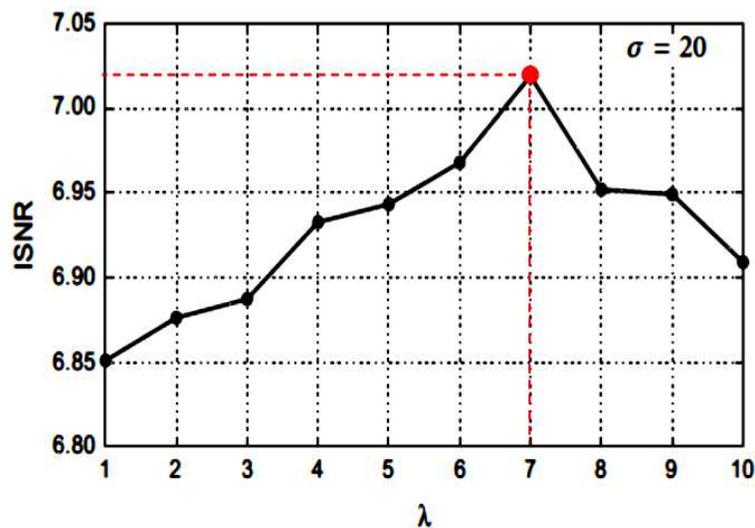
### III.1.1 Nécessité d'un coefficient d'amortissement variable

Considérons l'image de Lena corrompue avec des bruits d'écart-type  $\sigma = 20$  et  $\sigma = 30$  (Fig.III.1). Les courbes du rapport signal sur bruit en fonction de  $\lambda$  ont été représentées à la figure III.1. La valeur optimale du coefficient d'amortissement est celle qui maximise le rapport signal sur bruit [Zeng et al. (2011), Yang and Zhang (2014), Zhang et al. (2015)]. Elle est obtenue pour  $\sigma = 20$  à  $\lambda = \{7; 20\}$  et pour  $\sigma = 30$  à  $\lambda = 25$ . Ce qui indique que :

- (i) la valeur de  $\lambda$  dépend du niveau de bruit ;
- (ii) la détermination de cette valeur se fait de manière globale ;
- (iii) l'application de cette valeur ne tient pas compte de l'échelle à laquelle se trouve l'image.



(a) Yang and Zhang (2014).



(b) Zhang et al. (2015).

FIGURE III.1 – Graphique du rapport signal sur bruit versus différents coefficients d'amortissement sur l'image de Lena.

L'image étant constituée d'informations locales ne se répartissant pas forcément de façon uniforme, nous préconisons que le coefficient d'amortissement soit déterminé de façon locale, c'est-à-dire sur des voisinages restreints et adjacents de l'image à traiter et dépendant de l'échelle.

Pour nous conforter dans cette approche, nous avons d'abord corrompu l'image Fishing Boat avec des bruits d'écart-type  $\sigma = 20$  et  $\sigma = 30$ . Ensuite, les images bruitées ont été partitionnées en des régions de taille  $64 \times 64$  sur lesquelles ont été déterminées les valeurs des coefficients d'amortissement correspondant à un rapport signal sur bruit maximum. La recherche de ce rapport a été réalisée avec un pas de coefficient d'amortissement de 10. Les valeurs obtenues pour chaque région considérée sont présentées sur les figures (III.2(a) et III.2(b)).

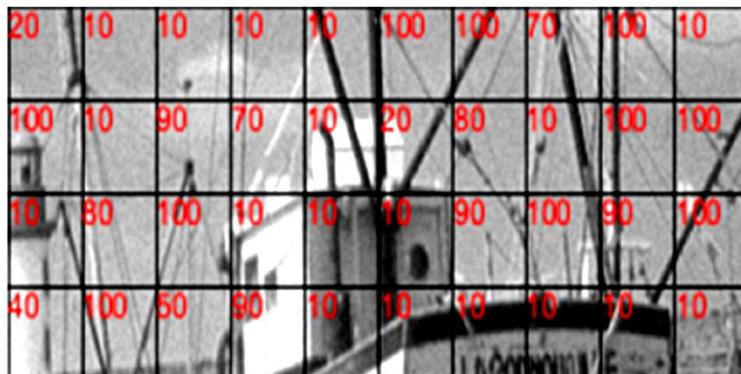
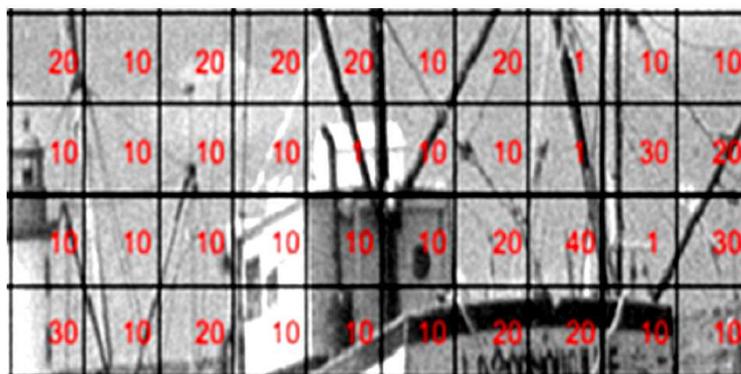
(a)  $\sigma = 20$ (b)  $\sigma = 30$ 

FIGURE III.2 – Coefficients d'amortissement optimaux pour différents écart-type du bruit.

Nous constatons que pour un bruit d'écart-type  $\sigma$  donné, les coefficients d'amortissement ne sont pas tous égaux et qu'ils varient en fonction de la région. Ces coefficients sont plus faibles dans les zones homogènes que dans celles à grande variabilité (contours et structures fines). Ce qui montre que conserver un même coefficient d'amortissement pour les différentes zones d'intérêt de l'image n'est pas optimal. De plus, les coefficients sont plus importants pour des bruits d'écart-type assez faibles. Cette expérience nous conforte dans notre approche et démontre que le choix du coefficient d'amortissement doit tenir compte des caractéristiques locales de l'image. C'est pourquoi nous proposons un modèle de TDE dont le coefficient d'amortissement ( $\lambda$ ) dépend à la fois de l'espace  $(x, y)$  et de l'échelle  $(t)$ .

Pour construire notre modèle, rappelons que dans la littérature, la TDE est obtenue à partir du modèle de PM en ajoutant un second terme dérivatif de l'image par rapport au temps ( $\partial_t^2$ ) [Ratner and Zeevi (2007), Cao et al. (2010), Zeng et al. (2011), Yang and Zhang (2014), Zhang et al. (2014b), Zhang et al. (2015)]. Dans notre approche, nous utiliserons plutôt une version améliorée du modèle PM, le Robust Scale-Space Filter (RSF) [Ham et al. (2012)] dont l'expression est :

$$|div(g(|\nabla I|)\nabla A)|\partial_t I(x, y; t) - div(g(|\nabla I|)\nabla I) = 0 \quad (\text{III.2})$$

où

$$A(x, y; t) \equiv A(x, y) = \left| \sin\left(\frac{\pi}{2}(x + y)\right) \right| \quad (\text{III.3})$$

$A(\cdot)$  est une fonction auxiliaire et périodique.

Ce modèle qui généralise celui de PM, se différencie de celui-ci par le terme  $|\text{div}(g(|\nabla I|)\nabla A)|$ . Le RSF présente l'avantage d'être robuste aux bruits de types impulsionnel, gaussien, et de leurs combinaisons. En ajoutant un second terme dérivatif de l'image par rapport au temps ( $\partial_t^2$ ) au Robust Scale-Space Filter (RSF), nous obtenons une version télégraphique du RSF qui est la TDE de notre modèle et que nous dénommons l'Équation de Diffusion Télégraphique Robuste (R-TDE) définie comme suit :

$$\tau \partial_t^2 I(x, y; t) + |\text{div}(g(|\nabla I|)\nabla A)| \partial_t I(x, y; t) - \text{div}(g(|\nabla I|)\nabla I) = 0 \quad (\text{III.4})$$

Par identification avec l'équation (III.1),  $\lambda(x, y; t) = |\text{div}(g(|\nabla I|)\nabla A)|$ . Le choix de recourir à la RSF se justifie par le fait que le terme  $|\text{div}(g(|\nabla I|)\nabla A)|$  est défini positif comme le coefficient d'amortissement. Ensuite, son action est locale comme le coefficient local que nous souhaitons mettre en œuvre. En effet, ce terme modifie de manière adaptative la quantité de flux selon la topologie locale du voisinage. Ce qui lui permet d'être apparenté à un filtre médian [Ratner and Zeevi (2007)]. Il se laisse guider par l'information locale obtenue par la fonction de diffusion qui dépend de l'orientation du gradient. Ainsi, ce terme contrôle localement le degré du lissage et peut constituer de ce fait, le coefficient d'amortissement adaptatif de notre modèle.

Cependant, en raison de son fonctionnement semblable à un filtre médian,  $|\text{div}(g(|\nabla I|)\nabla A)|$  tend à rendre flou l'image lorsque le nombre d'itérations devient important [Ham et al. (2012)]. Nous proposons de réduire cet effet en utilisant un temps de relaxation adaptatif qui aura pour rôle de préserver les structures fines et les contours de l'image.

### III.1.2 Nécessité d'un temps de relaxation variable

La présente étude a pour objectif de montrer que le temps de relaxation ( $\tau$ ) doit également dépendre des caractéristiques locales de l'image et cela à toute échelle.

Dans la littérature, le temps de relaxation est constant, déterminé de façon globale et est supposé égal à 1 [Ratner and Zeevi (2007), Cao et al. (2010), Yang and Zhang (2014), Zhang et al. (2014b), Zhang et al. (2015)] sauf dans [Zeng et al. (2011)] où la valeur a été fixée à 4.

Pour montrer l'impact du temps de relaxation dans le processus de diffusion, nous avons procédé de la même manière qu'avec le coefficient d'amortissement en recherchant le temps de relaxation optimal qui correspond au meilleur rapport signal sur bruit. Les expériences ont été conduites sur l'image Fishing Boat avec un bruit d'écart-type  $\sigma = 20$  et pour différents coefficients d'amortissement (10, 20 et 30). La figure III.3 montre l'influence du temps de relaxation sur le rapport signal sur bruit pour un pas égal à 5. Comme nous le pensons, nous constatons que le temps de

relaxation optimal qui correspond au maximum de la courbe, diffère en fonction du coefficient d'amortissement. Par contre, sa valeur reste pratiquement constante (29 dB). Cette valeur révèle qu'à un coefficient d'amortissement est associé un temps de relaxation unique qui rend optimal le filtre.

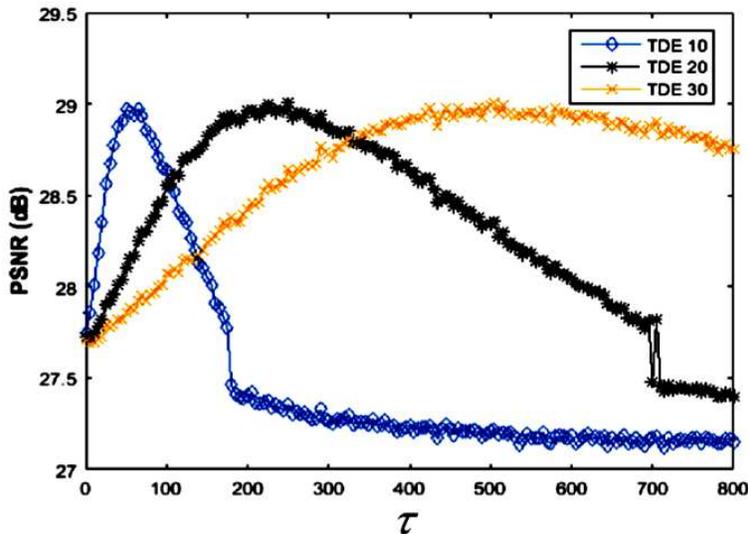


FIGURE III.3 – Influence du temps de relaxation sur le rapport signal sur bruit avec différents coefficients d'amortissement 10, 20 et 30, avec  $\sigma = 20$

Ces expériences nous confortent dans notre approche et démontrent que le choix du temps de relaxation doit tenir compte des caractéristiques locales de l'image. C'est pourquoi nous proposons un modèle basé sur la R-TDE dont le temps de relaxation ( $\tau$ ) dépend à la fois de l'espace ( $x, y$ ) et de l'échelle ( $t$ ). Ce modèle se formule comme suit :

$$\tau(x, y; t) \partial_t^2 I(x, y; t) + |\operatorname{div}[g(|\nabla I|) \nabla A]| \partial_t I(x, y; t) - \operatorname{div}[g(|\nabla I|) \nabla I] = 0 \quad (\text{III.5})$$

Pour déterminer le temps de relaxation adaptatif  $\tau(x, y; t)$ , nous proposons d'utiliser l'entropie locale qui est une bonne mesure statistique de l'information de texture et qui a été proposée par [Yuan and Wang \(2016\)](#) comme une composante de la fonction de diffusion (arrêt-contour). Ainsi, pour préserver les structures fines (textures) de l'image nous posons :

$$\tau(x, y; t) = e^{-H_l(x, y; t)} \quad (\text{III.6})$$

où  $H_l$  est l'entropie locale déterminée par :

$$H_l(x, y; t) = - \iint_{\Omega_l} p_l(x, y; t) \log p_l(x, y; t), (x, y) \in \Omega_l \quad (\text{III.7})$$

avec  $\Omega_l$  le  $l$ th  $p_l(x, y)$ , la densité de probabilité locale.

En définitive, l'intégration des expressions de nos paramètres  $\lambda(x, y; t)$  (coefficient d'amortis-

sement) et  $\tau(x, y; t)$  (temps de relaxation) adaptatifs dans l'équation (III.1) conduit à une EDP sur laquelle se fonde notre modèle qui est une version améliorée de la TDE et que nous avons dénommé A-TDE (Adaptation de l'Équation de Diffusion Télégraphique) :

$$e^{-H_t} \partial_t^2 I(x, y; t) + |\operatorname{div}[g(|\nabla I|) \nabla A]| \partial_t I(x, y; t) - \operatorname{div}[g(|\nabla I|) \nabla I] = 0 \quad (\text{III.8})$$

Le temps de relaxation adaptatif  $\tau(x, y; t)$  décroît avec l'entropie. Ce qui se traduit par une diffusion lente en présence d'une texture à forte variabilité et permet de préserver les détails et les structures fines. Ainsi dans le processus de diffusion, le contrôle local du degré de lissage est assuré par le coefficient d'amortissement adaptatif  $\lambda(x, y; t) = |\operatorname{div}[g(|\nabla I(x, y; t)|) \nabla A(x, y; t)]|$  et la préservation des structures fines et des contours locaux, par le temps de relaxation  $\tau(x, y; t) = e^{-H_t(x, y; t)}$ .

### III.1.3 Implémentation de l'A-TDE

La résolution numérique de l'équation (III.8) de l'A-TDE se fera de manière itérative pour approcher la solution. Pour ce faire, nous utiliserons la méthode des différences finies (schéma explicite).

$$I(i, j, t), g(i, j, t), H(i, j, t) : \Omega \times T \longrightarrow \mathbb{R}^+ \quad (\text{III.9})$$

$$\Omega = \{(i, j) | 0 \leq i \leq N, 0 \leq j \leq M\} \subset \mathbb{R}^+ \quad (\text{III.10})$$

$$T = \{\Delta t | 0 \leq \Delta t \leq +\infty\} \subset \mathbb{N}, t = 0, 1, \dots, \quad (\text{III.11})$$

Les approximations discrètes sont les suivantes :

$$\partial_t^2 I(x, y; t) \longrightarrow \frac{I_{i,j}^{t+1} - 2I_{i,j}^t + I_{i,j}^{t-1}}{\Delta t^2}; \partial_t I(x, y; t) \longrightarrow \frac{I_{i,j}^{t+1} - I_{i,j}^t}{\Delta t} \quad (\text{III.12})$$

$$\nabla_N I_{i,j}^t = I_{i-1,j}^t - I_{i,j}^t; \nabla_S I_{i,j}^t = I_{i+1,j}^t - I_{i,j}^t; \nabla_W I_{i,j}^t = I_{i,j-1}^t - I_{i,j}^t; \nabla_E I_{i,j}^t = I_{i,j+1}^t - I_{i,j}^t \quad (\text{III.13})$$

$$\operatorname{div}_{i,j}^t = g(\nabla_N I_{i,j}^t) \nabla_N I_{i,j}^t + g(\nabla_S I_{i,j}^t) \nabla_S I_{i,j}^t + g(\nabla_W I_{i,j}^t) \nabla_W I_{i,j}^t + g(\nabla_E I_{i,j}^t) \nabla_E I_{i,j}^t \quad (\text{III.14})$$

$$\lambda(x, y; t) \longrightarrow \lambda_{i,j}^t = |g(\nabla_N I_{i,j}^t) \nabla_N A_{i,j}^t + g(\nabla_S I_{i,j}^t) \nabla_S A_{i,j}^t + g(\nabla_W I_{i,j}^t) \nabla_W A_{i,j}^t + g(\nabla_E I_{i,j}^t) \nabla_E A_{i,j}^t| \quad (\text{III.15})$$

$$|\nabla_N A_{i,j}^t| = |A_{i-1,j}^t - A_{i,j}^t|; |\nabla_S A_{i,j}^t| = |A_{i+1,j}^t - A_{i,j}^t| \\ |\nabla_W A_{i,j}^t| = |A_{i,j-1}^t - A_{i,j}^t|; |\nabla_E A_{i,j}^t| = |A_{i,j+1}^t - A_{i,j}^t| \quad (\text{III.16})$$

$$|\nabla_N A_{i,j}^t| = |\nabla_S A_{i,j}^t| = |\nabla_W A_{i,j}^t| = |\nabla_E A_{i,j}^t| = 1 \quad (\text{III.17})$$

$$\tau(x, y; t) \longrightarrow \tau_{i,j}^t = e^{-H_{i,j}^t} \quad (\text{III.18})$$

Les conditions de bords sont :

$$I_{-1,j}^t = I_{0,j}^t; I_{i,-1}^t = I_{i,0}^t; I_{i,M+1}^t = I_{i,M}^t; I_{N+1,j}^t = I_{N,j}^t; \quad (\text{III.19})$$

avec comme conditions initiales :

$$I_{i,j}^0 = I_{i,j}^{-1} = I_{i,j}; \quad (\text{III.20})$$

Finalement, l'expression numérique de l'A-TDE s'établit comme suit :

$$I_{i,j}^{t+1} = \frac{1}{\tau_{i,j}^t + \lambda_{i,j}^t \Delta t} [(2\tau_{i,j}^t + \lambda_{i,j}^t \Delta t) I_{i,j}^t - \tau_{i,j}^t I_{i,j}^{t-1} + \Delta t^2 \text{div}_{i,j}^t] \quad (\text{III.21})$$

Rappelons que celui du TDE classique est :

$$I_{i,j}^{t+1} = \frac{1}{1 + \lambda \Delta t} [(2 + \lambda \Delta t) I_{i,j}^t - I_{i,j}^{t-1} + \Delta t^2 \text{div}_{i,j}^t] \quad (\text{III.22})$$

En comparant les équations numériques (III.21) de l'A-TDE et (III.22) de la TDE nous notons que le paramètre  $\lambda$  qui gardent une valeur constante à chaque itération dans la TDE, est remplacé par le coefficient d'amortissement adaptatif  $\lambda_{i,j}^t$  qui est déterminé localement en  $(i; j)$ . La détermination du coefficient d'amortissement optimal  $\lambda$  dans la TDE n'est donc plus nécessaire. De même, le temps de relaxation adaptatif  $\tau_{i,j}^t$  de l'A-TDE contrôle temporellement ( $t$ ) et localement ( $i; j$ ) le résultat du lissage, en pondérant les données courantes  $I_{i,j}^t$  et antérieures  $I_{i,j}^{t-1}$  en fonction de l'entropie locale.

L'A-TDE propose un coefficient d'amortissement local qui régule le degré de lissage du bruit et préserve les contours et un temps de relaxation local qui contrôle la préservation des structures fines. Cependant, elle serait nettement plus efficace si une étape de pré-lissage est effectuée, une

classification du bruit, des contours et des structures fines est réalisée et un rehaussement des structures fines est appliqué. Une solution serait d'utiliser une EDP basée sur l'ETJ. La section (III.2) traitera de l'introduction de l'ETJ en traitement d'images en tant que modèle hybride.

## III.2 Modèle hybride de diffusion (A-DL+ADJ) basé sur l'Équation de Type Jeffreys (ETJ)

L'Equation de Type Jeffreys (ETJ) appliquée au traitement d'image a pour expression :

$$\begin{cases} \tau \partial_t^2 I(x, y; t) + \lambda \partial_t I(x, y; t) - \operatorname{div}((D_1 + D_2) \nabla I) = \tau D_1 \partial_t \Delta I(x, y; t), & (x, y; t) \in \Omega \times [0, T] \\ I(x, y; 0) = I_0(x, y), \partial_t I(x, y; 0) = 0, & (x, y) \in \Omega \\ \partial_\eta I(x, y; t) = 0, & (x, y; t) \in \partial\Omega \times [0, T] \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

Il est important de rappeler que l'équation de la chaleur (II.8) et l'équation des télégraphes (II.16) qui sont couramment utilisées pour le filtrage des images, sont des cas particuliers de l'ETJ qui est une EDP d'ordre 3.

Pour utiliser l'ETJ dans le domaine du filtrage, nous imposons  $D_1 = D(t) \in [0; 1]$  afin de pouvoir réaliser une diffusion linéaire et  $D_2 = g(|\nabla I|) \in [0; 1]$  afin d'obtenir une diffusion non-linéaire. Nous obtenons ainsi l'équation suivante :

$$\tau \partial_t^2 I(x, y; t) + \lambda \partial_t I(x, y; t) - \tau D(t) \partial_t \Delta I(x, y; t) - \operatorname{div}[(D(t) + g(|\nabla I|)) \nabla I] = 0 \quad (\text{III.24})$$

Pour encourager la diffusion linéaire et/ou la diffusion non-linéaire, nous faisons intervenir des paramètres poids  $\zeta_{i \in \{1,2\}}$  au niveau de  $D(t)$  et  $g(|\nabla I|)$ . Finalement, l'expression générale de notre méthode est :

$$\tau \partial_t^2 I(x, y; t) + \lambda \partial_t I(x, y; t) - \tau D(t) \partial_t \Delta I(x, y; t) - \operatorname{div}[(\zeta_1 D(t) + \zeta_2 g(|\nabla I|)) \nabla I] = 0 \quad (\text{III.25})$$

où  $\tau = \{0; 1\}$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $\Delta$  : Opérateur Laplacien,  $t \in \mathbb{R}_+$  : Temps.  $\operatorname{div}$  : Opérateur de divergence,  $\zeta_1 D(t) + \zeta_2 g(|\nabla I|)$  : Fonction de diffusion.  $(\zeta_1, \zeta_2) \in [0; 1] \times [0; 1]$  : Paramètres poids avec  $\zeta_1 + \zeta_2 = 1$ .

Notre modèle peut être décliné en deux autres modèles selon les valeurs des paramètres  $\tau$ ,  $\lambda$ ,  $\zeta_1$  et  $\zeta_2$  :

1. Pour  $\tau = 0$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\zeta_1 = 1$  et  $\zeta_2 = 0$ , l'équation (III.25) correspond à celle d'un modèle linéaire de diffusion que nous dénommons Diffusion Linéaire Adaptative (A-DL). Elle s'écrit

alors :

$$\partial_t I(x, y; t) - \text{div}[D(t)\nabla I(x, y; t)] = \partial_t I(x, y; t) - D(t)\Delta I(x, y; t) = 0 \quad (\text{III.26})$$

2. Pour  $\tau > 0$ ,  $\lambda > 0$ ,  $\zeta_1 \in [0; 1[$  et  $\zeta_2 \in ]0; 1]$ , l'équation (III.25) est celle d'un modèle non-linéaire que nous appelons Diffusion Anisotrope de type Jeffreys (ADJ) :

$$\tau \partial_t^2 I(x, y; t) + \lambda \partial_t I(x, y; t) - \tau D(t) \partial_t \Delta I(x, y; t) - \text{div}[(\zeta_1 D(t) + \zeta_2 g(|\nabla I|)) \nabla I] = 0 \quad (\text{III.27})$$

Ainsi, en modifiant les valeurs des paramètres  $(\tau, \lambda, \zeta_1, \zeta_2)$ , notre modèle offre la possibilité de décrire deux processus de diffusion fonctionnant de manière différente. Cette propriété sera mise à profit dans notre approche pour réaliser un filtrage hybride : le processus de diffusion linéaire réalisée par l'A-DL sera dédiée à la mise en œuvre de l'étape de pré-réduction du bruit, tandis que la réduction du bruit à proprement dite, sera effectuée grâce au processus de diffusion non-linéaire réalisée par l'ADJ.

### III.2.1 Processus de pré-réduction : Diffusion Linéaire-Adaptatif (A-DL)

Dans les méthodes de filtrage fondées sur les processus de diffusion, l'étape de pré-lissage du bruit est fondamentale pour obtenir de bons résultats [Catté et al. (1992), Khan et al. (2013), Xu et al. (2016)]. La Diffusion Linéaire (DL) est connue pour éliminer efficacement le bruit et peu donc être utilisée pendant la phase de pré-lissage. La difficulté est qu'elle entraîne une délocalisation relativement importante des contours.

Dans notre approche, pour réduire le bruit sans avoir à dégrader les contours, le pré-lissage est fondée sur une diffusion linéaire (III.26) que nous qualifions d'adaptative (A-DL). En effet, cette dénomination attribuée à la diffusion provient du fait que le coefficient de diffusion de l'A-DL varie en fonction du temps, contrairement à celui de la DL qui est indépendant à la fois de l'espace et du temps.

Pour déterminer le coefficient de diffusion  $D(t)$  de l'A-DL, nous nous inspirons de l'idée de similarité des pixels Wang et al. (2004b). La similarité des pixels est fondée sur la fonction de Leclerc (II.33) (avec  $k = 1$ ) qui est discrétisée suivant la méthode proposée par Perona and Malik (1990). Toutefois, Catté et al. (1992) ont montré que sous cette forme de discrétisation, la discrimination entre les pixels contour et les pixels bruit n'est pas efficace sur les images à faible rapport signal sur bruit. C'est pourquoi nous proposons d'utiliser plutôt la fonction proposée par Tang et al. (2007) (III.28) qui est fondée sur la moyenne de la discrétisation du gradient (III.29) et le seuil de Black et al. (1998) (III.30). Cette fonction est davantage robuste au bruit et sensible aux contours.

Notre coefficient de diffusion  $D(t)$  sera donc défini comme la moyenne de l'ensemble des valeurs de la fonction de discrimination cohérente  $d(p)$ , qui définit la compatibilité entre un pixel

de l'image et ses voisins. La variable  $p$  est la position du pixel central et les  $p_l$ , les pixels de son voisinage.  $x$  et  $y$  sont les coordonnées du pixel central dans l'image. Les valeurs de  $D(t)$  dépendent du choix du seuil du niveau de confiance  $\beta$  (III.31).

$$f(p; t) = \exp\left(\frac{-\Psi^2(p; t)}{k}\right) \quad (\text{III.28})$$

$$\Psi^2(p; t) = \frac{1}{8} \sum_{l=1}^8 |I_P^t - I_{p_l}^t| \quad (\text{III.29})$$

$$k = 1.4826MAD(\sqrt{\Psi^2(p; t)}) \quad (\text{III.30})$$

$$d(p; t) = \begin{cases} 1, & \text{si } f(p; t) \leq \beta \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

$$D(t) = \frac{1}{M \times N} \sum_{x,y=1}^{N,M} d(x, y; t) \quad (\text{III.32})$$

A l'issue du processus de l'A-DL, nous obtenons l'image pré-filtrée ( $I_m$ ) (Fig.III.5) qui doit présenter une bonne conservation des structures géométriques présentes dans l'image et un niveau de bruit "acceptable" afin de ne pas affecter l'opération postérieure de réduction du bruit. Cependant, il est important de déterminer à quelle itération le processus de pré-lissage doit-il prendre fin. Dans la section (III.2.2), nous traitons ce problème.

### III.2.2 Critère d'arrêt du processus de pré-réduction

Le filtrage fondé sur la diffusion, est un processus itératif qui fournit une famille d'images  $I_{i \in [0;n]}$  (Fig.III.5), où chaque image possède un niveau de bruit différent. Notre objectif est de déterminer dans cette famille, l'image résultat du processus de pré-filtrage par l'A-DL.

Dans une approche similaire à la nôtre, Zhang et al. (2014a) ont proposé de calculer à chaque itération, la Mean Absolute Error (MAE) (III.34) entre deux images successives afin de la comparer à un seuil fixé auparavant. L'image préfiltrée résultante est obtenue dès que la MAE devient inférieure au seuil. Pour tenir compte du niveau du bruit qui est un paramètre important de notre méthode, nous suggérons d'estimer plutôt la variance du bruit entre deux images successives pour déterminer l'image préfiltrée  $I_m$ . Cette variance que nous dénommons Variance Absolute Error (VAE) [(III.33), (III.35) et (III.36)] est fondée sur la méthode d'estimation de la variance du bruit de Donoho and Johnstone (1994). Elle est définie par :

$$I_{diff}(x, y; t) = \sqrt{(I(x, y; t) - I(x, y; t - 1))^2} \quad (\text{III.33})$$

$$MAE(t) = \frac{1}{M \times N} \sum_{x,y=1}^{N,M} I_{diff}(x, y; t) \quad (III.34)$$

$$I_{diff}(x, y; t) = \{A^L(x, y; t), \{D_z^j(x, y; t) | j = 1, 2, \dots, L\}; |z = \{H, V, D\}\} \quad (III.35)$$

$$VAE(t) = \frac{1}{3L \times 0.6745} \sum_{j \in [1;L]} \sum_{z \in \{H,V,D\}} médiane(D_z^j(x, y; t)) \quad (III.36)$$

$I_{diff}$  est l'erreur absolue de deux images à des instants successifs,  $A^L$  est l'image d'approximation à l'échelle  $L$  et  $D_z^j$  sont les images de détails (Horizontal, Vertical et Diagonal) de la décomposition en ondelettes de Haar.

Comme le montre la figure.III.4(a), les valeurs du VAE décroissent exponentiellement dans le temps et la diffusion peut être arrêtée automatiquement pour un seuil  $T_s$  donné.

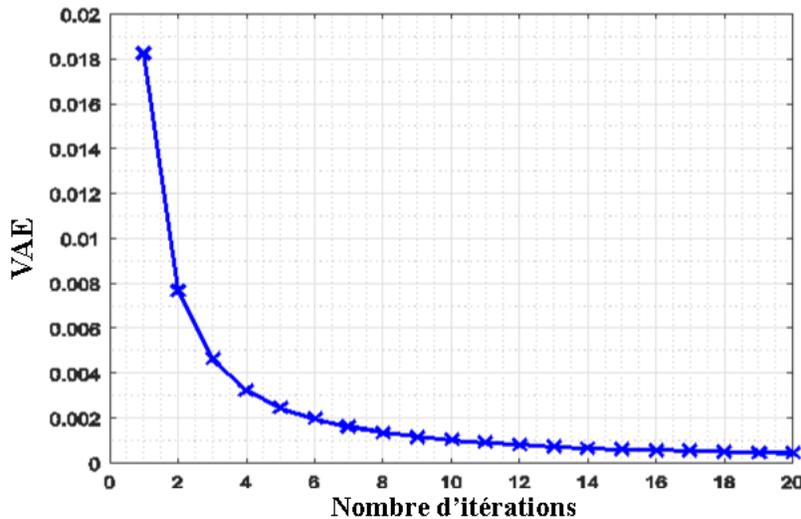


FIGURE III.4 – Convergence du VAE pour l'image de Lena.

A la fin du processus de l'A-DL, le niveau du bruit a été réduit mais la qualité de l'image mérite d'être améliorée. Afin de le faire tout en préservant au mieux les caractéristiques de l'image, nous utiliserons un modèle non-linéaire dont la fonction de diffusion est basée sur une classification de la norme du gradient en trois classes.

Dans la section III.2.3, nous présentons le modèle de Diffusion Anisotrope de type Jeffreys (ADJ).

### III.2.3 Processus de réduction : Diffusion Anisotrope de Jeffreys (ADJ)

L'image  $I_m$ , résultat de l'A-DL constitue l'image d'entrée (ou image initiale) de l'ADJ (Fig.III.5).

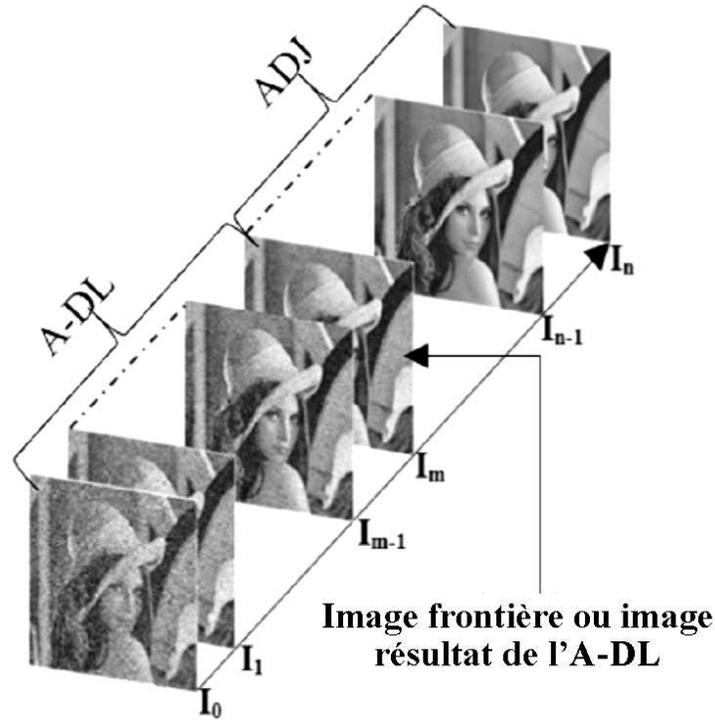


FIGURE III.5 – Illustration de l'évolution du traitement d'une image dans notre modèle hybride.

Supposons que le coefficient de diffusion  $D(t)$  (III.32), à la fin de la phase de pré-lissage, a pour valeur  $\rho$ . L'équation de l'ADJ (III.27) devient donc :

$$\partial_t^2 I(x, y; t) + \lambda \partial_t I(x, y; t) - \rho \partial_t \Delta I(x, y; t) - \text{div}[(\zeta_1 \rho + \zeta_2 g(|\nabla I|)) \nabla I] = 0 \quad (\text{III.37})$$

## III.2.4 Étude des paramètres

### III.2.4.1 Paramètres poids ( $\zeta_1$ et $\zeta_2$ )

L'introduction de plusieurs fonctions de diffusion dans un même modèle est une technique bien connue en traitement d'images [Gilboa et al. (2002), Yuan and Wang (2016)]. Pour que, la somme des fonctions de diffusion respecte les conditions aux limites imposées par [Perona and Malik (1990)], une solution consiste à attribuer des poids à chaque fonction selon leur niveau d'influence [Yuan and Wang (2016)]. Classiquement, les poids proposés ne tiennent pas compte de l'évolution de l'image et sont définis constants et positifs tout au long du processus. Dans notre méthode, les poids varient en fonction du niveau d'itération. Pour les déterminer, nous utilisons le MAE (III.34) [Zhang et al. (2007)] qui offre l'avantage de tenir compte de l'évolution du processus. L'idée est de réduire progressivement le poids d'une fonction de diffusion au détriment de l'autre. Nous imposons donc les valeurs suivantes à nos différents poids :  $\zeta_2 = \alpha(t)$  donc  $\zeta_1 = 1 - \alpha(t)$  avec :

$$\alpha(t) = \begin{cases} 0, & t = 0 \\ \exp(-MAE(t)), & t > 0 \end{cases} \quad (\text{III.38})$$

### III.2.4.2 Étude de l'influence de la dérivée première du Laplacien de l'image par rapport au temps

Lorsque le nombre d'itérations devient important ( $t \rightarrow +\infty$ )

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \alpha(t) = 1 \text{ parce que } \lim_{t \rightarrow +\infty} MAE(t) = 0 \quad (\text{III.39})$$

donc,  $\zeta_1 = 0$  et  $\zeta_2 = 1$ , et l'équation (III.37) devient :

$$\partial_t^2 I(x, y; t) + \lambda \partial_t I(x, y; t) - \rho \partial_t \Delta I(x, y; t) - \text{div}[g(|\nabla I|) \nabla I] = 0 \quad (\text{III.40})$$

Cette équation est très proche de celle de la TDE classique (II.49). En effet, l'équation (III.40) peut s'obtenir à partir de l'équation (II.49) par ajout du terme  $-\rho \frac{\partial \Delta I}{\partial t}$ . Ce terme qui inclut un laplacien permet de mettre en évidence l'évolution des composantes hautes fréquences entre deux images consécutives. Il joue le même rôle que le sharpening component ( $Z_{sharp} = \Delta I$ ) du filtrage linéaire classique Unsharp Masking (UM) (III.41) qui permet d'améliorer le contraste de l'image :

$$I_{filtrée}(x, y) = I_{originale}(x, y) + \rho Z_{contours} \quad (\text{III.41})$$

Nous pensons que le terme ( $\rho \frac{\partial \Delta I}{\partial t}$ ) contribue à mettre en évidence les caractéristiques structurales de l'image selon le niveau de bruit présent. Il est donc intéressant d'étudier l'influence de ce terme en fonction du niveau du bruit. Trois situations peuvent se présenter selon la valeur de ce terme :

1. *Retrancher*  $\frac{\partial \Delta I}{\partial t}$  *du terme de la divergence* : pour ce faire, nous faisons varier  $\rho$  dans l'intervalle  $[-1; 0[$ ;
2. *Ajouter*  $\frac{\partial \Delta I}{\partial t}$  *au terme de la divergence* : revient à faire varier  $\rho$  dans l'intervalle  $]0; 1]$ ;
3. *Supprimer*  $\frac{\partial \Delta I}{\partial t}$  *du terme de la divergence* : on pose alors  $\rho = 0$ . Sous cette condition, nous retrouvons la TDE.

Les figures (III.6(a) et III.6(b)) illustrent l'impact de  $\rho \frac{\partial \Delta I}{\partial t}$  sur la qualité de l'image de Boat pour deux valeurs d'écart-type du bruit. D'un côté, lorsque le rapport signal sur bruit est fort (écart-type du bruit égal à 5), le SSIM (Voir Section IV.1.2) est globalement meilleur pour  $\rho > 0$ . De l'autre côté, pour un rapport signal sur bruit faible (écart-type du bruit égal à 20), le SSIM est relativement meilleur pour  $\rho < 0$ .

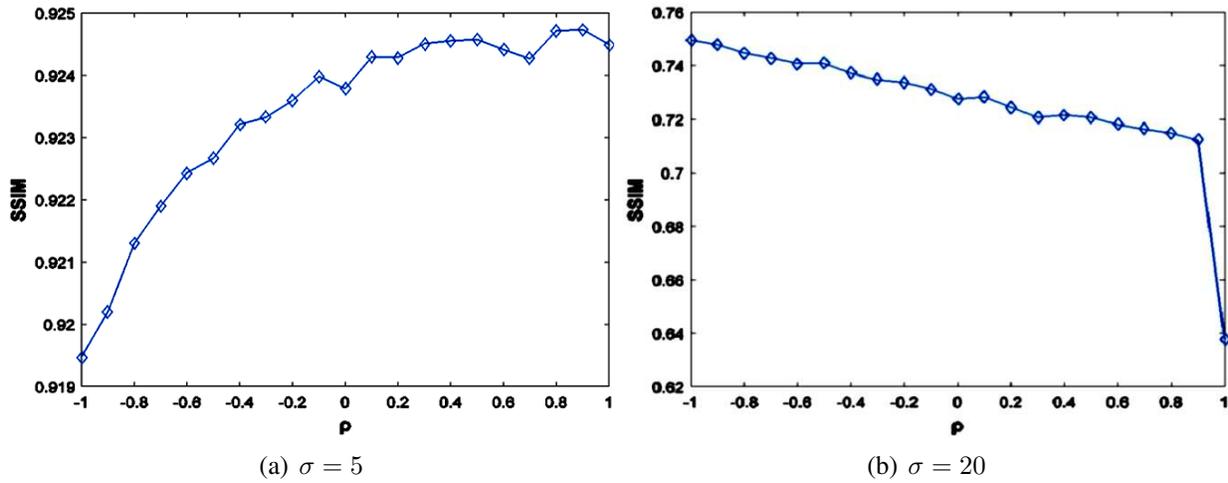


FIGURE III.6 – Influence de  $\rho$  sur la qualité de l'image pour différentes valeurs d'écart-type du bruit.

Dans notre approche, le bruit ayant été réduit par l'opération de pré-lissage réalisée avec l'ADL, nous considérons que l'image résultat  $I_m$  est à fort rapport signal sur bruit. Dans la suite, nous prendrons  $\rho > 0$ .  $\rho$  étant la dernière valeur prise par  $D(t)$ .

### III.2.4.3 Fonction de diffusion proposée

A l'instar de [Gilboa et al. \(2002\)](#), nous définissons trois classes de pixels (bruit, structure fine et contour) selon la norme du gradient (Tableau III.1). Nous définissons alors pour chaque intervalle  $i$  une fonction  $g_{i=1,2,3}$ .

Tableau III.1 – Classification de la norme du gradient.

Intervalle de la norme du gradient	$ \nabla I  \leq a \times k_1$	$a \times k_1 <  \nabla I  \leq b \times k_1$	$b \times k_1 \leq  \nabla I $
Catégorie de pixels	Bruit	Structures fines	Contour
Classe de la norme du gradient	zone homogène	zone moins homogène	zone de transition
Fonction	$g_1$	$g_2$	$g_3$

Avec  $(a, b) \in \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^*$  tel que  $a + b = 1$  et  $b > a$ . Dans la littérature,  $b$  est pris égal à 0.9 [[Perona and Malik \(1990\)](#)]. Donc nous prenons  $a$  égal à 0.1.

$$k_1 = \text{mean}(|\nabla I|) \quad (\text{III.42})$$

Le seuil  $k_1$  est calculé en utilisant l'estimateur de contours de [[Canny \(1986\)](#)]. La description de chaque intervalle se fait comme suit :

- $|\nabla I| \leq a \times k_1$  : Cette classe caractérise les zones homogènes qui contiennent du bruit. Pour encourager le lissage de ces zones, [Zhang et al. \(2016\)](#) ont proposé de forcer la valeur de la fonction de diffusion à 1. Cela sous-entend que toutes les zones ont le même degré d'homogénéité. Ce qui n'est pas forcément le cas. Aussi, proposons-nous de déterminer la valeur de la fonction de diffusion en tenant compte du degré d'homogénéité. Pour ce faire, la norme du gradient est obtenue à partir de la différence entre l'intensité du pixel central ( $I_p$ ) et l'intensité minimale de son voisinage (8-connexités) :

$$\varepsilon = |I_p - I_{min}| \quad \text{avec} \quad I_{min} = \min\{I_{p_l} | l \in [1; 8]\} \quad (\text{III.43})$$

- $a \times k_1 < |\nabla I| \leq b \times k_1$  : Dans cette classe, la norme du gradient est plus élevée que dans la précédente. Elle caractérise les structures fines. Dans notre méthode, le traitement des structures fines se fera grâce à l'entropie locale ([III.7](#)) qui est plus robuste au bruit et préserve mieux les structures fines.
- $b \times k_1 \leq |\nabla I|$  : Dans cette classe, la norme du gradient est très élevée et tend vers l'infini. Ce qui caractérise les contours. Ici, comme dans [Black et al. \(1998\)](#), nous forçons la valeur de la fonction de diffusion à zéro afin de mieux préserver les contours.

Sur la base de cette classification, notre fonction de diffusion représentée à la figure [III.7](#), est définie comme suit :

$$g(s) = \begin{cases} g_1 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\varepsilon}{ak_1}\right)^2}, & |\nabla I| \leq a \times k_1 \\ g_2(H_l) = \exp\left(-\frac{H_l}{bk_1}\right), & a \times k_1 < |\nabla I| \leq b \times k_1 \\ g_3 = 0, & b \times k_1 \leq |\nabla I| \end{cases} \quad (\text{III.44})$$

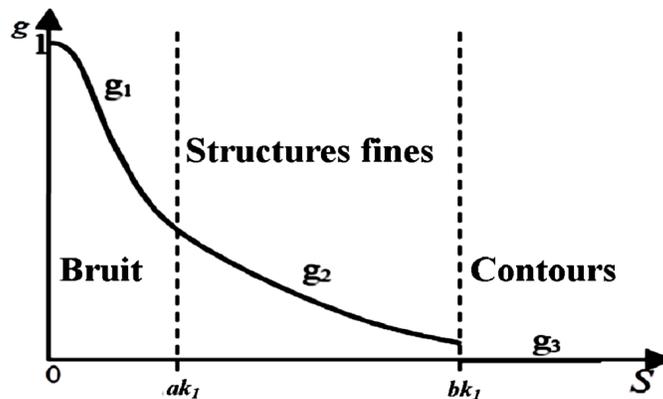


FIGURE III.7 – Illustration de notre fonction de diffusion.

### III.2.5 Schéma fonctionnel du modèle hybride

En définitive, notre modèle hybride de filtrage par diffusion est décrit par le schéma fonctionnel ci-dessous (Fig.III.8). Une implémentation détaillée de ce schéma est décrite par les algorithmes 1 et 2, relatifs à l'Étape de pré-filtrage et l'Étape de filtrage.

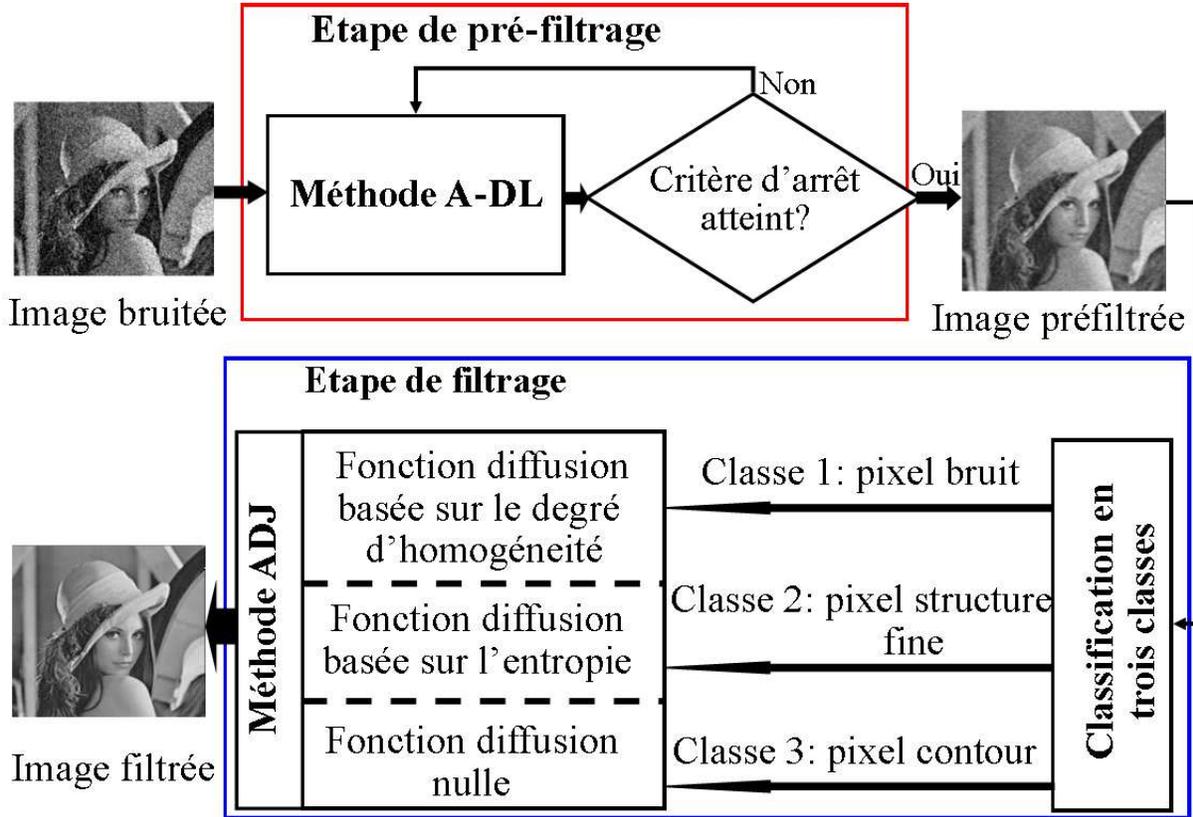


FIGURE III.8 – Schéma fonctionnel de la méthode hybride proposée.

### III.2.6 Implémentation du modèle hybride

Le traitement numérique de l'image requiert une discrétisation de notre modèle hybride (III.25). Ce modèle se décline en deux équations : (III.26) et (III.37). Ces équations sont résolues numériquement en utilisant une approche itérative basée sur un schéma explicite.  $\Delta t$  est le pas de temps et est égal 0.25.  $h$  est le pas entre chaque pixel et est égal à 1. D'où :

$$x = ih, y = jh, t = n\Delta t, 0 \leq i \leq N, 0 \leq j \leq M; n = 0, 1, 2, \dots, \quad (\text{III.45})$$

où  $M \times N$  est la taille de l'image.

Les conditions de bord symétriques sont les suivantes :

$$I_{-1,j}^n = I_{0,j}^n, I_{N+1,j}^n = I_{N,j}^n, I_{i,-1}^n = I_{i,0}^n, I_{i,M+1}^n = I_{i,M}^n \quad (\text{III.46})$$

Les approximations suivantes sont utilisées :

$$\nabla_N I_{i,j}^n = \frac{I_{i,j-1}^n - I_{i,j}^n}{h}, \nabla_S I_{i,j}^n = \frac{I_{i,j+1}^n - I_{i,j}^n}{h}, \nabla_W I_{i,j}^n = \frac{I_{i-1,j}^n - I_{i,j}^n}{h}, \nabla_E I_{i,j}^n = \frac{I_{i+1,j}^n - I_{i,j}^n}{h} \quad (\text{III.47})$$

### III.2.6.1 Implémentation de l'A-DL

L'algorithme 1 ci-dessous est celui de l'A-DL.

---

**Algorithme 1** : Étape de pré-lissage (A-DL)

---

```

1  Variable
2  | I : Image bruit avec  $I = I^0$            (III.51)
3  | n : Nombre d'itérations avec  $n = 0$ 
4  Début
5  | Répéter
6  |   Calculer  $D^n$                        (III.50)
7  |   Restaurer le pixel  $I_{i,j}^{n+1}$     (III.48)
8  |   Calculer  $VAE$                      (III.36)
9  |    $n \leftarrow n+1$ 
10 | Jusque  $VAE \geq T_s$ 
11 | Retourner  $D^n$ 
12 Fin

```

---

Cet algorithme s'appuie sur l'équation suivante :

$$I_{i,j}^{n+1} = I_{i,j}^n + \Delta t D^n (\nabla_N I_{i,j}^n + \nabla_S I_{i,j}^n + \nabla_W I_{i,j}^n + \nabla_E I_{i,j}^n) \quad (\text{III.48})$$

L'équation (III.48) représente le schéma numérique de l'équation (III.26) dont son implémentation est la suivante :

$$\partial_t I(x, y; t) \longrightarrow \frac{I_{i,j}^{n+1} - I_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (\text{III.49})$$

Une approximation de l'équation (III.32) est donnée par l'équation (III.50) :

$$D(t) \longrightarrow D^n = \frac{1}{M \times N} \sum_{i,j=0}^{N,M} d_{i,j}^n \quad (\text{III.50})$$

et comme condition initiale :

$$I_{i,j}^0 = I_{i,j} \quad (\text{III.51})$$

### III.2.6.2 Implémentation de l'ADJ

L'algorithme 2 est le suivant :

---

**Algorithme 2** : Étape de lissage (ADJ)

---

```

1  Constante
2  |  $\rho = D^n$ 
3  Variable
4  |  $I$  : Image avec  $I = I^n$ 
5  |  $n$  : Nombre d'itérations avec  $n = 0$ 
6  |  $\alpha_0 = 0$  : Poids
7  Début
8  | Répéter
9  |   Calculer  $MAE$  (III.34)
10 |   Calculer  $\alpha^n$  (III.38)
11 |   Restaurer le pixel  $I_{i,j}^{n+1}$  (III.52)
12 |   Calculer  $PSNR^n$  (IV.1)
13 |    $n \leftarrow n+1$ 
14 | Jusque  $PSNR^n \geq PSNR^{n-1}$ 
15 Fin
    
```

---

Cet algorithme s'appuie sur l'équation suivante :

$$I_{i,j}^{n+1} = \left( \frac{2}{2\tau + \lambda\Delta t} \right) \left\{ 2\tau I_{i,j}^n + \frac{2\tau - \lambda\Delta t}{2} I_{i,j}^{n-1} + \Delta t^2 (\tau\rho\Gamma + \text{div}v_{i,j}^n) \right\} \quad (\text{III.52})$$

L'équation (III.52) représente le schéma numérique de l'équation (III.37) dont l'implémentation est la suivante :

$$\partial_t^2 I(x, y; t) \longrightarrow \frac{I_{i,j}^{n+1} - 2I_{i,j}^n + I_{i,j}^{n-1}}{\Delta t^2}, \quad \partial_t I(x, y; t) \longrightarrow \frac{I_{i,j}^{n+1} - I_{i,j}^{n-1}}{\Delta t},$$

$$\partial_t \Delta I(x, y; t) \longrightarrow \Gamma = \frac{\nabla_N I_{i,j}^n + \nabla_S I_{i,j}^n + \nabla_W I_{i,j}^n + \nabla_E I_{i,j}^n}{\Delta t} - \frac{\nabla_N I_{i,j}^{n-1} + \nabla_S I_{i,j}^{n-1} + \nabla_W I_{i,j}^{n-1} + \nabla_E I_{i,j}^{n-1}}{\Delta t} \quad (\text{III.53})$$

$$\begin{aligned} \text{div}v_{i,j}^n &= \rho(1 - \alpha^n)(\nabla_N I_{i,j}^n + \nabla_S I_{i,j}^n + \nabla_W I_{i,j}^n + \nabla_E I_{i,j}^n) \\ &\quad + \alpha^n (g_{N_{i,j}}^n \nabla_N I_{i,j}^n + g_{S_{i,j}}^n \nabla_S I_{i,j}^n + g_{W_{i,j}}^n \nabla_W I_{i,j}^n + g_{E_{i,j}}^n \nabla_E I_{i,j}^n) \end{aligned} \quad (\text{III.54})$$

L'approximation de l'équation (III.38) est la suivante :

$$\alpha^n = \exp\left(-\frac{1}{M \times N} \sum_{i,j=0}^{N,M} |I_{i,j}^n - I_{i,j}^{n-1}|\right) \quad (\text{III.55})$$

avec comme conditions initiales :

$$I_{i,j}^0 = I_{i,j}^{-1} = I_{i,j} \quad (\text{III.56})$$

### III.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé deux méthodes de filtrage qui tirent profit de l'efficacité et de la simplicité d'implémentation des processus de diffusion. Ces méthodes sont basées sur des EDPs différentes :

- (i) la première EDP qui a été dénommé A-TDE (Adaptation de l'Équation Diffusion Télégraphique) (Section III.1), permet, d'établir une relation de traitement des informations (bruits, contours et structures fines) entre les paramètres que sont le coefficient d'amortissement et le temps de relaxation adaptatifs et aussi de supprimer l'étape de détermination du coefficient d'amortissement communément utilisée dans le cas des méthodes basées sur la TDE . Ces paramètres dépendent des caractéristiques locales et de l'échelle de l'image. Le coefficient d'amortissement adaptatif possède des propriétés qui lui permettent de contrôler le degré de lissage du bruit et de préserver les contours. Quant au temps de relaxation adaptatif, il se charge de préserver les structures fines.
- (ii) la seconde est l'Equation de Type Jeffreys (ETJ) (Section III.2) qui est une extension de l'Equation de Diffusion Télégraphique. L'ETJ, nous a permis de concevoir un modèle hybride dont la particularité repose sur un comportement qui peut être à la fois isotrope (linéaire) et anisotrope (non-linéaire). Ainsi, ce modèle effectue un filtrage de l'image en deux phases : la phase de pré-filtrage dénommée Diffusion Linéaire Adaptative (A-DL) et la phase de filtrage dénommée Diffusion Anisotrope de Jeffreys (ADJ). L'A-DL réduit le bruit de manière isotrope et progressive et cela offre l'avantage de mieux contrôler le niveau du bruit comparativement aux autres filtres de pré-filtrage. L'ADJ intègre à la fois une nouvelle fonction de diffusion qui se base sur une classification de la norme du gradient en trois classes afin de mieux lisser le bruit tout en préservant les contours et les structures fines et un facteur de rehaussement qui se base sur la dérivée première du Laplacien par rapport au temps afin d'améliorer les contours et les structures fines. Une estimation du niveau de bruit grâce à la Variance Absolute Error (VAE) permet le passage de l'A-DL à l'ADJ.

Dans le chapitre IV, nous allons évaluer nos différentes propositions de manière quantitative et qualitative.

# Évaluation des Méthodes et résultats expérimentaux

## Sommaire

---

<b>IV.1 Métriques pour la mesure de la qualité de l'image</b> . . . . .	<b>81</b>
IV.1.1 Peak Signal to Noise Ratio (PSNR) . . . . .	82
IV.1.2 Structural Similarity Index (SSIM) . . . . .	82
<b>IV.2 Protocole expérimental</b> . . . . .	<b>83</b>
IV.2.1 Séquences de test . . . . .	83
IV.2.2 Choix des méthodes . . . . .	85
IV.2.3 Choix des paramètres . . . . .	86
<b>IV.3 Évaluation de l'A-TDE</b> . . . . .	<b>87</b>
IV.3.1 Première série d'expériences : influences du coefficient d'amortissement et du temps de relaxation . . . . .	87
IV.3.2 Deuxième série d'expériences : validation l'A-TDE sur des images réelles	90
<b>IV.4 Évaluation de l'A-DL+ADJ</b> . . . . .	<b>93</b>
IV.4.1 Étude des paramètres $\beta$ et $\lambda$ . . . . .	93
IV.4.2 Troisième série d'expériences : efficacité de l'A-DL . . . . .	95
IV.4.3 Quatrième série d'expériences : validation de l'A-DL + ADJ sur des images réelles . . . . .	99
<b>IV.5 Validation de l'A-TDE et l'A-DL + ADJ sur des images d'IRM mammaires</b> .	<b>109</b>
IV.5.1 Cinquième série d'expériences : masse à contour mal-défini . . . . .	110
IV.5.2 Sixième série d'expériences : masse à contour bien défini . . . . .	116
<b>IV.6 Conclusion</b> . . . . .	<b>123</b>

---

Dans ce chapitre, il s'agit d'évaluer les performances des méthodes que nous avons proposées sur des images réelles, puis sur des images médicales de type IRM. Dans la littérature, plusieurs méthodes d'évaluation du filtrage existent et sont basées sur différentes techniques telles que la différence de pixels, la corrélation, la détection des contours, le système visuel humain, etc. La plupart des métriques sont liées à la différence entre deux images (référence et filtrée ou déformée). Cependant aucune de ces méthodes n'est considérée comme assez parfaite pour mesurer efficacement la qualité de l'image. La notion d'évaluation en elle-même reste généralement un problème assez délicat. En effet, l'information utile recherchée dans l'image doit être définie, ainsi qu'un ou des critères de qualité mesurant à quel point cette information est aisée à retrouver dans l'image traitée, ce, d'autant plus que le filtrage introduit presque inévitablement de nouvelles dégradations.

Dans l'évaluation de la qualité d'une image, il existe deux méthodes en générale, les évaluations subjectives et les évaluations objectives. L'évaluation subjective est considérée comme coûteuse et prend beaucoup de temps car il faut sélectionner un certain nombre d'observateurs, leur montrer ensuite les images et leur demander de noter la qualité de ces images en fonction de leur propre opinion qui est affectée par des paramètres physiques et psychologiques. Bien que ce critère ne soit pas praticable pour de nombreuses applications, elle demeure toutefois en vigueur avec un nombre restreint d'observateurs. Par conséquent, les évaluations objectives qui sont des algorithmes automatiques et qui tentent de reproduire l'expertise humaine, viennent appuyer ou compléter l'évaluation subjective.

Dans le cadre de ce travail, l'information utile est définie comme l'ensemble contours, textures et structures fines. Nous évaluerons cette information utile en présence de déformations introduites après le filtrage par un critère subjectif et un critère objectif. Le critère subjectif consistera à une comparaison visuelle. Le critère objectif se fera avec une image de référence et les métriques utilisées sont le PSNR (Peak Signal to Noise Ratio) et le SSIM (Structural Similarity Index). Ainsi, nous commencerons, par présenter ces métriques dans la section IV.1. Par la suite, nous évaluerons notre proposition sur l'équation de diffusion télégraphique dans la section IV.3 et celle sur l'équation de type Jeffreys dans la section IV.4. Enfin, la section IV.6 conclura cette partie.

## IV.1 Métriques pour la mesure de la qualité de l'image

L'évaluation objective utilise des algorithmes automatiques qui évaluent la qualité de l'image sans interférence humaine. Cette évaluation peut être divisée en trois catégories en fonction de l'existence de l'image de référence [Kusuma and Zepernick (2003)] :

- (i) avec une image de référence : on parle d'évaluation supervisée ;
- (ii) avec une référence réduite : l'image de référence existe partiellement dans un ensemble de caractéristiques extraites comme information qui aide dans l'évaluation. Il s'agit alors d'une

évaluation semi-supervisée ;

- (iii) sans une image de référence : c'est "l'évaluation de la qualité à l'aveugle" ou évaluation non supervisée.

Les évaluations se basent sur des métriques qui peuvent également être divisées en deux catégories :

- (i) les métriques de fidélité indiquent les différences entre images en mesurant la proximité pixel par pixel entre deux images (l'image de référence et l'image filtrée ou déformée). Le PSNR entre dans cette catégorie ;
- (ii) les métriques de qualité définissent la qualité en fonction des caractéristiques individuelles de l'image telles la luminosité, le contraste, la texture, l'orientation, etc. Le SSIM (Structural SIMilarity index) entre dans cette catégorie. Ces métriques se basent sur le Système Visuel Humain (HVS). Ici, la qualité de l'image est mesurée comme le ferait l'œil humain, c'est-à-dire en se basant sur les changements de contraste, de couleur et de fréquence.

### IV.1.1 Peak Signal to Noise Ratio (PSNR)

Le rapport signal sur bruit est une métrique qui très utilisée en science et en ingénierie. Il compare le niveau d'un signal désiré au niveau du bruit de fond. Pour les données acquises par IRM, cette quantification est généralement utilisée pour permettre la comparaison entre le matériel d'imagerie, les protocoles d'imagerie et les séquences d'acquisition. Le *PSNR* se définit comme suit :

$$PSNR(x, y) = 20 \log_{10} \left( \frac{max = 255}{MSE(x, y)} \right) \quad \text{avec} \quad MSE(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (x_{ij} - y_{ij})^2 \quad (IV.1)$$

où le *PSNR* est exprimé en décibel *dB*. *x* et *y* sont respectivement l'image de référence et l'image d'origine. La valeur du *PSNR* se rapproche de l'infini lorsque le MSE (Mean Square Error) tend vers zéro. Cela montre qu'une valeur *PSNR* plus élevée fournit une qualité d'image supérieure. D'un autre côté, une petite valeur du *PSNR* implique des différences numériques élevées entre les images.

Le rapport signal sur bruit fournit une mesure globale des niveaux relatifs du signal et du bruit ; par contre, il ne donne pas d'indication sur la préservation de quelques détails particuliers considérés comme significatifs. Par conséquent, dans nos évaluations le SSIM viendra en complément car il est considéré comme corrélé avec la perception du HVS.

### IV.1.2 Structural Similarity Index (SSIM)

Wang et al. (2004b) ont proposé l'indice de similarité structurelle (SSIM : Structural Similarity Index) qui est devenu un standard de métriques de qualité d'image accepté en traitement d'images.

Cette métrique évalue l'impact visuel des changements dans l'image en fonction de trois composantes : la luminance, le contraste et la structure de l'image et se définit comme suit :

$$SSIM(x, y) = [l(x, y)]^\alpha [c(x, y)]^\beta [s(x, y)]^\gamma \quad (IV.2)$$

où  $x$  et  $y$  sont respectivement l'image de référence et l'image d'origine.  $\alpha, \beta, \gamma > 0$  contrôlent la signification relative de chacune des trois composantes. Ces composantes sont définies comme suit :

$$l(x, y) = \frac{2\mu_x\mu_y + C_1}{\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1}; c(x, y) = \frac{2\sigma_x\sigma_y + C_2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2}; s(x, y) = \frac{\sigma_{xy} + C_3}{\sigma_x\sigma_y + C_3} \quad (IV.3)$$

où  $\mu_x$  et  $\mu_y$  représentent les moyennes des images originales et filtrées, respectivement.  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  représentent les écarts-types, respectivement.  $\sigma_x^2$  et  $\sigma_y^2$  désignent les variances, respectivement, et  $\sigma_{xy}$  est la covariance des deux images. Pour traiter les situations dans lesquelles les dénominateurs pourraient être proches de zéro, les constantes  $C_1 = (K_1L)^2$  avec  $K_1 = 0.01$ ,  $C_2 = (K_2L)^2$  avec  $K_2 = 0.03$  et  $C_3 = \frac{C_2}{2}$  sont introduites avec  $L = 255$  (niveau de gris maximal) pour une image en niveaux de gris à 8 bits. Les valeurs du SSIM sont données dans l'intervalle  $[0; 1]$ . Les valeurs proche de 0 indiquent que l'algorithme n'est pas assez efficace dans la conservation de la luminosité, dans l'amélioration du contraste et la préservation des structures fines tandis que des valeurs proches de 1 indiquent des niveaux plus élevés de qualité visuelle.

## IV.2 Protocole expérimental

### IV.2.1 Séquences de test

Notre étude est construite sur une base d'images constituée à la fois d'images naturelles (Fig. IV.1) et médicales d'IRM des masses cancéreuses du sein (Fig. IV.2). La figure IV.1 contient les images naturelles communément utilisées en traitement d'images. Les images naturelles nous ont permis de mettre en œuvre des méthodes dans un cadre théorique mais non limitées aux images IRM des masses cancéreuses du sein. La figure IV.2 contient les images prises dans les collections de TCIA<sup>1</sup> (The Cancer Imaging Archive) qui sont largement utilisées et recommandées. Ces collections contiennent plusieurs bases de données d'images de tous types de cancers. Nous avons utilisés quelques images de la collection TCGA-BRCA, QIN Breast DCE-MRI et RIDER Breast MRI qui sont toutes des collections d'images issues d'IRM du sein. Pour une question de lisibilité de nom, nous avons renommé ces images en BCI pour Breast Cancer IRM. Exemple : 1.3.46.670589.11.17169.5.0.4688.2012121710322303990.2 est le nom de BCI4 dans la collection. Toutes les images ont été traitées sous un ordinateur personnel Intel Dual Core (CPU de 1.60 GHz, 4 Go RAM) avec MATLAB (R2015a, 64 bits) comme logiciel de simulation.

1. <http://www.cancerimagingarchive.net/>.

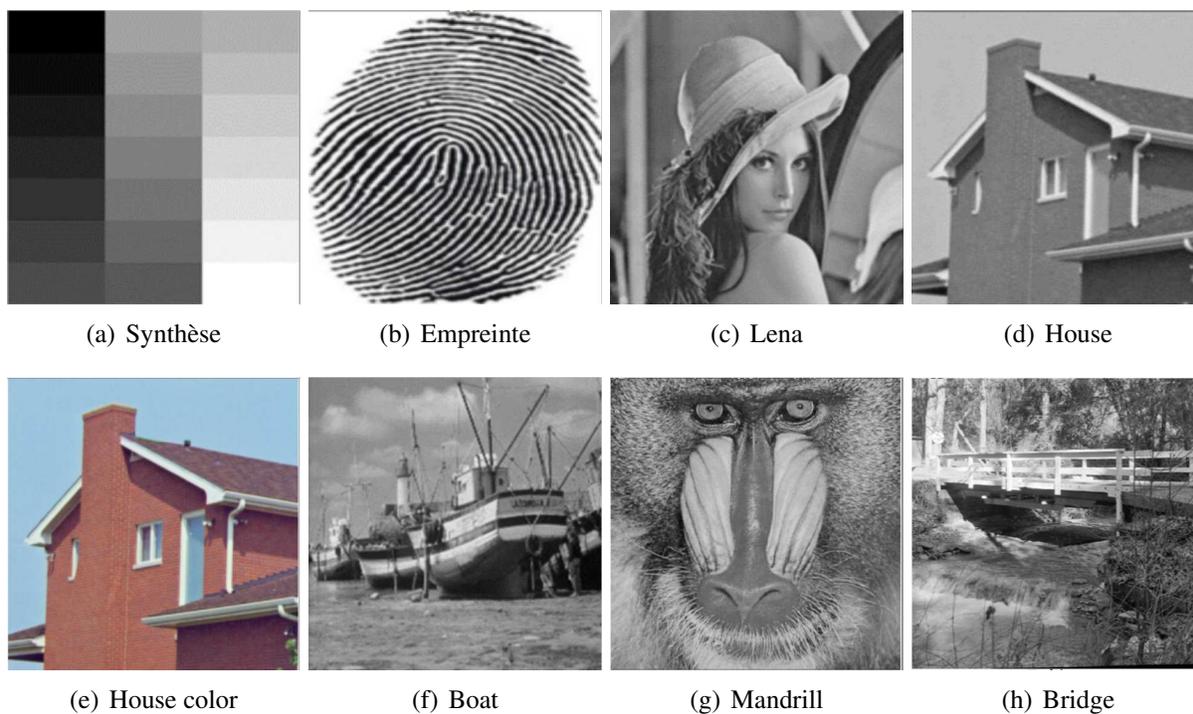


FIGURE IV.1 – Images tests de synthèse et naturelles.

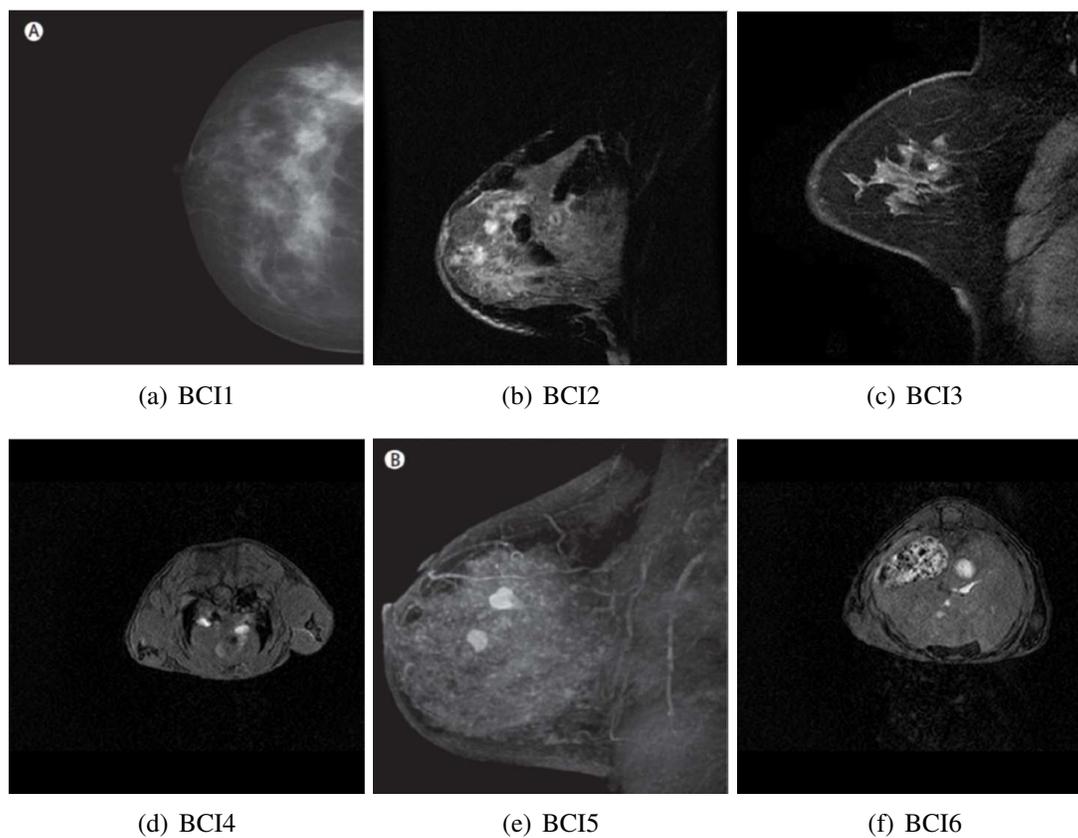


FIGURE IV.2 – Images mammaires d'IRM TCIA.

Tableau IV.1 – Liste des différentes images utilisées pour l'évaluation

$N^o$	Nom	Taille	Référence
01	Image de synthèse	$512 \times 512$	Fig.IV.1(a)
02	Image d'empreinte	$336 \times 450$	Fig.IV.1(b)
03	Lena	$512 \times 512$	Fig.IV.1(c)
04	House à niveau de gris	$256 \times 256$	Fig.IV.1(d)
05	House à couleur	$256 \times 256 \times 3$	Fig.IV.1(e)
06	Fishing boat	$512 \times 512$	Fig.IV.1(f)
07	Mandrill ou baboon	$512 \times 512$	Fig.IV.1(g)
08	Bridge	$512 \times 512$	Fig.IV.1(h)
09	BCI1	$464 \times 460 \times 32$	Fig.IV.2(a)
10	BCI2	$256 \times 256 \times 32$	Fig.IV.2(b)
11	BCI3	$256 \times 256 \times 32$	Fig.IV.2(c)
12	BCI4	$432 \times 432 \times 32$	Fig.IV.2(d)
13	BCI5	$448 \times 458 \times 32$	Fig.IV.2(e)
15	BCI6	$432 \times 432 \times 32$	Fig.IV.2(f)

Les images ci-dessus contiennent des contours, des structures fines, des orientations et des fréquences spatiales. L'étude de la robustesse des méthodes pour différents niveaux de bruit a été réalisée uniquement sur des bruits blancs additifs gaussiens (AWGN) qui sont généralement présents sur les images IRM. Nous avons aussi testé le comportement de notre approche hybride (A-DL+ADJ) en présence de type RVIN (Random Valued Impulse Noise) et la combinaison de bruits de type AWGN et du RVIN.

## IV.2.2 Choix des méthodes

Les performances de nos modèles ont été évaluées à la fois de manière quantitative et qualitative. Dans cette évaluation, nos modèles ont été comparés aux méthodes jugées représentatives décrites au chapitre II.

1. Pour notre première approche (A-TDE : Adaptation de l'Équation de Diffusion Télégraphique), les méthodes comparatives sont :
  - (a) le Robust Scale Space Filter (RSF) qui généralise la PM-AD et qui a inspiré la construction de notre modèle ;
  - (b) la FOTDE (Fourth-Order Telegraph Diffusion Equation) qui est à la fois robuste au bruit et corrige l'effet escalier ;
  - (c) le KTDE (Kernel based Telegraph Diffusion Equation) qui élimine efficacement le bruit tout en préservant les structures fines.
2. Notre deuxième approche (A-DL+ADJ : Modèle hybride de diffusion basé sur l'Equation de Type Jeffrey), sera comparée à :

- (a) la méthode AS-LNLM que l'on peut considérer comme une méthode hybride mettant en relation trois filtres : le SWT, le PM-AD 1D et le LNLM ;
  - (b) la méthode Xu-AD qui a des similitudes avec notre méthode. En effet, Xu-AD est une méthode hybride qui évolue en deux étapes : une étape de pré-lissage (II.54)-(II.57) et une étape de lissage (II.58). De plus, l'étape de pré-lissage utilise un produit de convolution qui a la particularité de traiter l'image de manière linéaire comme l'A-DL.
3. Outre ces différents types de méthodes, nos solutions seront comparées :
- (a) à la PM-AD qui est considérée comme la méthode de base de la diffusion anisotrope ;
  - (b) à la TDE qui constitue le point de départ de tous les modèles de diffusion fondées sur l'approche télégraphique et qui est une version améliorée de PM-AD.

### IV.2.3 Choix des paramètres

Le tableau IV.2 résume le choix des divers paramètres. Certains paramètres sont susceptibles de varier au cours de la recherche de leurs valeurs optimales.

Tableau IV.2 – Paramétrages des différentes méthodes pour différents types de bruits

$N^o$	Méthodes	Additive White Gaussian noise (AWGN)	Random Valued Impulse Noise (RVIN)
01	PM-AD [Perona and Malik (1990)]	$k(\text{II.44}), g(\cdot)(\text{II.34})$	$k(\text{II.44}), g(\cdot)(\text{II.34})$
02	TDE [Ratner and Zeevi (2007)]	$k(\text{II.44}), \lambda = 10, g(\cdot)(\text{II.34})$ $\tau = 1$	$k(\text{II.44}), \lambda = 10, g(\cdot)(\text{II.34})$ $\tau = 1$
03	FOTDE [Zeng et al. (2011)]	$k(\text{II.44}), \lambda = 40$ $g(s) = \frac{1}{\sqrt{1+(s/k)^2}}, \tau = 4$	pas d'expériences réalisées
04	RSF [Ham et al. (2012)]	$k = 2, g(s) = \frac{1}{\sqrt{1+(s/k)^2}}$	pas d'expériences réalisées
05	AS-LNLM [Chen et al. (2012)]	$k(\text{II.44}), h = 12, S = 1$ $7 \times 7n, 81 \times 81N$	$k(\text{II.44}), h = 12, S = 1$ $7 \times 7n, 81 \times 81N$
06	KTDE [Yang and Zhang (2014)]	$k, \lambda = 20, \tau = 1, g(\cdot)$	pas d'expériences réalisées
07	Xu-AD [Xu et al. (2016)]	$k_0 = 15, g(\cdot)(\text{II.58})$	$k_0 = 15, g(\cdot)(\text{II.58})$
08	A-TDE	$k(\text{II.44}), g(s) = \frac{1}{\sqrt{1+(s/k)^2}}$ $\lambda$ et $\tau$ automatiques	pas d'expériences réalisées
09	A-DL+ADJ	$k_1(\text{III.42}), \lambda = 10, g(\cdot)(\text{III.44})$ $\tau = 1$	$k_1(\text{III.42}), \lambda = 1, g(\cdot)(\text{III.44})$ $\tau = 1$

## IV.3 Évaluation de l’A-TDE

### IV.3.1 Première série d’expériences : influences du coefficient d’amortissement et du temps de relaxation

Pour nous assurer que l’A-TDE permet de réduire le flou introduit par la RSF lors du traitement, nous avons mené une série d’expériences dont l’objectif est double : premièrement montrer que la version télégraphique du RSF dénommée R-TDE améliore considérablement le RSF de base en réduisant énormément le flou introduit par ce dernier. Deuxièmement montrer que l’A-TDE qui intègre à la fois le temps de relaxation et le coefficient d’amortissement permet d’éliminer pratiquement le flou et de préserver efficacement les structures fines.

Pour atteindre cet objectif, nous avons réalisé une expérience sur une image de synthèse et une image d’empreinte digitale, toutes deux corrompues respectivement par un bruit blanc additif gaussien d’écart-type égal à 20 (Fig. IV.3(a)) et 30 (Fig. IV.4(a)). Pour que l’effet du flou soit clairement perceptible, le nombre d’itérations a été fixé à 1000 pour l’image de synthèse et 250 pour l’image d’empreinte digitale.

#### IV.3.1.1 Comparaison RSF et R-TDE

L’objectif de cette expérience est de montrer que  $|\text{div}(g(|\nabla I|)\nabla A)|$  peut être utilisé comme un coefficient d’amortissement. Les figures IV.3(b) et IV.3(c) et les figures IV.4(b) et IV.4(c) présentent les résultats obtenus respectivement par la méthode RSF et la méthode R-TDE.

Au vu des résultats obtenus (Figs. IV.3 et IV.4), on peut constater que le bruit est bien éliminé par ces deux méthodes. Cependant, contrairement à notre méthode (R-TDE), la RSF introduit plus de flou au terme du traitement. La R-TDE améliore nettement la RSF sans toutefois éliminer totalement le flou. Cette amélioration est due à la dérivée seconde de l’image par rapport au temps qui contrôle la nature du processus [Ratner and Zeevi (2007)]. Cela est confirmé par le tableau IV.3 où le PSNR et le SSIM du R-TDE sont nettement supérieurs à ceux du RSF.

Tableau IV.3 – Résultats des méthodes RSF et R-TDE.

Images test	Méthodes	PSNR (dB)	SSIM
Image synthétique	RSF [Ham et al. (2012)]	31.12	0.95
	R-TDE	<b>43.31</b>	<b>0.98</b>
Image empreinte	RSF [Ham et al. (2012)]	09.94	0.32
	R-TDE	<b>16.21</b>	<b>0.83</b>

Les meilleures valeurs fournies par les mesures de performance sont indiquées en gras

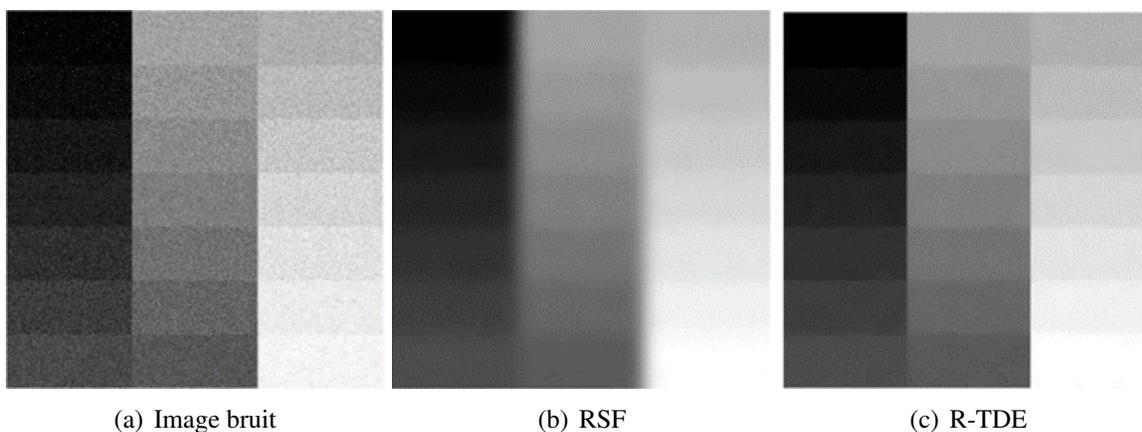


FIGURE IV.3 – Expérience réalisée sur l’image de synthèse avec les méthodes RSF et R-TDE.



FIGURE IV.4 – Expérience réalisée sur l’image d’empreinte avec les méthodes RSF et R-TDE.

### IV.3.1.2 Comparaison A-TDE et R-TDE

L’objectif ici est de montrer que l’introduction du temps de relaxation permet de mieux préserver les contours et de préserver les structures fines qui sont de variations moindres que les contours. Ces dernières constituent une information utile de l’image. Les figures (IV.5(b) et IV.5(c)) et les figures (IV.6(b) et IV.6(c)) présentent les résultats obtenus respectivement par la méthode R-TDE et la méthode A-TDE.

Au vu des résultats obtenus (Figs. IV.5 et IV.6), on peut remarquer que l’A-TDE améliore la R-TDE en éliminant le flou "résiduel" grâce au temps de relaxation adaptatif qui a été introduit. Ainsi, lorsque ce temps est faible (présence de structures fines), le processus de diffusion est ralenti. Ces résultats indiquent que le coefficient d’amortissement et le temps de relaxation adaptatifs de l’A-TDE coopèrent à la réduction du bruit et à la préservation des contours. Ces résultats sont confirmés par les valeurs du PSNR et du SSIM consignées dans le tableau IV.4 où les valeurs de l’A-TDE

sont nettement meilleures à celles de la R-TDE.

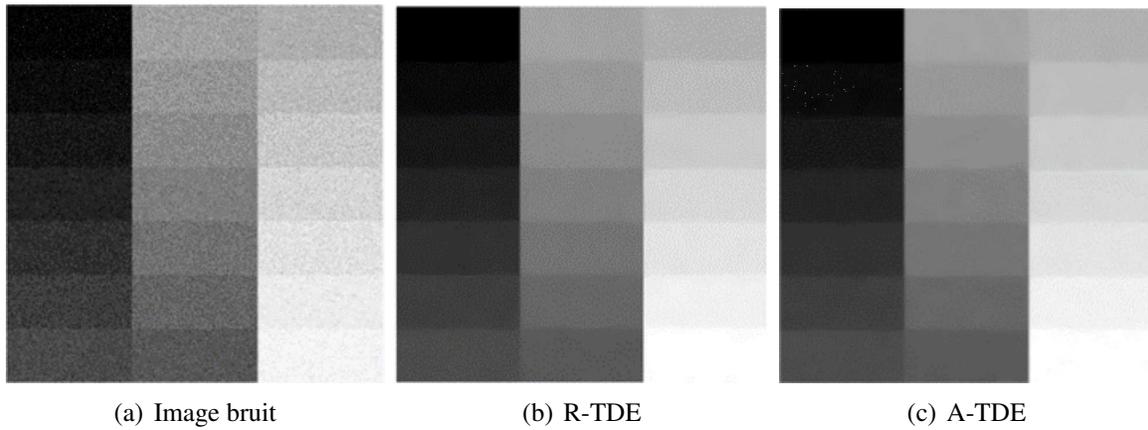


FIGURE IV.5 – Expérience réalisée sur l'image de synthèse avec les méthodes R-TDE et A-TDE.

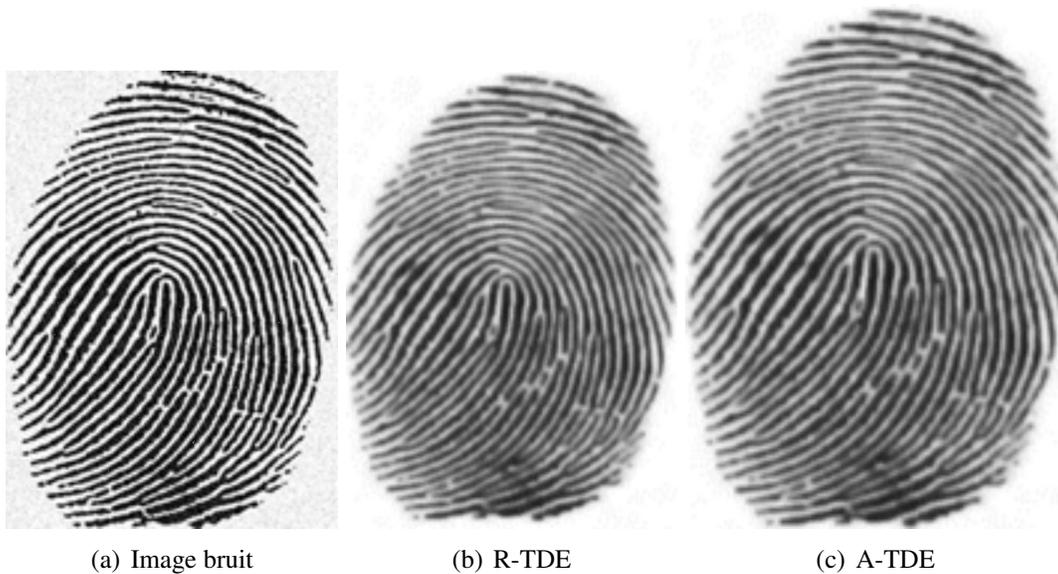


FIGURE IV.6 – Expérience réalisée sur l'image d'empreinte avec les méthodes R-TDE et A-TDE.

Tableau IV.4 – Résultats des méthodes R-TDE et A-TDE.

Images test	Méthodes	PSNR (dB)	SSIM
Image synthétique	R-TDE	43,31	<b>0,98</b>
	A-TDE	<b>43,88</b>	<b>0,98</b>
Image empreinte	R-TDE	16,21	0,83
	A-TDE	<b>17,03</b>	<b>0,86</b>

Les meilleures valeurs fournies par les mesures de performance sont indiquées en gras

### IV.3.2 Deuxième série d'expériences : validation l'A-TDE sur des images réelles

Pour évaluer les performances des différentes méthodes de manière quantitative, nous avons représenté à la figure IV.7, l'évolution de leur PSNR et de leur SSIM en fonction de l'écart-type du bruit appliqué sur l'image Fishing Boat (Figs.IV.7(a) et IV.7(b), respectivement). Au vu des résultats, il apparaît que :

- (i) le PSNR des différentes méthodes testées diminue avec l'écart-type du bruit. Cette allure (Figs.IV.7(a) et IV.7(b)) est due principalement au fait que toutes ces méthodes s'appuient sur la discrétisation du gradient proposée par [Perona and Malik (1990)]. Or, il est bien connue que cette méthode de discrétisation tout simple, est sujette à générer des problèmes sur des images bruitées. En effet, le calcul du gradient proposé par Perona and Malik (1990) ne se fait pas sur chaque pixel plutôt sur la différence d'intensité entre un pixel et chacun de ses quatre voisins. Et c'est là tout le problème, car le voisin peut être un pixel bruit.
- (ii) la RSF, la FOTDE et l'A-TDE supplantent les autres méthodes notamment lorsque l'écart type du bruit croît. Cela est dû pour la RSF et l'A-TDE au terme  $|div(g(|\nabla I|)\nabla A)|$  et pour la FOTDE au fait qu'elle utilise une version régularisée de l'image obtenue par le filtre bilatéral pour le calcul du gradient.
- (iii) si la FOTDE et l'A-TDE sont plus performants que la RSF, ces deux méthodes se partagent les zones de suprématie : la FOTDE est légèrement plus efficace sur les images à fort rapport signal sur bruit, tandis que notre méthode, l'A-TDE se montre beaucoup plus robuste lorsque le rapport signal sur bruit est faible (à partir d'un écart-type de bruit  $\sigma = 30$ ).

Cette performance de la méthode proposée est due à la fois à la prise en compte du voisinage local pour la détermination des paramètres de la méthode, et à la coopération entre ces deux paramètres adaptatifs. L'expérience a été étendue aux figures (IV.1(c), IV.1(d) et IV.1(f)). Seules les valeurs numériques obtenues pour des écarts types de bruit égaux à 20, 30 et 40 ont été reportées dans les Tableaux (IV.5 et IV.6).

On peut constater à nouveau que les performances de la FOTDE et de l'A-TDE sont au-dessus de celles des autres méthodes. Pour l'écart-type assez faible de 20, les performances de l'A-TDE sont très proches de celles de la FOTDE (environ 1% d'écart) même si cette dernière lui reste supérieure. Par contre, lorsque l'écart type du bruit croit, l'A-TDE devient nettement plus performante.

Pour illustrer qualitativement les performances des différentes méthodes, nous présentons à la figure IV.8 les résultats du filtrage de l'image Fishing Boat avec  $\sigma = 40$ .

Tableau IV.5 – Comparaison PSNR (dB) des différentes méthodes pour différents écart-types.

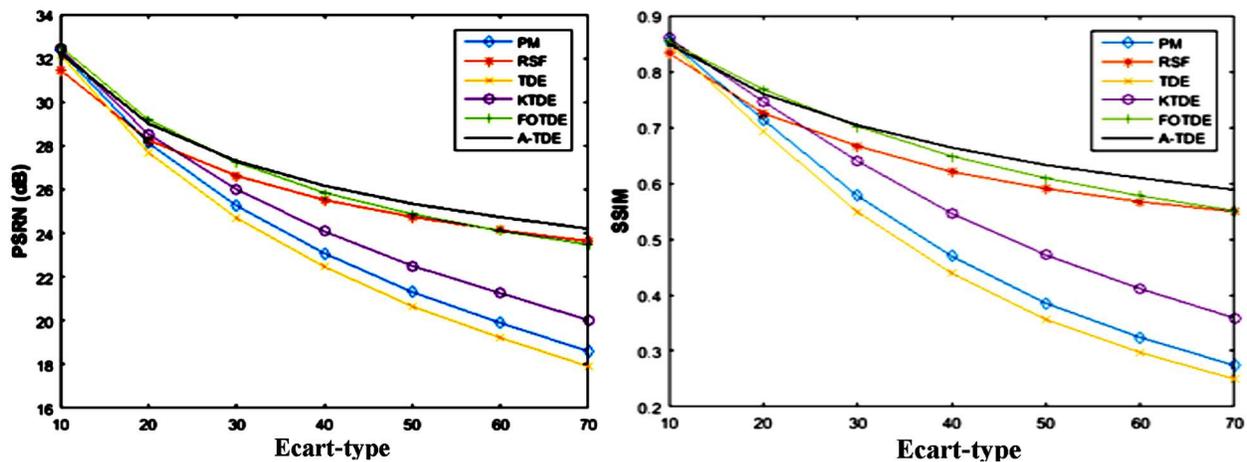
Méthodes	$\sigma$	PM-AD	RSF	TDE	KTDE	FOTDE	A-TDE
Lena	20	28.75	29.12	28.21	29.43	<b>31.06</b>	30.87
	30	25.67	28.48	25.03	26.71	29.21	<b>29.27</b>
	40	23.34	27.35	22.66	24.58	27.87	<b>28.18</b>
Fishing Boat	20	28.12	28.25	27.69	28.53	<b>29.19</b>	29.03
	30	25.26	26.65	24.70	26.00	27.24	<b>27.35</b>
	40	23.08	25.52	22.45	24.08	25.85	<b>26.16</b>
Home	20	28.74	29.12	28.14	29.57	30.70	<b>30.82</b>
	30	25.64	27.34	24.96	26.81	28.73	<b>29.08</b>
	40	23.33	26.27	22.61	24.69	27.07	<b>27.78</b>

Les meilleures valeurs fournies par les mesures de performance sont indiquées en gras

Tableau IV.6 – Comparaison SSIM des différentes méthodes pour différents écart-types.

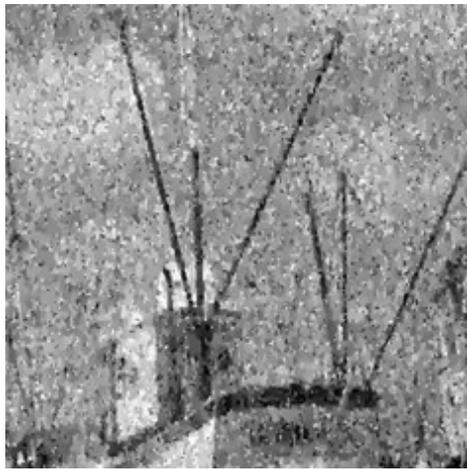
Méthodes	$\sigma$	PM-AD	RSF	TDE	KTDE	FOTDE	A-TDE
Lena	20	0.69	0.77	0.66	0.75	<b>0.82</b>	0.81
	30	0.54	0.73	0.50	0.63	0.77	<b>0.78</b>
	40	0.42	0.70	0.39	0.53	0.74	<b>0.75</b>
Fishing Boat	20	0.71	0.72	0.85	0.74	<b>0.76</b>	<b>0.76</b>
	30	0.57	0.66	0.54	0.63	<b>0.70</b>	<b>0.70</b>
	40	0.46	0.62	0.35	0.54	0.64	<b>0.66</b>
Home	20	0.68	0.72	0.65	0.75	<b>0.81</b>	<b>0.81</b>
	30	0.54	0.67	0.50	0.65	0.76	<b>0.78</b>
	40	0.43	0.64	0.39	0.55	0.71	<b>0.76</b>

Les meilleures valeurs fournies par les mesures de performance sont indiquées en gras

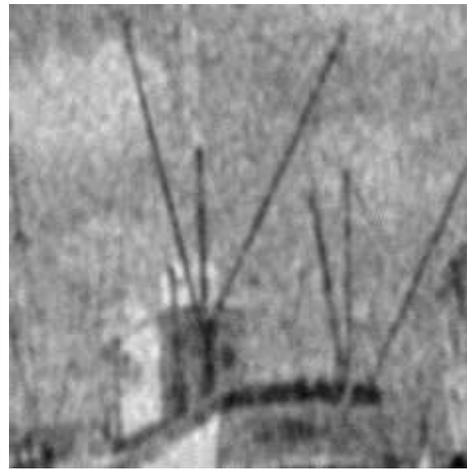


(a) Évolution des valeurs maximales du PSNR (dB) en fonction de l'écart-type du bruit. (b) Évolution des valeurs du SSIM en fonction de l'écart-type du bruit.

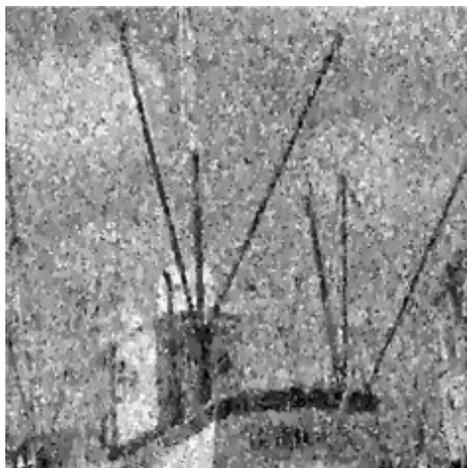
FIGURE IV.7 – Comparaison quantitative de différentes méthodes avec l'image Fishing Boat corrompue par des bruits de différents niveaux.



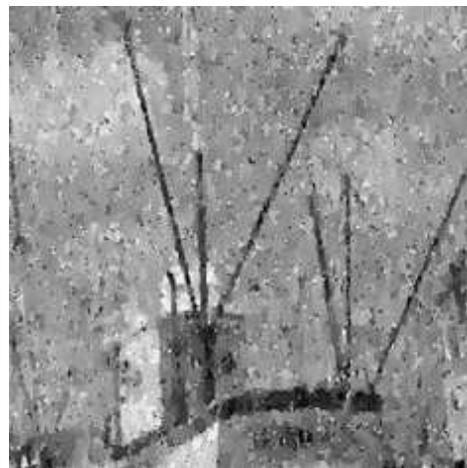
(a) PM-AD



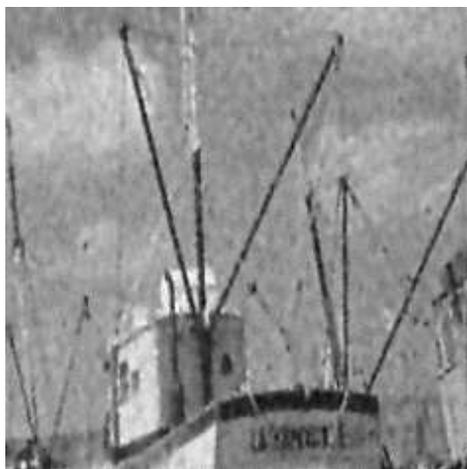
(b) RSF



(c) TDE



(d) KTDE



(e) FOTDE



(f) A-TDE

FIGURE IV.8 – Résultats obtenus pour l'image Fishing Boat.

Une fois de plus, les images issues des méthodes PM, TDE, et KTDE présentent des effets de speckle prononcés. La qualité visuelle des images fournies par les méthodes RSF, FOTDE et A-TDE est nettement meilleure. En comparaison avec les autres méthodes, l'A-TDE s'avère plus efficace pour de faibles rapports signal sur bruit. En outre, les structures fines sont mieux préservées par ce filtrage. Cette efficacité est due à la coopération entre le temps de relaxation et le coefficient d'amortissement : le temps de relaxation préserve les structures fines et le coefficient d'amortissement contrôle localement le lissage.

## IV.4 Évaluation de l'A-DL+ADJ

### IV.4.1 Étude des paramètres $\beta$ et $\lambda$

Dans l'approche proposée, les paramètres ( $\beta$  et  $\lambda$ ) influencent largement les résultats du filtrage. Le choix de  $\beta$  est un compromis. En effet, pour de faibles valeurs de  $\beta$ , le coefficient de diffusion  $D(t)$  (III.32) de l'étape de pré-filtrage (sous-section III.2.1), distingue mieux les structures géométriques de l'image (Fig. IV.9).

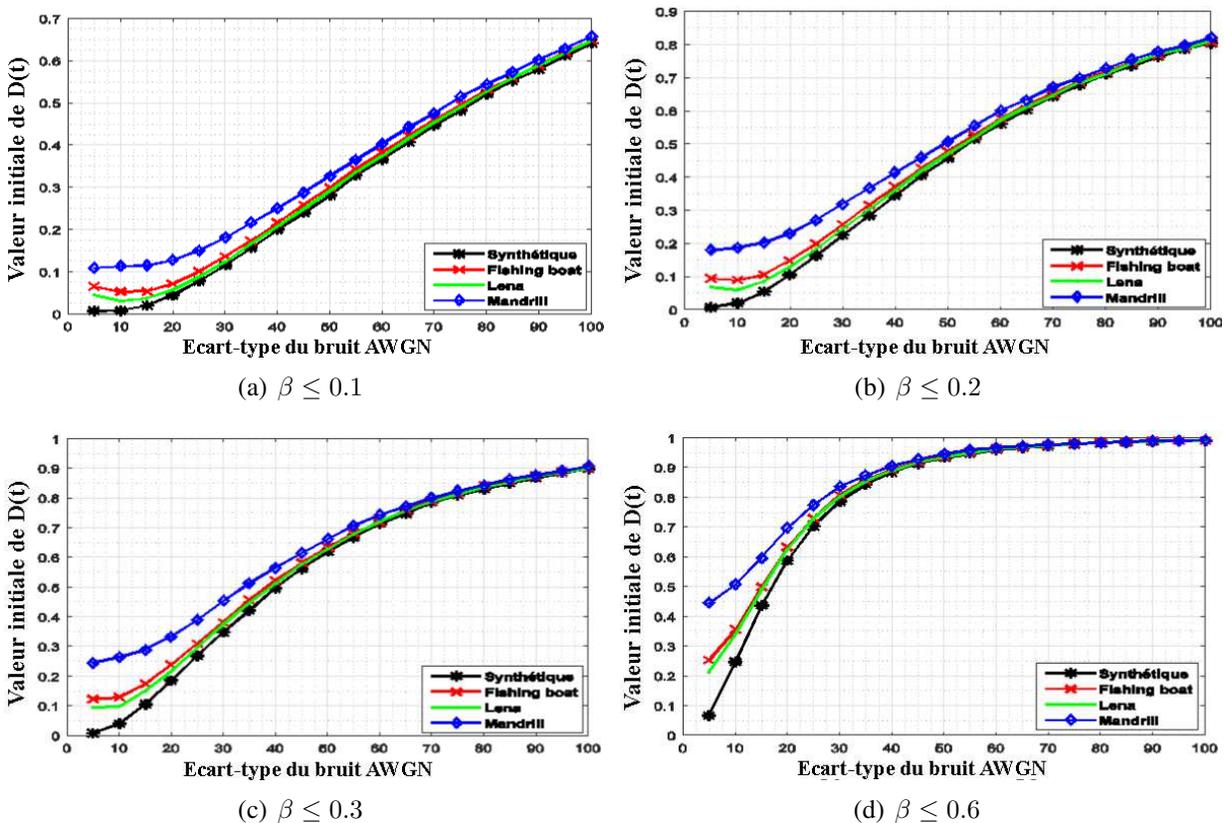


FIGURE IV.9 – Détermination des valeurs initiales de  $D(t)$  selon différents niveaux de bruit pour différentes images et pour différentes valeurs de  $\beta$ .

Cependant, les valeurs faibles de  $\beta$  conduisent à de faibles valeurs du rapport signal sur bruit

pour différents écart-types du bruit (Fig. IV.10).

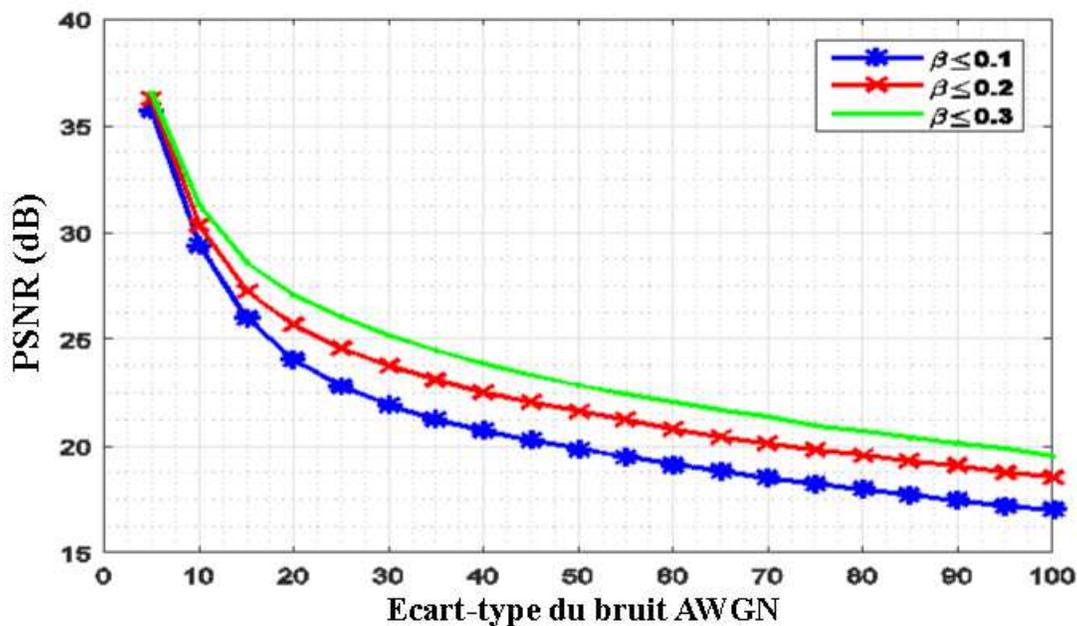
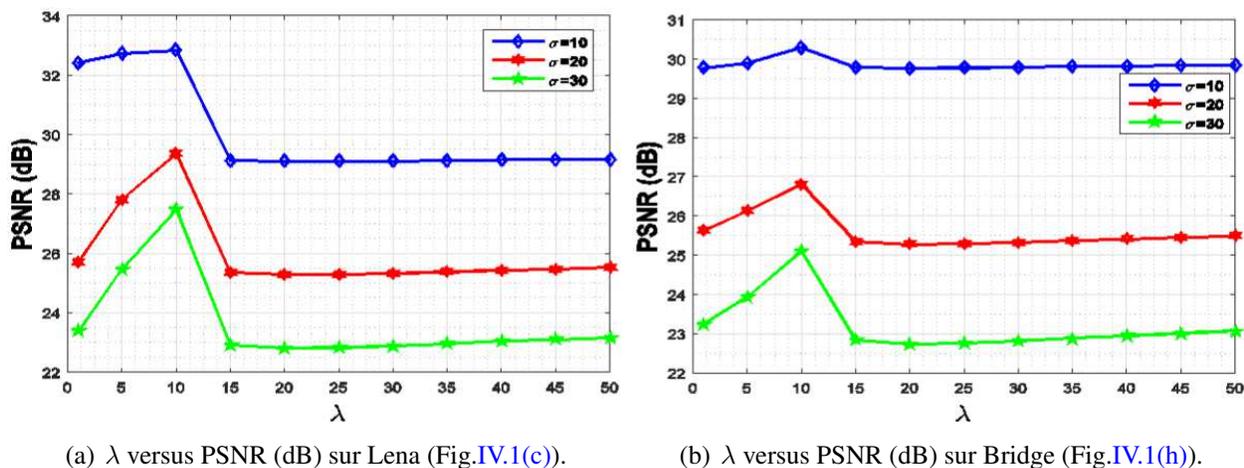


FIGURE IV.10 – Impact des faibles valeurs de  $\beta$  sur la qualité du filtrage.

Au regard des figures précédentes, nous pensons que choisir  $\beta = 0.3$  est un bon compromis. Comme  $\beta$ ,  $\lambda$  influence significativement les résultats de l'étape de lissage. Les figures IV.11(a) et IV.11(b) montrent le rapport signal sur bruit des images de Lena et Bridge auxquelles différents écart-types du bruit (10, 20, 30) ont été appliqués pour différentes valeurs de  $\lambda$ . La valeur optimale de  $\lambda$  est 10.



(a)  $\lambda$  versus PSNR (dB) sur Lena (Fig.IV.1(c)).

(b)  $\lambda$  versus PSNR (dB) sur Bridge (Fig.IV.1(h)).

FIGURE IV.11 – Comparaison des valeurs de  $\lambda$  pour  $\sigma = \{10; 20; 30\}$ .

## IV.4.2 Troisième série d'expériences : efficacité de l'A-DL

L'étape de pré-filtrage de notre méthode est importante pour garantir de bons résultats. Les expériences conduites dans cette série ont trois objectifs : le premier est de montrer la capacité de l'A-DL à lisser de manière linéaire l'image tout en préservant ses caractéristiques structurales. Pour ce faire, nous comparons l'A-DL avec le DL (processus de Diffusion Linéaire). Le second objectif est de montrer l'efficacité de l'A-DL en tant que filtre de pré-lissage. Nous comparons alors l'A-DL à la méthode de pré-filtrage de [Xu et al. \(2016\)](#). Le troisième objectif est de montrer que l'A-DL participe effectivement à l'amélioration des performances du ADJ.

### IV.4.2.1 Comparaison A-DL et DL

L'expérience a été réalisée sur l'image de Lena (Fig. IV.12(a)) sur laquelle nous avons ajouté un bruit blanc gaussien d'écart-type (AWGN) égal à 50 et appliqué 1000 itérations. Comparé à la DL (Fig. IV.12(b)), l'A-DL préserve mieux les caractéristiques de l'image (Fig. IV.12(c)). Cette capacité est due au fait que le coefficient de diffusion  $D(t)$  décroît exponentiellement en fonction du temps (Fig. IV.13). Le bruit est donc réduit progressivement à chaque itération.



(a) Image bruitée.



(b) DL.

(c) A-DL.

FIGURE IV.12 – Expériences effectuées sur l'image de Lena.

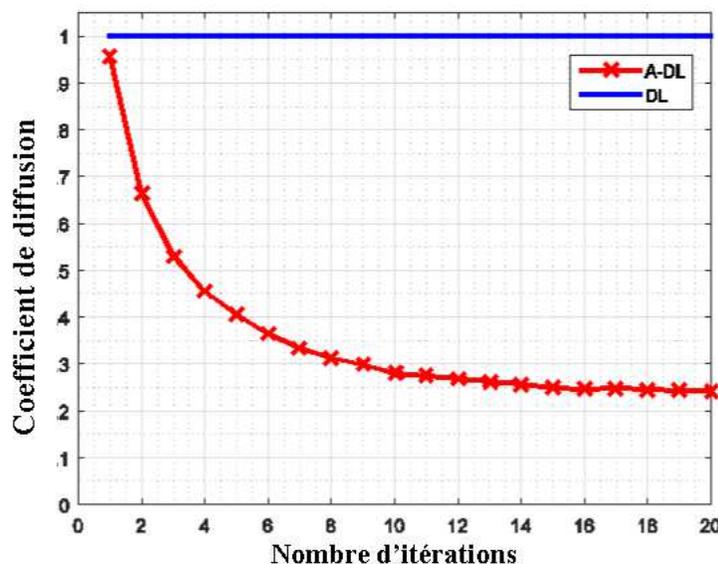


FIGURE IV.13 – Évolution du coefficient de diffusion de l'A-DL et la DL en fonction du nombre d'itérations.

#### IV.4.2.2 Comparaison de l'A-DL et de la méthode pré-filtrage de Xu et al. (2016)

Les deux méthodes de pré-lissage (A-DL et Xu-AD : [(II.54) - (II.57)]) sont associées à PM-AD [Perona and Malik (1990)] que nous avons choisi comme méthode de lissage de référence. Pour cette expérience réalisée, l'image de synthèse sera utilisée pour montrer la capacité de débruitage des deux méthodes de pré-lissage et l'image de Lena pour montrer leur capacité à préserver les contours et les structures fines d'une image. L'écart-type du bruit (AWGN) est égal à 20. Le tableau IV.7 résume les résultats de l'expérience. En général, les méthodes de pré-lissage utilisées améliorent l'efficacité de PM-AD. Cependant, par rapport à l'A-DL, le pré-lissage de Xu-AD dégrade les structures fines de l'image.

Tableau IV.7 – Résultats de validation de l'A-DL

Méthodes de pré-filtrage	Méthodes de filtrage	Images test	PSNR (dB)	SSIM
Aucun	PM-AD	Image synthétique	31.8760	0.7051
		Lena	29.2736	0.7517
Pré-filtrage de Xu-AD	PM-AD	Image synthétique	33.4373	0.8014
		Lena	30.0346	0.7878
A-DL	PM-AD	Image synthétique	<b>35.4662</b>	<b>0.8947</b>
		Lena	<b>31.0414</b>	<b>0.8312</b>

Les meilleures valeurs fournies par les mesures de performance sont indiquées en gras

Sur la figure IV.14(a), on peut voir qu'après le traitement par la méthode PM-AD, des points isolés (effet de speckle) sont apparus. Après avoir appliqué les deux méthodes de pré-lissage en concurrence, les points isolés ont été supprimés (Figs. IV.14(b) et IV.14(c)). Cela montre que ces

deux méthodes peuvent effectivement servir de pré-lissage. Cependant, le pré-lissage de la méthode Xu-AD introduit plus de flou par rapport à l'A-DL. Ce défaut est dû au fait que la taille du noyau gaussien n'est pas adaptative. L'A-DL, qui a un comportement linéaire adaptatif, fournit une meilleure image, que les deux autres méthodes.



(a) Image obtenue avec le PM-AD uniquement. (b) Image obtenue avec la méthode pré-filtrage de Xu-AD associée au PM-AD.



(c) Image obtenue avec l'A-DL associé au PM-AD.

FIGURE IV.14 – Expérience effectuée sur l'image de Lena avec un écart-type de 20 (AWGN)

#### IV.4.2.3 Impact de l'A-DL sur le ADJ

Les figures IV.15(a) et IV.15(b) montrent les résultats du filtrage du ADJ et de l'A-DL+ADJ appliqués à l'image de Lena pour  $\sigma = 20$ . La figure IV.15(a) montre une image qui contient des

points isolés (speckle) contrairement à la figure IV.15(b). Cela indique que l'A-DL participe réellement à l'amélioration des performances de l'ADJ. Ceci est confirmé par la figure IV.16 où les différentes valeurs du PSNR sont exprimées selon différents écarts types du bruit (AWGN). L'écart entre les deux courbes augmente avec le niveau de bruit. Cela prouve que notre méthode hybride (A-DL + ADJ) est plus robuste que l'ADJ seule.



(a) ADJ appliqué uniquement avec un écart-type de 20 (AWGN). (b) ADJ appliqué en collaboration avec un écart-type de 20 (AWGN).

FIGURE IV.15 – Influence de l'A-DL sur l'amélioration de la qualité de l'image. Expérience réalisée sur l'image de Lena.

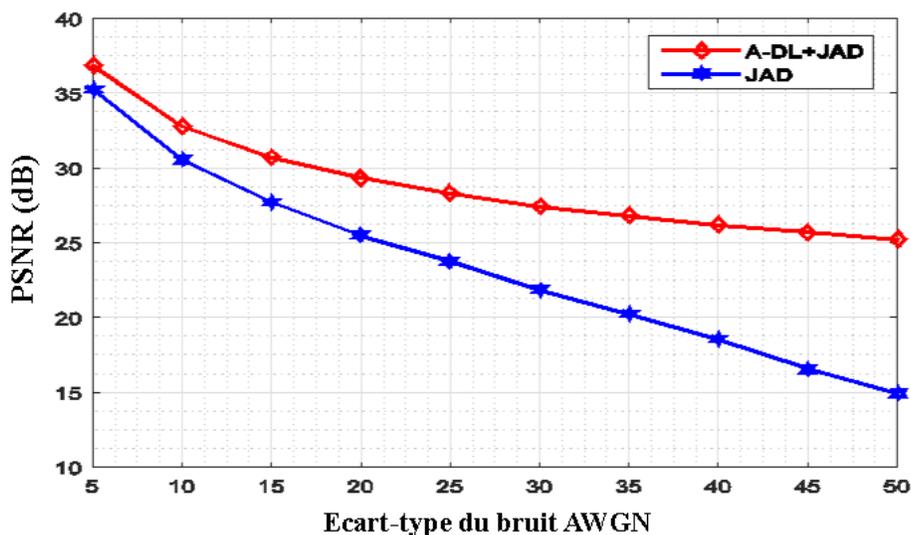


FIGURE IV.16 – Influence de l'A-DL sur l'amélioration de la qualité de l'image. Expérience réalisée sur l'image de Lena.

### IV.4.3 Quatrième série d’expériences : validation de l’A-DL + ADJ sur des images réelles

#### IV.4.3.1 Performance sur l’amélioration des images

Les figures IV.17 et IV.18 ont été corrompues par un bruit de type AWGN d’écart-type  $\sigma = 30$ . Les résultats du filtrage du PM-AD (Figs.IV.17(b) et IV.18(b)), TDE (Figs.IV.17(c) et IV.18(c)), AS-LNLM (Figs.IV.17(d) et IV.18(d)), Xu-AD (Figs.IV.17(e) et IV.18(e)) et A-DL+ADJ (Figs.IV.17(f) et IV.18(f)) montrent que l’A-DL+ADJ préserve les structures fines et réduit effectivement le bruit sur les images à niveau de gris et en couleur. Le tableau IV.8 résume les différentes valeurs du PSNR et du SSIM. De manière générale, elles confirment que l’A-DL+ADJ est très efficace dans la préservation des structures fines et dans la réduction du bruit.

Tableau IV.8 – Résultats du PSNR (dB) et du SSIM pour le bruit de type AWGN

Images	$\sigma$	PM-AD	TDE	AS-LNLM	Xu-AD	A-DL + ADJ
		PSNR / SSIM	PSNR / SSIM	PSNR / SSIM	PSNR / SSIM	PSNR / SSIM
Boat	10	32.113 / 0.850	32.094 / 0.849	31.316 / 0.810	32.035 / 0.851	<b>32.680 / 0.862</b>
	20	28.258 / 0.731	28.212 / 0.728	28.735 / 0.751	28.739 / 0.763	<b>29.507 / 0.787</b>
	30	25.992 / 0.627	25.857 / 0.620	27.593 / 0.715	26.777 / 0.694	<b>27.785 / 0.735</b>
Bridge	10	30.431 / 0.890	30.442 / 0.890	28.308 / 0.788	29.778 / 0.873	<b>30.678 / 0.895</b>
	20	26.289 / 0.749	26.289 / 0.750	23.924 / 0.557	26.259 / 0.746	<b>26.997 / 0.784</b>
	30	24.174 / 0.628	24.174 / 0.627	22.679 / 0.471	24.355 / 0.641	<b>25.207 / 0.694</b>
Home	10	33.626 / 0.866	33.641 / 0.867	34.249 / 0.861	33.654 / 0.866	<b>34.509 / 0.901</b>
	20	29.702 / 0.764	29.608 / 0.762	<b>31.718 / 0.834</b>	30.297 / 0.806	31.541 / 0.780
	30	27.024 / 0.662	26.778 / 0.642	29.069 / <b>0.789</b>	28.146 / 0.755	<b>29.529 / 0.687</b>
Home color	10	33.152 / 0.972	33.157 / 0.972	<b>33.916 / 0.966</b>	31.670 / 0.967	31.436 / <b>0.974</b>
	20	29.380 / 0.942	29.248 / 0.940	30.434 / 0.948	29.710 / 0.948	<b>31.088 / 0.959</b>
	30	26.697 / 0.900	26.880 / 0.898	28.040 / 0.943	28.405 / 0.933	<b>29.483 / 0.945</b>
Mandrill	10	29.722 / 0.886	29.853 / 0.888	28.276 / 0.798	29.984 / 0.819	<b>30.070 / 0.895</b>
	20	25.327 / 0.751	25.348 / 0.753	23.091 / 0.566	24.731 / 0.710	<b>25.500 / 0.761</b>
	30	23.101 / 0.631	23.058 / 0.629	21.396 / 0.440	23.324 / 0.636	<b>23.725 / 0.652</b>

Les meilleures valeurs fournies par les mesures de performance sont indiquées en gras

Sur les figures IV.19 et IV.20, un bruit de type RVIN (*densité* = 5%) a été introduit dans les images originales. Les résultats du filtrage du PM-AD (Figs.IV.19(b) et IV.20(b)), TDE (Figs.IV.19(c) et IV.20(c)), AS-LNLM (Figs.IV.19(d) et IV.20(d)), Xu-AD (Figs.IV.19(e) et IV.20(e)) et A-DL+ADJ (Figs.IV.19(f) et IV.20(f)) montrent que l’A-DL+ADJ préserve les structures fines, mais est moins efficace dans la réduction de ce type de bruit comparativement à l’AS-LNLM. Cela, aussi bien sur les images couleurs que celles à niveau de gris. Le tableau IV.9 résume les différentes valeurs du PSNR et du SSIM. De manière générale, les résultats confirment que l’A-DL+ADJ est très efficace dans la préservation des structures fines. Cependant, dans le cas de la réduction des bruits impulsionnels notre méthode s’avère moins performante que l’AS-LNLM.

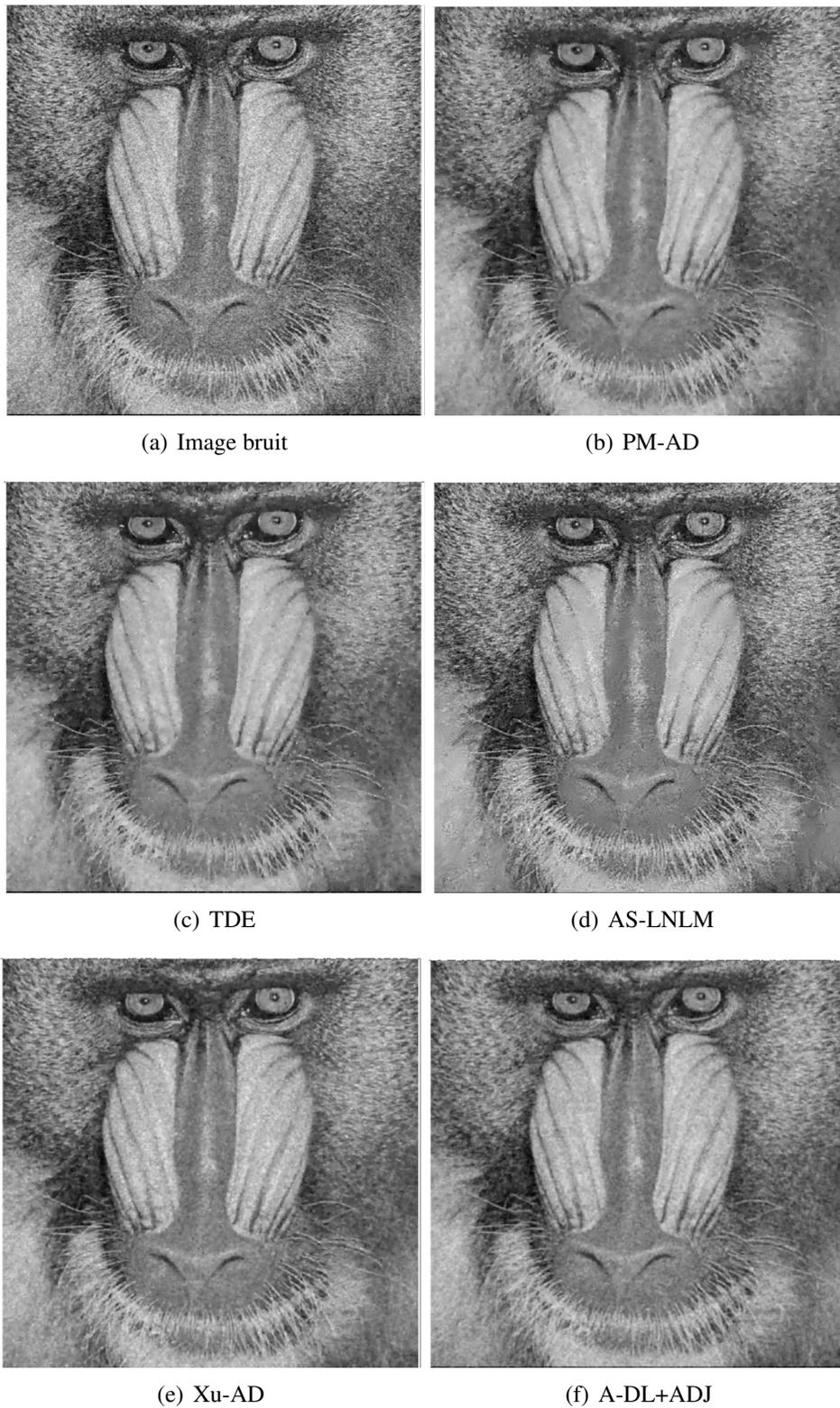


FIGURE IV.17 – Résultats du filtrage de l'image du Mandrill pour un bruit de type AWGN avec écart-type de 30.

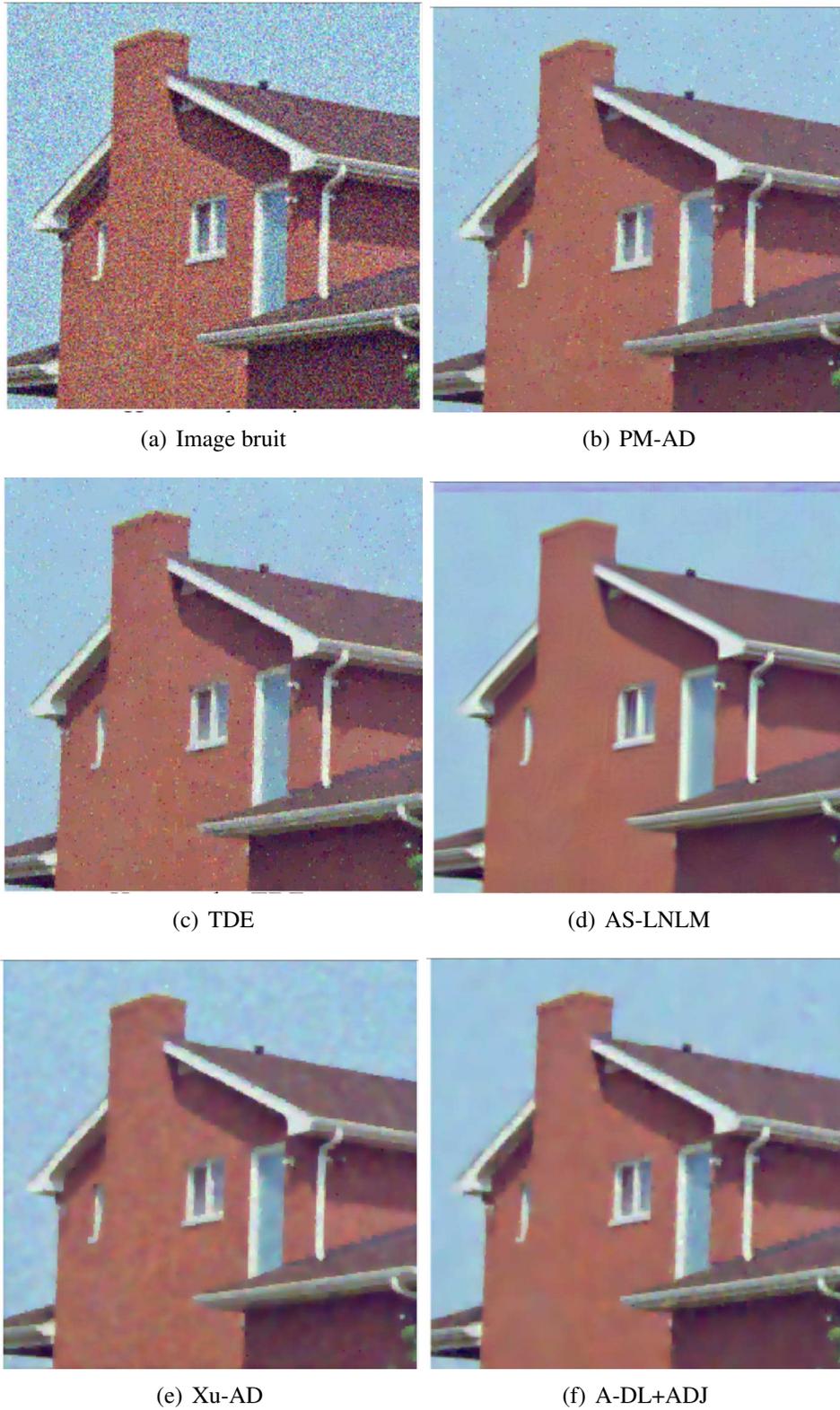


FIGURE IV.18 – Résultats du filtrage de l'image couleur House pour un bruit de type AWGN avec un écart-type de 30.

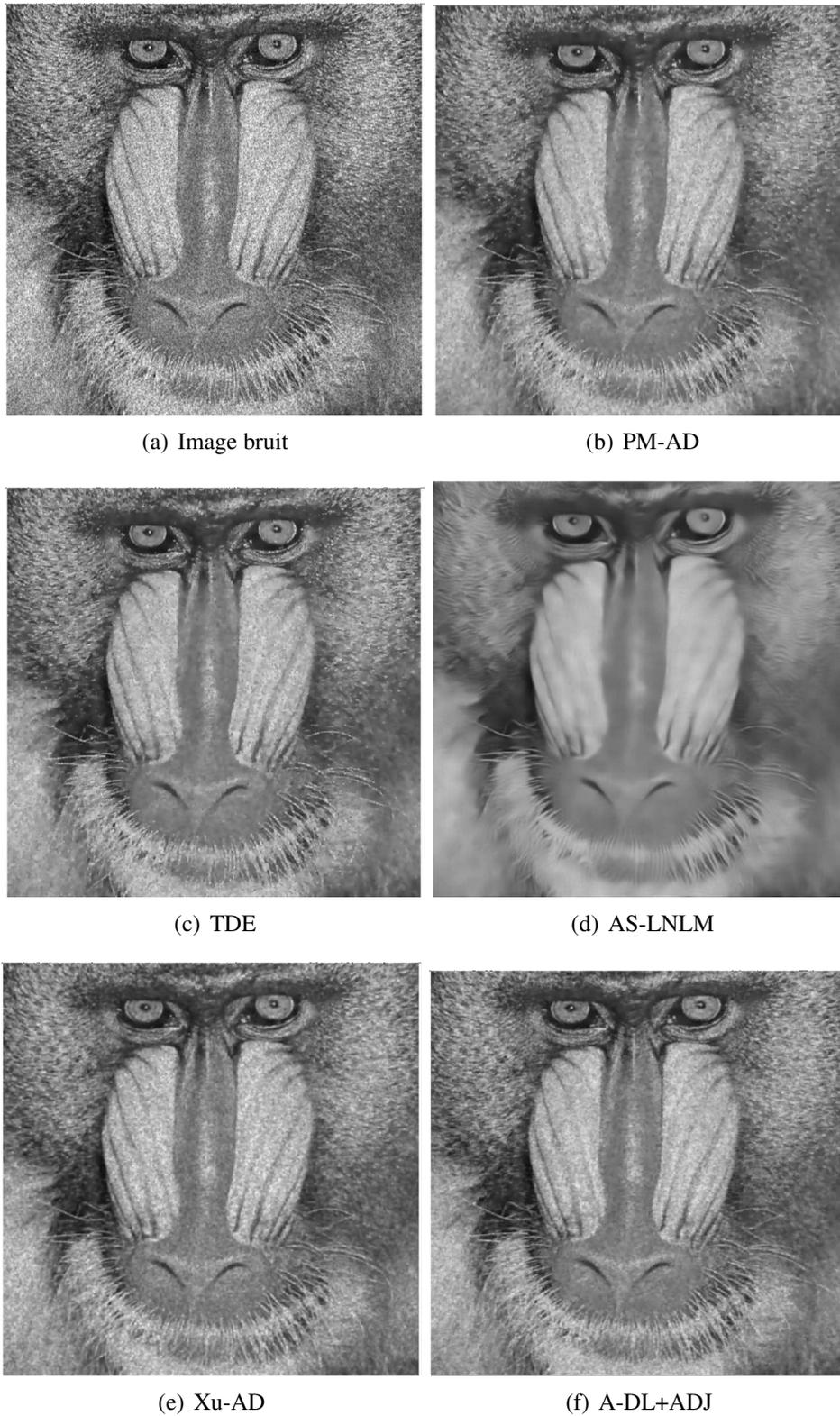


FIGURE IV.19 – Résultats du filtrage de l'image du Mandrill pour un bruit de type RVIN avec une densité de 5%.



(a) Image bruit



(b) PM-AD



(c) TDE



(d) AS-LNLM



(e) Xu-AD



(f) A-DL+ADJ

FIGURE IV.20 – Résultats du filtrage de l'image couleur House pour un bruit de type RVIN avec une densité de 5%.

Tableau IV.9 – Résultats du PSNR (dB) et du SSIM pour un bruit de type RVIN

Images	%	PM-AD	TDE	AS-LNLM	Xu-AD	A-DL + ADJ
		PSNR / SSIM	PSNR / SSIM	PSNR / SSIM	PSNR / SSIM	PSNR / SSIM
Boat	05%	26.506 / 0.683	26.556 / 0.684	<b>27.513</b> / 0.700	26.629 / 0.684	27.197 / <b>0.718</b>
	10%	24.668 / 0.608	24.600 / 0.602	<b>25.571</b> / 0.645	25.278 / 0.637	25.352 / <b>0.656</b>
	20%	22.252 / 0.501	22.069 / 0.490	21.911 / 0.537	<b>23.232</b> / 0.580	23.221 / <b>0.593</b>
Bridge	05%	24.254 / 0.647	24.251 / 0.648	<b>25.237</b> / 0.623	24.443 / 0.654	25.073 / <b>0.707</b>
	10%	22.223 / 0.523	22.146 / 0.521	<b>23.908</b> / 0.468	23.122 / 0.582	23.309 / <b>0.621</b>
	20%	19.897 / 0.406	19.811 / 0.403	20.919 / 0.304	<b>21.280</b> / 0.4925	21.204 / <b>0.523</b>
Home color	05%	16.281 / 0.793	16.286 / 0.792	<b>23.759</b> / <b>0.932</b>	16.364 / 0.794	16.333 / 0.803
	10%	15.678 / 0.741	15.690 / 0.737	<b>19.701</b> / 0.715	15.859 / <b>0.758</b>	15.761 / 0.756
	20%	14.723 / 0.652	14.700 / 0.651	13.591 / 0.376	<b>14.926</b> / 0.687	14.878 / <b>0.689</b>
Man-drille	05%	23.216 / 0.629	23.195 / 0.630	<b>24.262</b> / <b>0.655</b>	22.847 / 0.599	23.536 / 0.646
	10%	21.571 / 0.505	21.592 / 0.508	<b>22.974</b> / <b>0.596</b>	21.730 / 0.515	22.048 / 0.547
	20%	19.926 / 0.375	19.921 / 0.378	19.413 / 0.369	20.348 / 0.411	<b>20.524</b> / <b>0.442</b>

Les meilleures valeurs fournies par les mesures de performance sont indiquées en gras

Sur les figures IV.21 et IV.22, l'image de Bridge a été corrompue à la fois par le bruit de type AWGN ( $\sigma = 10$ ) et par le bruit de type RVIN (*densité* = 10%). Les résultats montrent que l'A-DL + ADJ élimine efficacement cette combinaison de bruit à la fois sur les images couleurs et à niveau de gris. Le tableau IV.10 résume les résultats de cette expérience.

Tableau IV.10 – Résultats du PSNR (dB) et du SSIM pour une combinaison de types de bruits AWGN et de RVIN

Images	$\sigma + \%$	PM-AD	TDE	AS-LNLM	Xu-AD	A-DL + ADJ
		PSNR / SSIM				
Bridge	10+05%	24.103 / 0.640	24.098 / 0.640	21.716 / 0.595	24.317 / 0.648	<b>24.894</b> / <b>0.694</b>
	15+05%	23.866 / 0.628	23.830 / 0.626	20.814 / 0.566	24.192 / 0.644	<b>24.639</b> / <b>0.682</b>
	10+10%	22.153 / 0.524	22.142 / 0.524	17.220 / 0.435	23.030 / 0.579	<b>23.228</b> / <b>0.612</b>
Home color	10+05%	25.904 / 0.899	25.842 / 0.897	26.722 / 0.930	26.877 / 0.916	<b>27.916</b> / <b>0.934</b>
	15+05%	25.994 / 0.901	25.764 / 0.897	26.477 / 0.927	26.744 / 0.914	<b>27.729</b> / <b>0.932</b>
	10+10%	23.111 / 0.835	23.012 / 0.832	19.319 / 0.698	24.909 / 0.887	<b>25.231</b> / <b>0.902</b>

Les meilleures valeurs fournies par les mesures de performance sont indiquées en gras

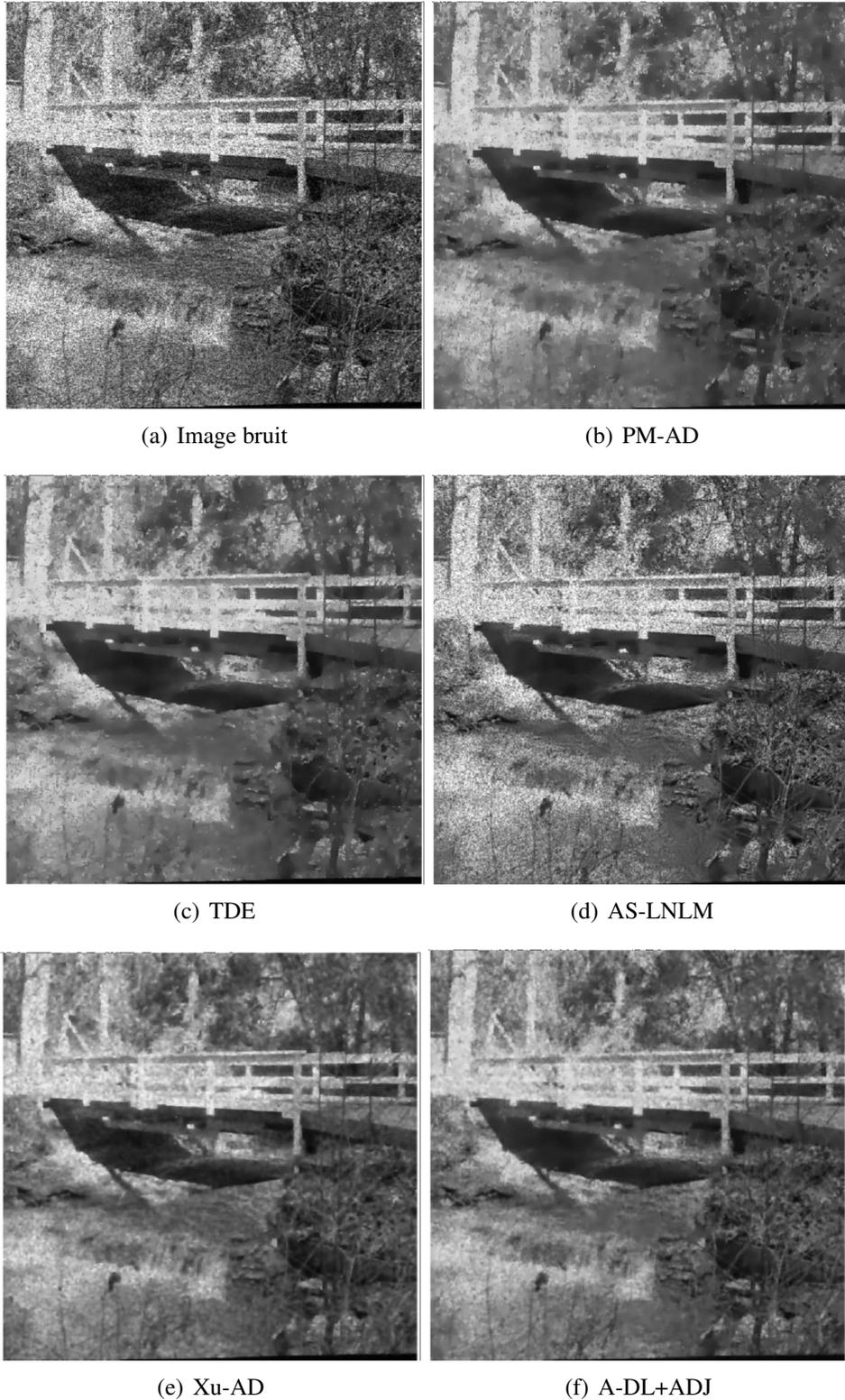


FIGURE IV.21 – Résultats du filtrage de l'image de Bridge pour une combinaison de bruits de type AWGN d'écart-type 10 et de type RVIN avec une densité de 10%.

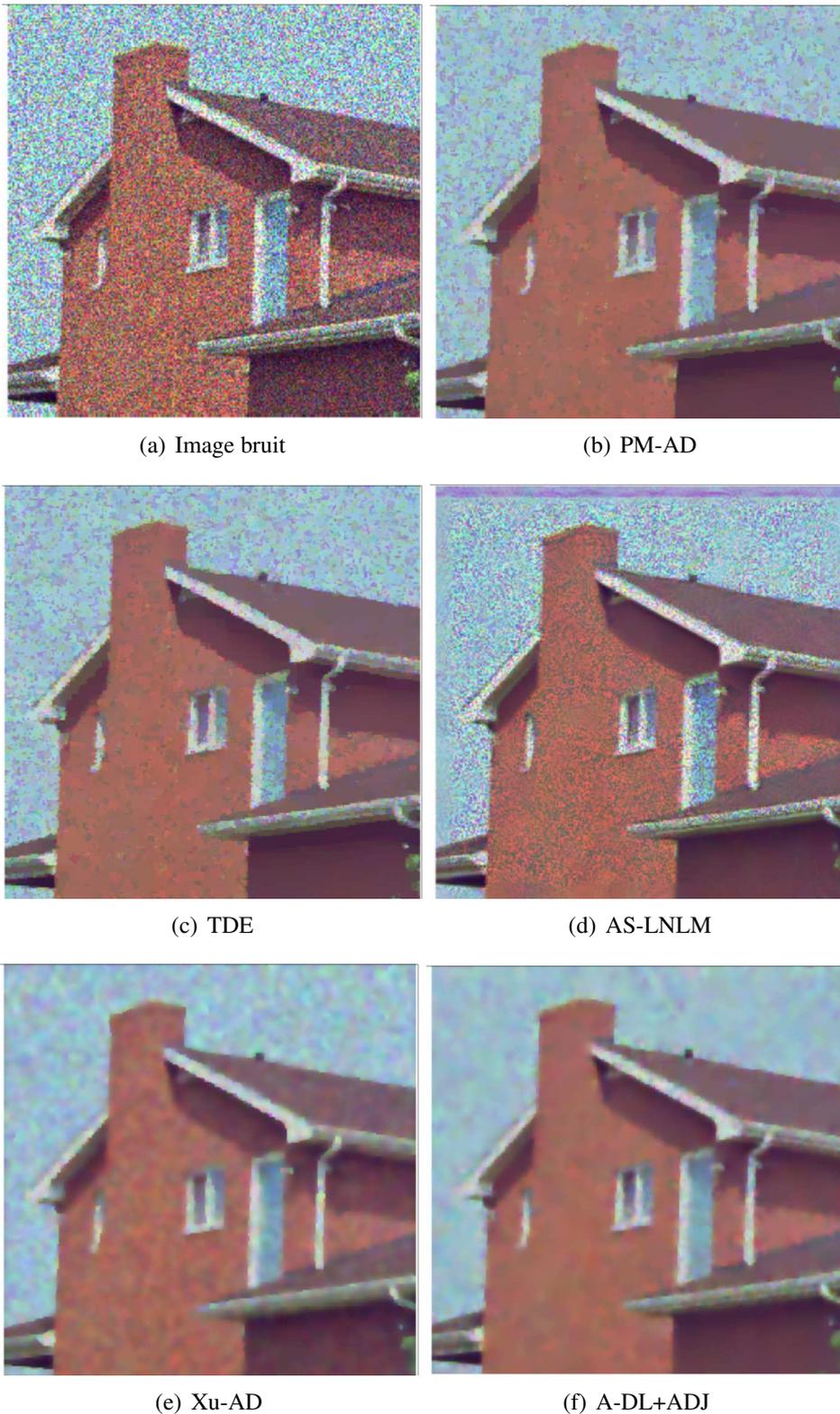


FIGURE IV.22 – Résultats du filtrage de l'image couleur House pour une combinaison de bruits de type AWGN d'écart-type 10 et de type RVIN avec une densité de 10%.

### IV.4.3.2 Performance de la détection sur le bruit de type RVIN

Dans le cadre de bruit de type RVIN, il convient d'identifier les pixels définis comme Faux-Positifs (FP), Faux-Négatifs (FN), Vrai-Positifs (VP) et Vrai-Négatifs (VN) et d'évaluer le taux de classification (CR : *Classification Ratio*) de pixels corrects. Ce taux devrait être aussi élevé que possible. CR est défini par l'expression (IV.4).

$$CR = \frac{\text{Nombre de pixels bruit correctement détectés}}{\text{Nombre total de pixels}} + \frac{\text{Nombre des pixels sans bruit correctement détectés}}{\text{Nombre total de pixels}} \quad (\text{IV.4})$$

"Nombre de pixels bruit correctement détectés = VP", "Nombre de pixels sans bruit correctement détectés = VN" et "Nombre total de pixels = VP + VN + FP + FN". La signification des paramètres VN, VP, FN et FP est décrite dans le tableau IV.11.

Tableau IV.11 – Signification des paramètres  $VN$ ,  $VP$ ,  $FN$  et  $FP$

	Recherché	Non recherché
Détecté	Vrai Positif (VP)	Faux Positif (FP)
Non détecté	Faux Négatif (FN)	Vrai Négatif (VN)

Le tableau IV.12 énumère les résultats de détection de la méthode hybride proposée pour les images de Boat, de Bridge et de Mandrill corrompues avec différents rapports de bruit, ainsi que les méthodes PM-AD, TDE, AS-LNLM et Xu-AD. En général, les méthodes hybrides (AS-LNLM, Xu-AD et A-DL+ADJ) offrent un meilleur taux de classification par rapport aux méthodes non hybrides (PM-AD et TDE). La raison est due au fait qu'une première étape de lissage (pré-lissage) est réalisée dans ces méthodes hybrides. A partir des valeurs de CR, on peut voir que la méthode AS-LNLM réalise une amélioration significative de la qualité de l'image par rapport aux autres méthodes hybrides (Xu-AD et A-DL+ADJ) pour un niveau de bruit égal à 05% et 10%. Cependant, pour un niveau de bruit égal à 20%, notre méthode hybride semble atteindre un meilleur taux de classification. La comparaison montre que la méthode AS-LNLM donne le nombre minimum de pixels « faux-négatifs », tandis que notre méthode produit moins de pixels « faux-positifs ».

Tableau IV.12 – Comparaison de la détection de bruit avec différentes densités de bruit de type RVIN

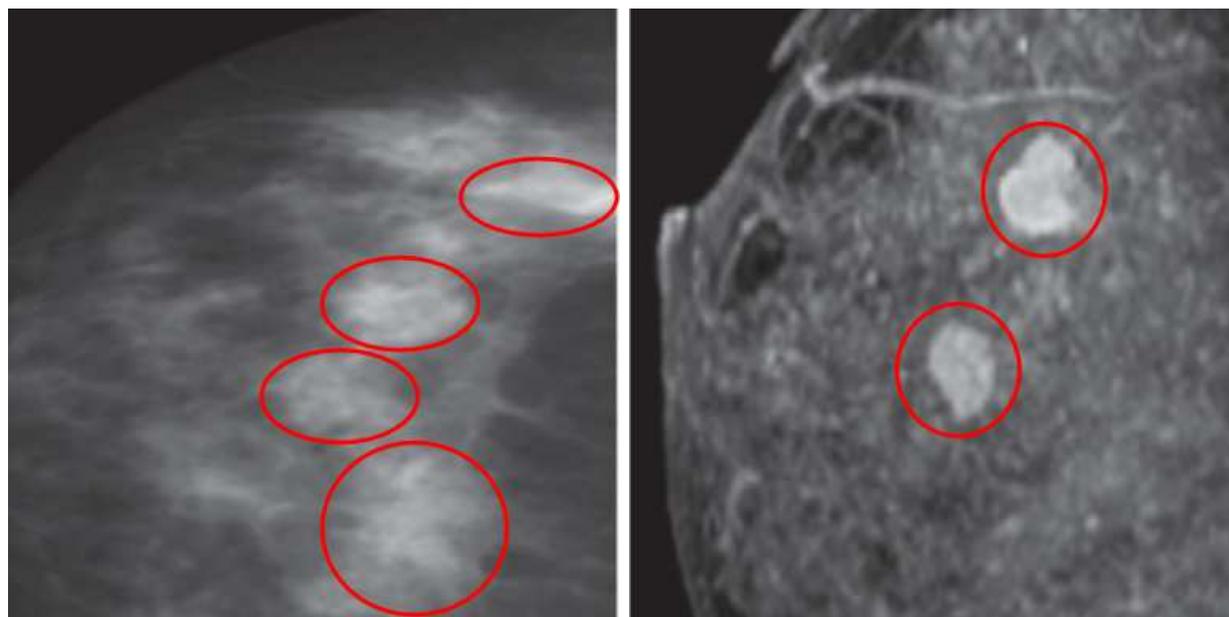
Images	%	PM-AD		TDE		AS-LNLM		Xu-AD		A-DL+ADJ	
		FN / FP / CR%	FN / FP / CR%	FN / FP / CR%	FN / FP / CR%	FN / FP / CR%	FN / FP / CR%	FN / FP / CR%	FN / FP / CR%		
Boat	05	7682 / 9998 / 93.25	7250 / 9955 / 93.43	<b>5972</b> / <b>8352</b> / <b>94.53</b>	6487 / 11,146 / 93.27	6012 / 9607 / 94.04					
	10	8166 / 15,534 / 90.96	7785 / 16,048 / 90.90	<b>6239</b> / 13,806 / 92.3	6277 / 16,275 / 91.39	<b>6652</b> / <b>13,312</b> / <b>92.38</b>					
	20	6334 / 31,086 / 85.72	7154 / 31,258 / 85.34	6610 / 26,786 / 87.26	<b>5977</b> / 25,831 / 87.86	6112 / <b>23,615</b> / <b>88.66</b>					
Bridge	05	5761 / 12,268 / 93.12	5843 / 12,205 / 93.11	<b>5629</b> / <b>11017</b> / <b>93.65</b>	6441 / 12,032 / 92.95	5816 / 11,517 / 93.38					
	10	<b>5903</b> / 17,361 / 91.12	6168 / 17,057 / 91.14	5988 / <b>13,908</b> / <b>92.41</b>	6520 / 14,452 / 91.99	6427 / 14,517 / 92.01					
	20	6028 / 26,559 / 87.56	6853 / 26,185 / 87.39	6116 / 23,420 / 88.73	<b>5992</b> / 19,317 / 90.34	6359 / <b>19,104</b> / <b>90.41</b>					
Baboon	05	12,977 / 19,349 / 87.66	12,649 / 19,605 / 87.69	<b>11,595</b> / 18,697 / <b>88.44</b>	14,739 / 19,445 / 86.95	13,130 / <b>18,310</b> / 88.00					
	10	13,083 / 26,772 / 84.79	12,666 / 26,987 / 84.87	<b>12,520</b> / 24,800 / <b>85.76</b>	15,674 / 24,688 / 84.60	14,145 / <b>23,915</b> / 85.48					
	20	<b>12,210</b> / 38,540 / 80.64	12,311 / 39,632 / 80.18	13,127 / 37,492 / 80.69	14,487 / <b>33,745</b> / 81.60	13,400 / 33,857 / <b>81.97</b>					

Les meilleures valeurs fournies par les mesures de performance sont indiquées en gras

## IV.5 Validation de l'A-TDE et l'A-DL + ADJ sur des images d'IRM mammaires

Nous présentons ici les résultats des traitements réalisés sur des images d'IRM mammaires (Fig.IV.2), par différentes méthodes que nous avons précédemment utilisées. Ces méthodes ont été éprouvées dans le cadre de la préservation des détails pertinents (structures fines) face à un niveau de bruit élevé. Cette préservation est en effet importante pour les images d'IRM mammaires. Les paramètres utilisés pour chaque méthode sont ceux définis sur les images naturelles qui maximisent le PSNR.

La figure IV.23 illustre le type de contours de masses. Les masses avec des contours mal-définis (Fig.IV.23(a)), qui présentent une faible variation au niveau de ces contours. Ce type de masses est parfois liée par les prolongements assez fins qu'il est nécessaire de préserver lors du filtrage. Les contours sont ici pratiquement indétectables, surtout en présence de bruit et il est donc difficile de les préserver. Au contraire, les masses avec des contours bien définis sont facilement détectables (Fig.IV.23(b)).



(a) Contours mal-définis

(b) Contours bien-définis

FIGURE IV.23 – Différents types de contours des masses.

### IV.5.1 Cinquième série d'expériences : masse à contour mal-défini

La masse à contour mal-défini (Fig. IV.24(a)) est caractérisée par un contour en rampe, indicateur en traitement d'image d'un comportement du flou (variation lente d'intensité). L'expérience réalisée sur ce type de masse montre que de manière générale, l'A-DL+ADJ fournit une image plus nette (Fig. IV.24(k)) en comparaison aux méthodes PM-AD, RSF, TDE, KTDE, FOTDE, Xu-AD et A-TDE, respectivement les figures IV.24(c), IV.24(d), IV.24(e), IV.24(g), IV.24(f), IV.24(i) et IV.24(j). Cela est confirmé par son PSNR et son SSIM qui sont nettement supérieurs aux autres méthodes (Tableaux IV.13 et IV.14, respectivement).

**Définition 1.** *Le profil d'une ligne est l'ensemble des valeurs d'intensité prises à partir de points régulièrement espacés le long d'un segment de ligne ou le long d'une ligne entière dans une image.*

Afin de mieux décrire le comportement des différentes méthodes sur les masses à contour mal-défini face aux bruits de type AWGN d'écart-type égal à 20, nous avons réalisé le profil d'une ligne d'une image. Le profil d'une ligne de la figure IV.23(a) comporte trois zones : une zone homogène, une zone de contours de type rampe et une zone de structures fines. Sur chaque figure de profil de ligne, la courbe en rouge indique le profil de la ligne en rouge de l'image originale, la courbe en vert représente le profil de la ligne en vert de l'image bruitée et la courbe bleue indique celui de la ligne en bleu de l'image filtrée.

L'expérience réalisée sur les contours mal-définis montre que les modèles PM-AD et TDE semblent ne pas convenir à ce type d'images (Figs. IV.24(c) et IV.24(e)). Cela est étayé par leur profil (Figs. IV.25(a) et IV.25(c), respectivement). Dans la zone homogène, il y a présence de pics qui caractérisent l'effet speckle. La zone de contours présente un effet d'escalier. Et dans la zone de structures fines, les modèles PM-AD et TDE ne détectent pas efficacement les structures fines.

Le modèle RSF fournit des résultats nettement meilleurs que les deux modèles précédemment étudiés. En effet, les effets speckle et escalier ne sont pas observés comme l'indique le profil (Fig. IV.25(b)) de la figure IV.24(e). Cela est dû au coefficient d'amortissement. Toutefois, ce coefficient détruit les structures fines et introduit un étalement du bruit caractérisé par des courbes au sommet arrondi dans la zone homogène comme l'indique le profil.

Les modèles FOTDE et AS-LNLM éliminent efficacement le bruit dans les zones homogènes au regard du profil (Figs. IV.25(d) et IV.25(f)). Cela est dû à la phase de pré-lissage qui est réalisée par le filtre bilatéral pour la FOTDE et le SWT suivi du PMAD-1D pour l'AS-LNLM. Cette phase de pré-lissage permet de réduire les perturbations au niveau des contours ainsi pendant la phase de lissage, le filtre détecte efficacement les contours. Cela est confirmé par le profil (IV.25(d) et IV.25(f)) au niveau de la zone de contours. Toutefois, les méthodes utilisées pendant cette phase de pré-lissage présente l'inconvénient de détruire les structures fines. Ainsi, pendant la phase de lissage, une accentuation de la destruction des structures fines est prononcée. En effet, dans la zone de structures fines comparativement au profil de l'image originale, le profil des images filtrées présente des sommets très arrondis. Cela dénote de la destruction des structures fines.

Les modèles KTDE et Xu-AD, contrairement aux modèles FOTDE et AS-LNLM, préservent nettement mieux les structures fines et les contours (Figs. IV.25(e) et IV.25(g)). Cependant, dans la zone homogène obtenue par le KTDE, il y'a une présence de courbes au sommet arrondi caractéristique d'un étalement du bruit. En effet, le KTDE est conçu pour préserver les structures fines et les contours grâce à une fonction noyau mais n'est pas assez robuste au bruit. Cette fonction noyau face à une image fortement bruitée, détecte le bruit comme un contour.

L'A-TDE permet d'obtenir un meilleur compromis entre l'élimination du bruit et la préservation des contours et des structures fines pour les méthodes télégraphiques (TDE, FOTDE, KTDE) grâce à un temps de relaxation et un coefficient d'amortissement automatiques (Fig. IV.25(h)). Ainsi, ce modèle semble convenir aux images médicales d'IRM. Toutefois, notre méthode, l'A-TDE produit un étalement du bruit dans les régions homogènes. Ce défaut est fortement atténué par le modèle hybride l'A-DL+ADJ que nous avons proposé. Ce modèle préserve nettement mieux les contours et des structures fines que l'A-TDE et les autres modèles étudiés (Fig. IV.25(i)).

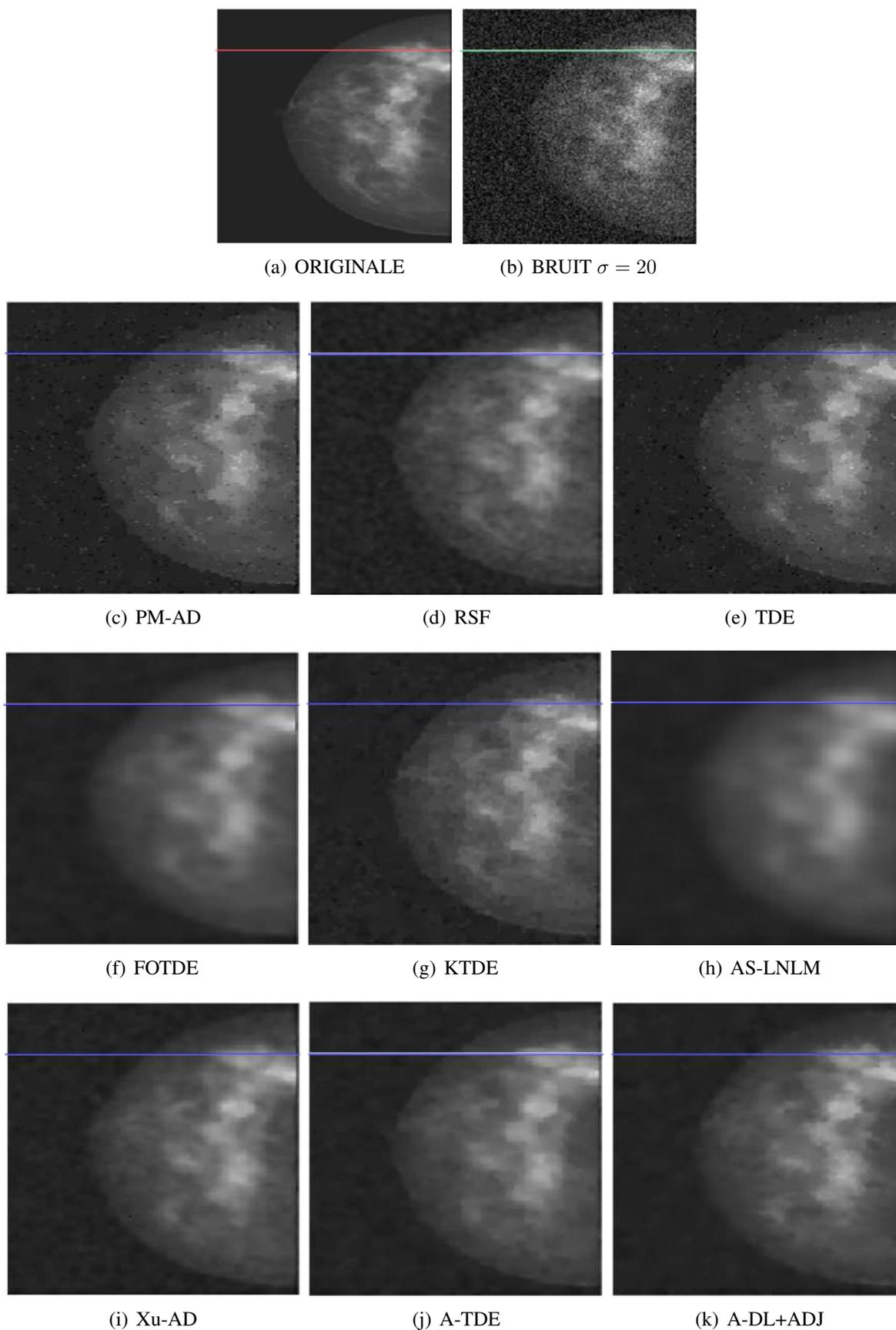
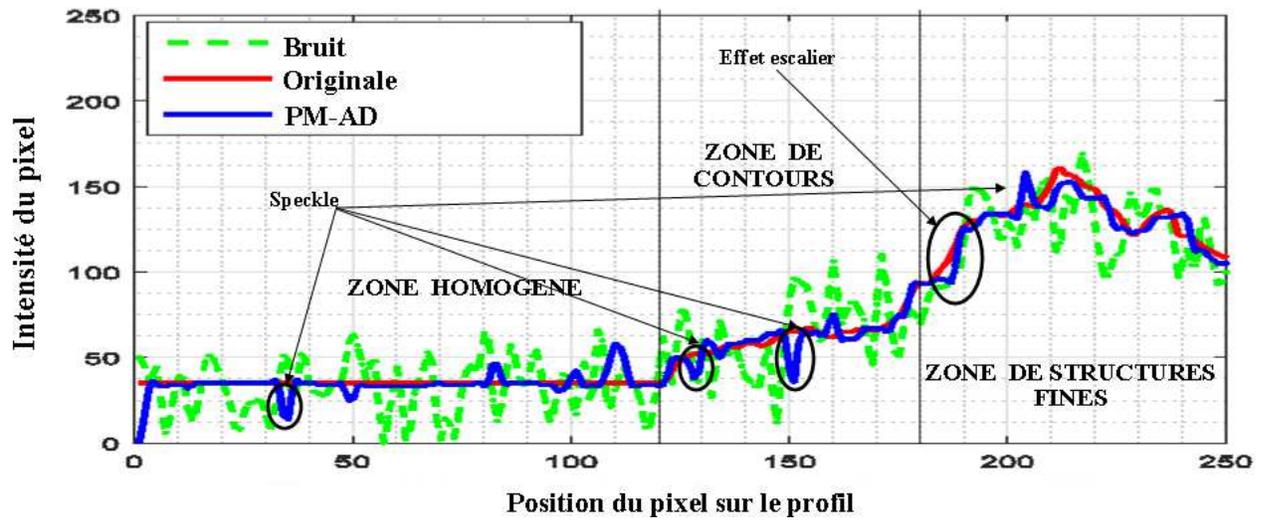
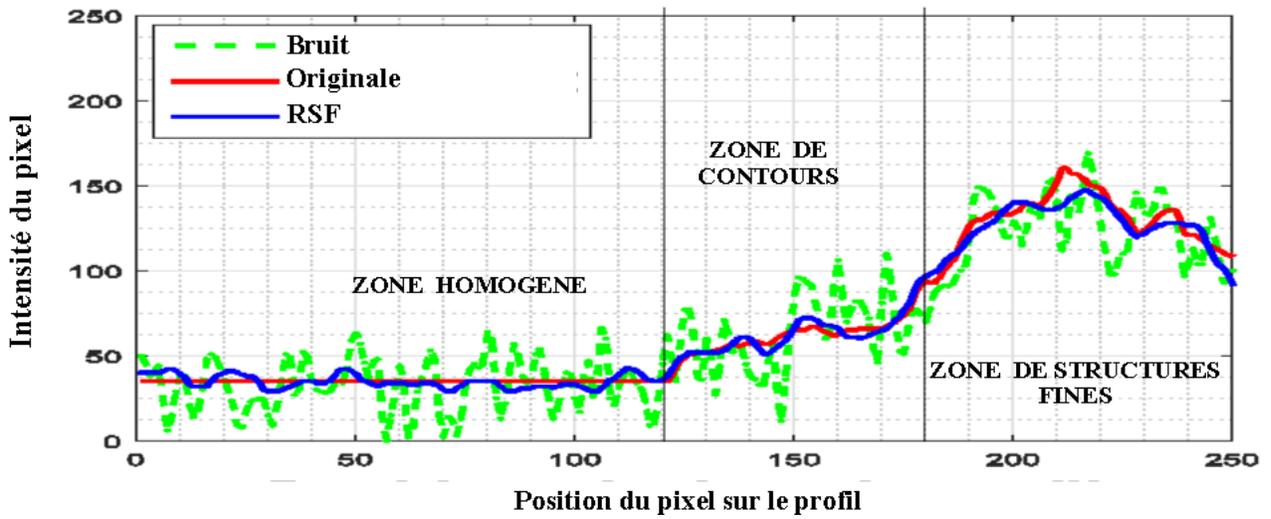


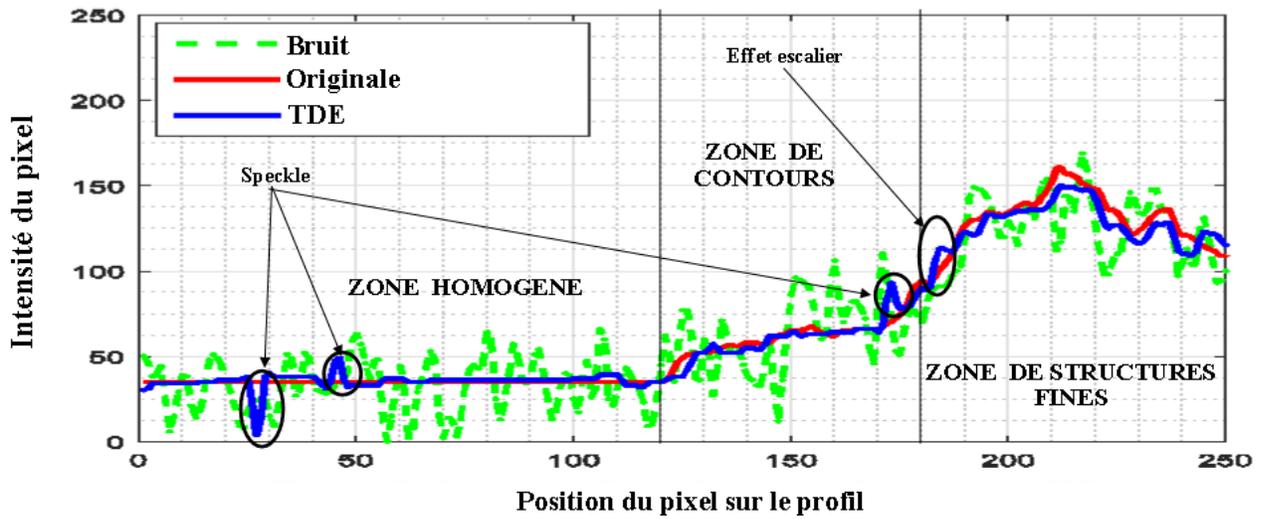
FIGURE IV.24 – Résultats du filtrage de l'image mammaire BCI1.



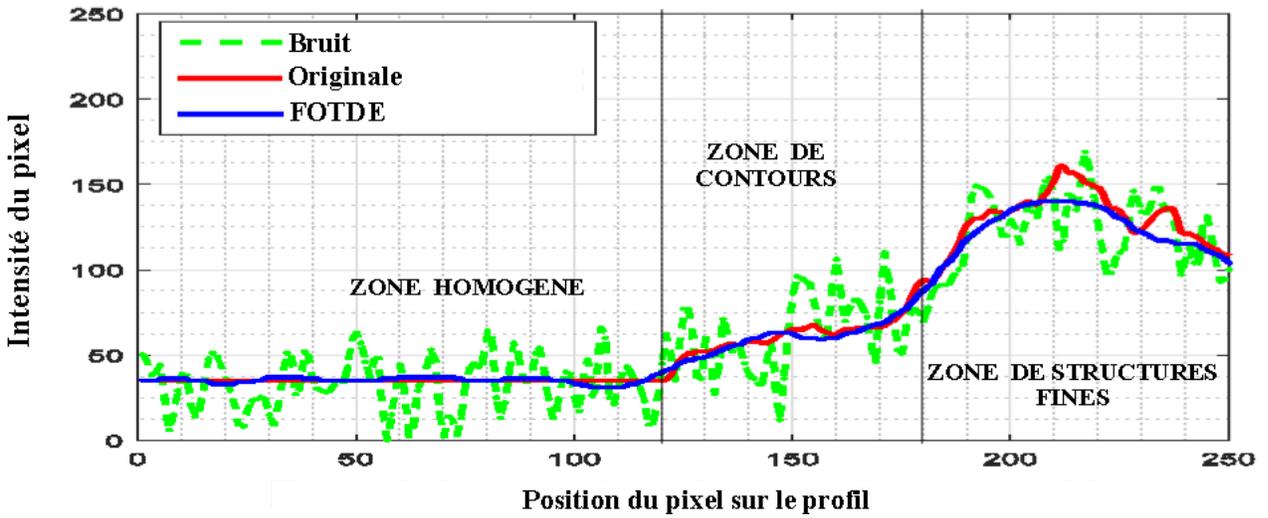
(a) Profil de la ligne de la figure IV.24(c) pour la PM-AD



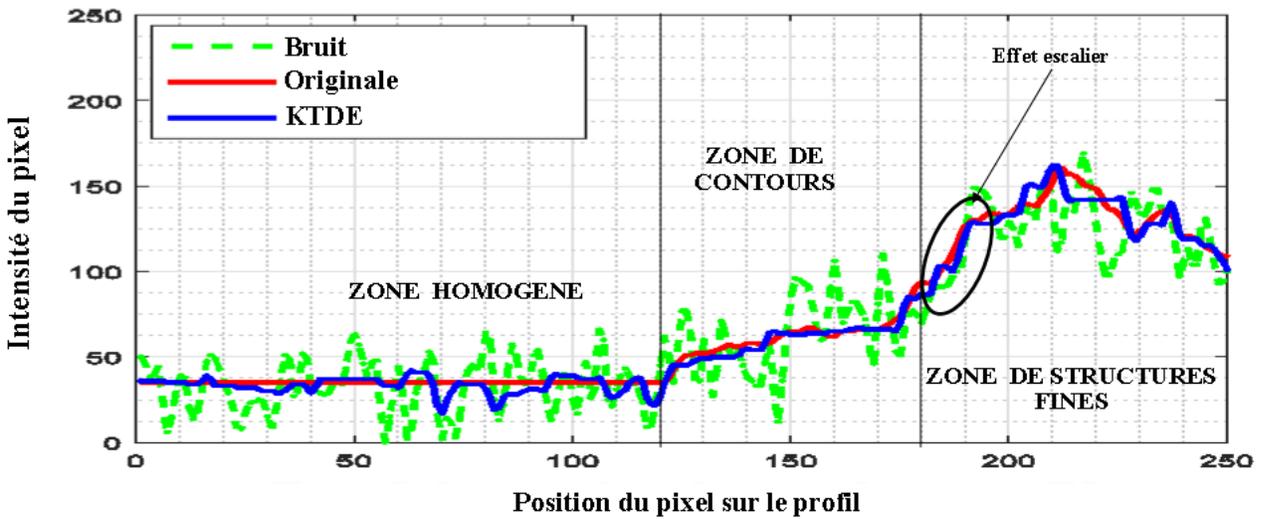
(b) Profil de la ligne de la figure IV.24(d) pour le RSF



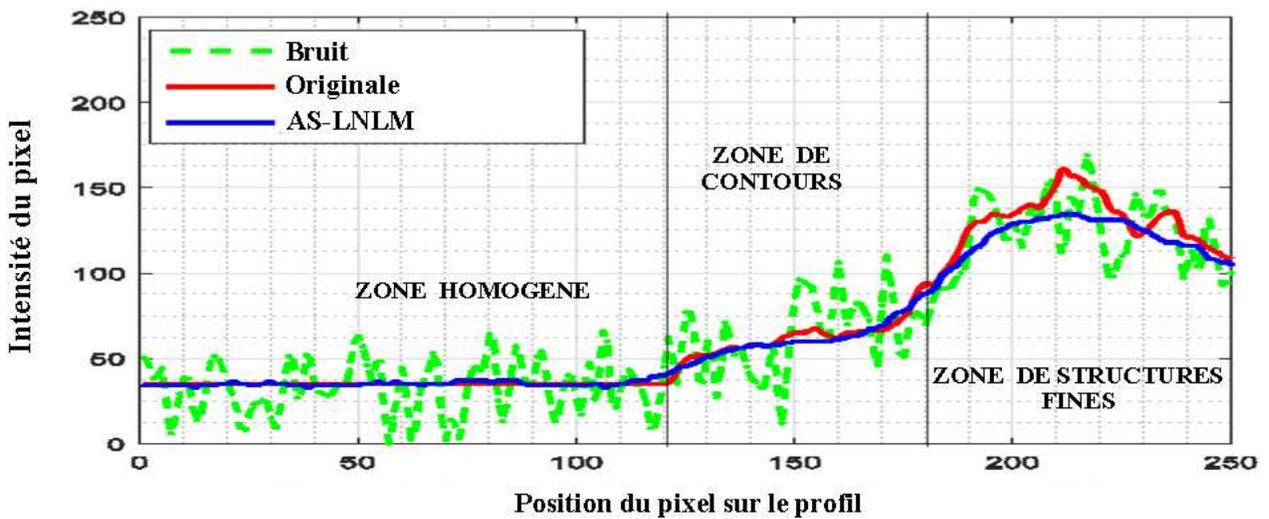
(c) Profil de la ligne de la figure IV.24(e) pour la TDE



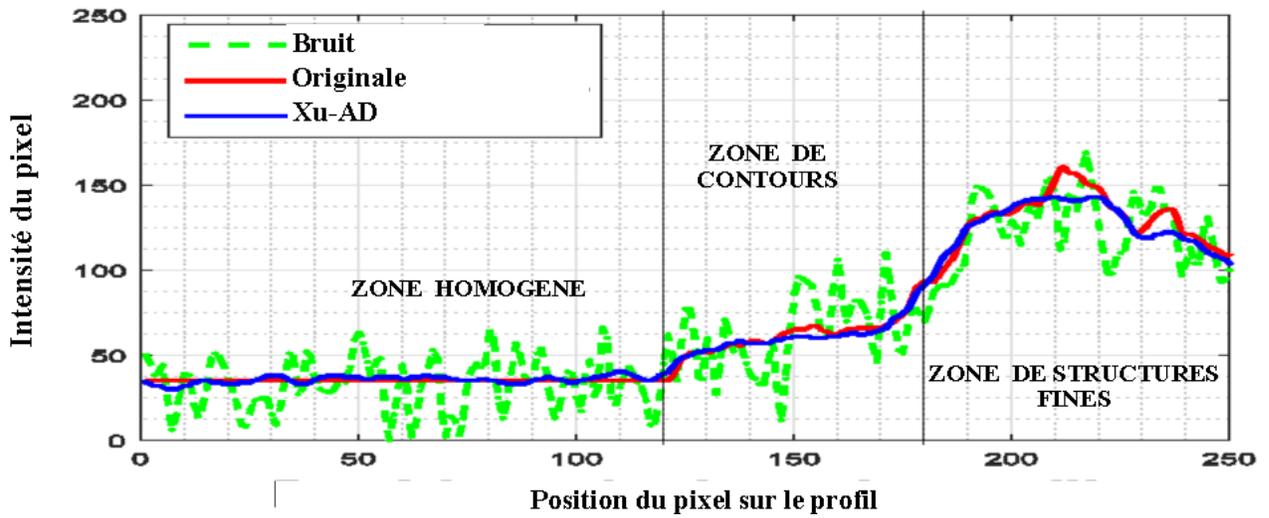
(d) Profil de la ligne de la figure IV.24(f) pour le FOTDE



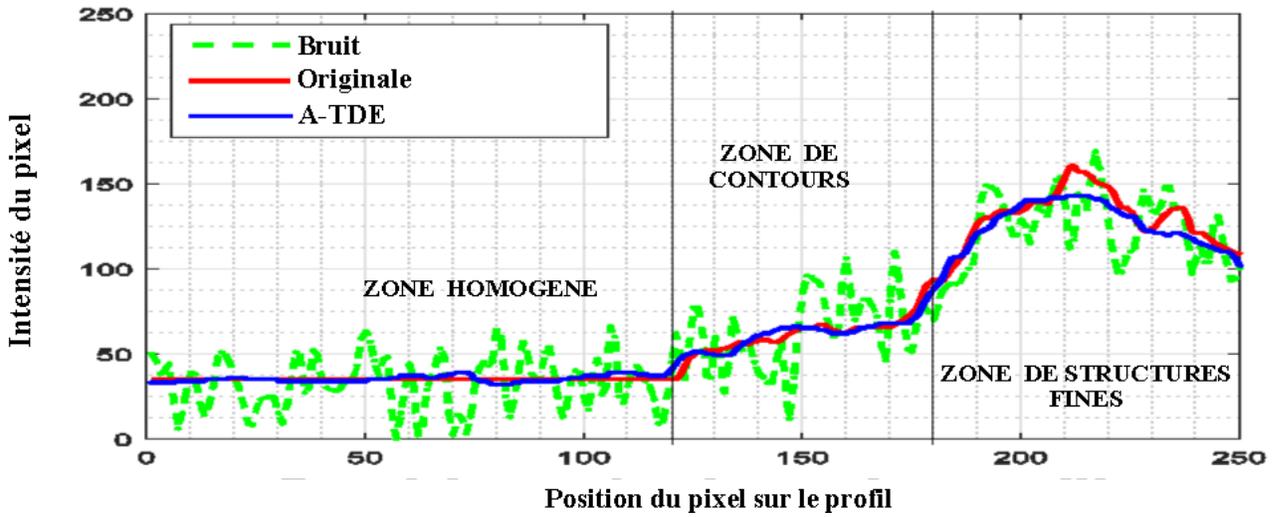
(e) Profil de la ligne de la figure IV.24(g) pour le KTDE



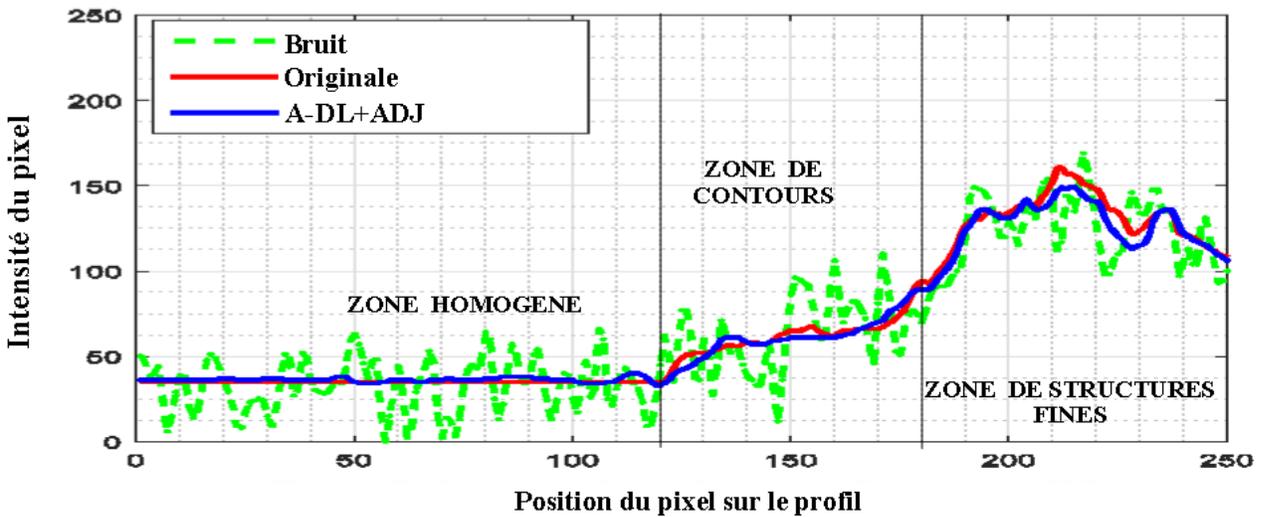
(f) Profil de la ligne de la figure IV.24(h) pour l'AS-LNLM



(g) Profil de la ligne de la figure IV.24(i) pour la Xu-AD



(h) Profil de la ligne de la figure IV.24(j) pour l'A-TDE



(i) Profil de la ligne de la figure IV.24(k) pour l'A-DL+ADJ

FIGURE IV.25 – Profil de ligne pour une masse à contour mal-défini.

## IV.5.2 Sixième série d'expériences : masse à contour bien défini

La masse à contour bien défini est caractérisée par un contour en escalier, indicateur en traitement d'image d'un changement brusque d'intensité ou de fortes variations d'intensité. L'expérience réalisée sur ce type de masse montre que de manière générale, l'A-DL+ADJ fournit une image plus nette (Fig. IV.26(k)) en comparaison aux méthodes PM-AD, RSF, TDE, KTDE, FOTDE, Xu-AD et A-TDE (Figs. IV.26(c), IV.26(d), IV.26(e), IV.26(g), IV.26(f), IV.26(i) et IV.26(j), respectivement). Cela est confirmé par le PSNR et le SSIM qui sont nettement supérieurs à ceux des autres méthodes (Tableaux IV.13 et IV.14, respectivement).

Afin de mieux décrire le comportement des différentes méthodes sur les masses à contour bien défini en présence de bruits de type AWGN d'écart-type égal à 30, nous avons réalisé un profil de la ligne de la figure IV.23(b). Ce profil comporte deux zones : une première zone lieu de contours de type escalier et une seconde zone siège de structures de structures fines. La courbe en rouge indique le profil de la ligne en rouge sur l'image originale, celle en vert représente le profil de la ligne en vert sur l'image bruitée et la courbe en bleu indique celui de l'image filtrée.

L'expérience réalisée sur les contours bien définis montre que les modèles PM-AD, TDE et l'AS-LNLM semblent adaptés à ce type d'images (Figs. IV.26(c), IV.26(e) et IV.26(h), respectivement). Le tracé des profils (Fig. IV.27(a), Fig. IV.27(c) et Fig. IV.27(f)) des figures IV.26(c), IV.26(e) et IV.26(h), respectivement) montre que les contours sont nettement préservés (Voir le profil zone de contours) et les structures fines sont également préservées (Voir le profil zone de structures fines) cependant, dans ces deux zones il y a la présence de speckles. Ceci indique que les modèles PM-AD, TDE et AS-LNLM ne discriminent pas efficacement les contours et les structures fines des bruits, surtout pour une image à faible rapport signal à bruit. Ainsi, sur l'ensemble de l'image, la présence de speckles ne permet pas une bonne interprétation.

Les figures IV.26(d) et IV.26(f) fournies par les méthodes RSF et FOTDE respectivement, présentent un flou sur tout l'image. Le flou produit par la FOTDE est dû à un sur-lissage dans les zones homogènes mais avec une préservation des contours et une dégradation des structures fines. Au contraire, le flou produit par le RSF est dû un sur-lissage tant au niveau des zones homogènes qu'au niveau des contours avec une moindre destruction des structures fines. Le profil (Figs. IV.27(b)) du RSF présente des sommets très arrondis dans la zone de contours tout comme celui (Fig. IV.27(d)) de la FOTDE. Dans la zone de structures fines, la FOTDE présente un profil pratiquement linéaire, ce qui indique une destruction totale des structures fines. Au contraire, le RSF préserve mieux les structures fines en comparaison à la FOTDE.

Les figures IV.26(g) et IV.26(j) fournies par les méthodes KTDE et notre méthode A-TDE, respectivement, préservent mieux les contours et les structures fines comparativement aux méthodes PM-AD, TDE, FOTDE et AS-LNLM. Cela est confirmé par leur profil (Figs. IV.27(e) et IV.27(h)). Par ailleurs, les méthodes Xu-AD et A-DL+ADJ sont plus efficaces. Le profil (Fig. IV.27(i)) montre que quelques contours et structures fines sont rehaussés. Ce qui lui confère de fournir une image de

meilleure qualité comparativement à la méthode Xu-AD.

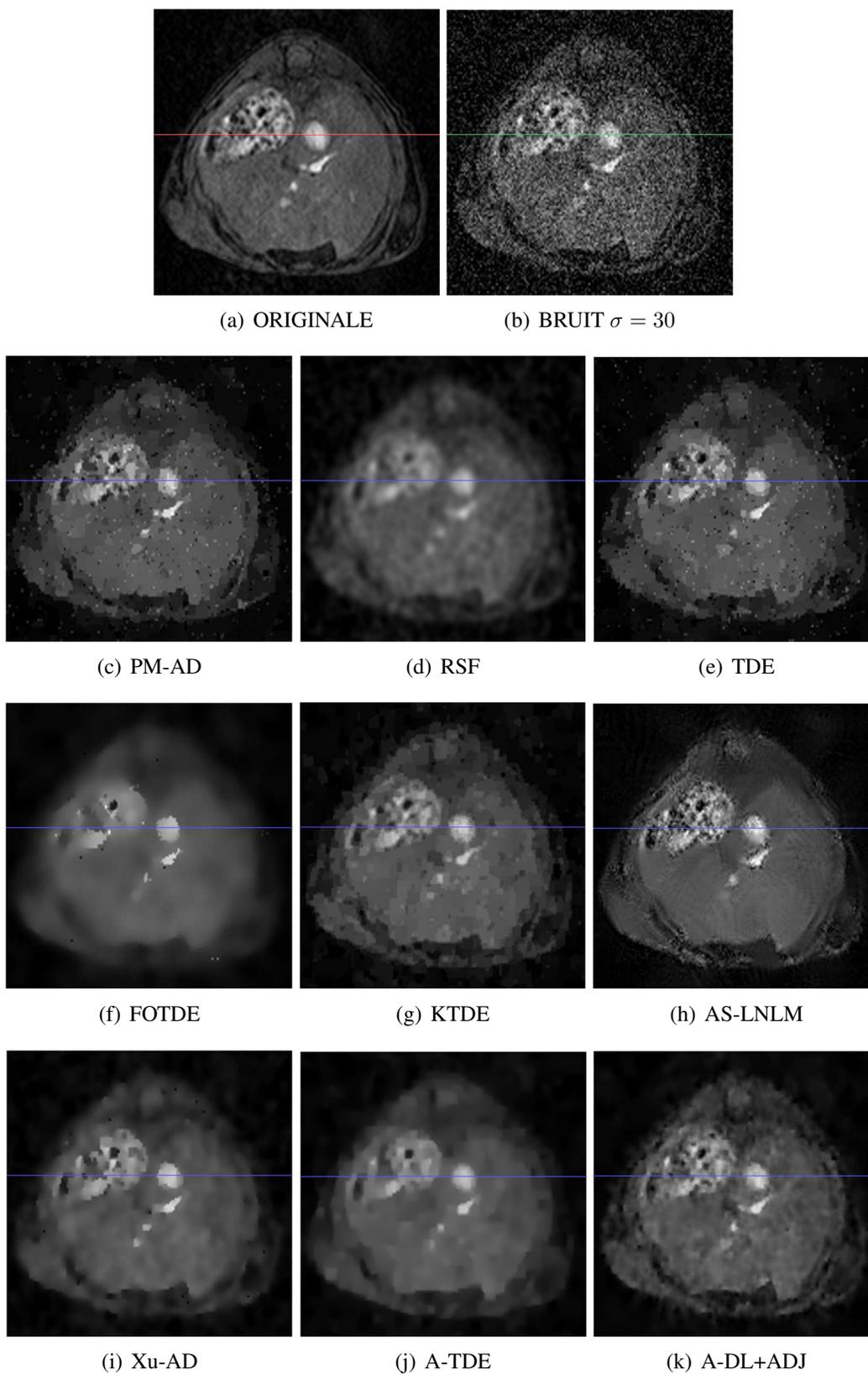
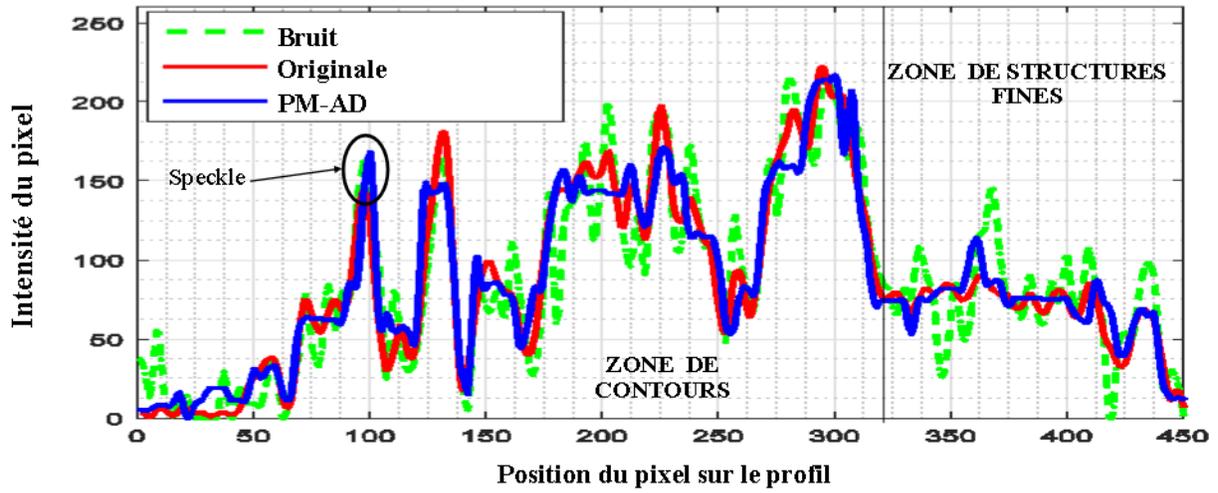
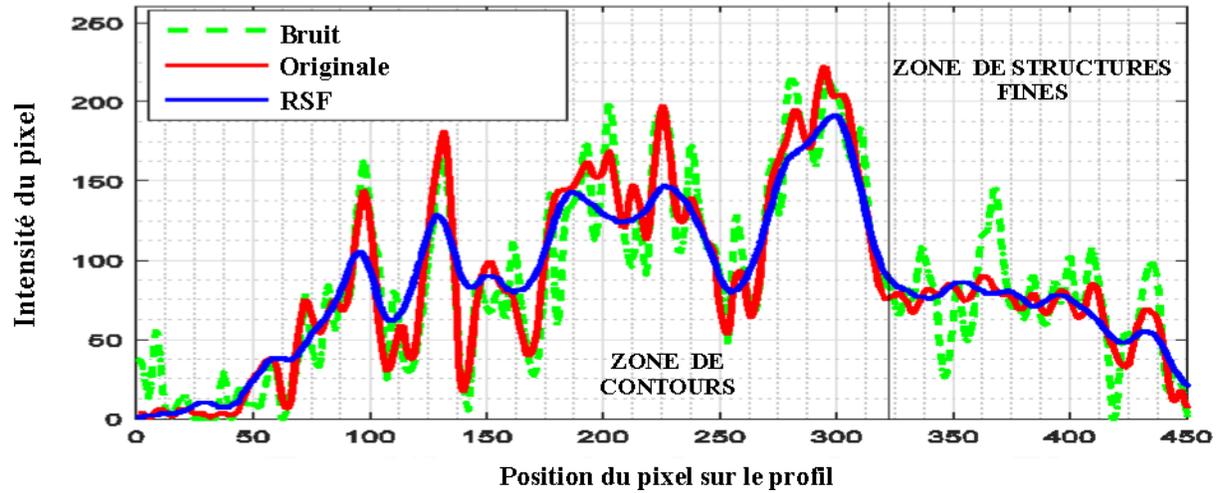


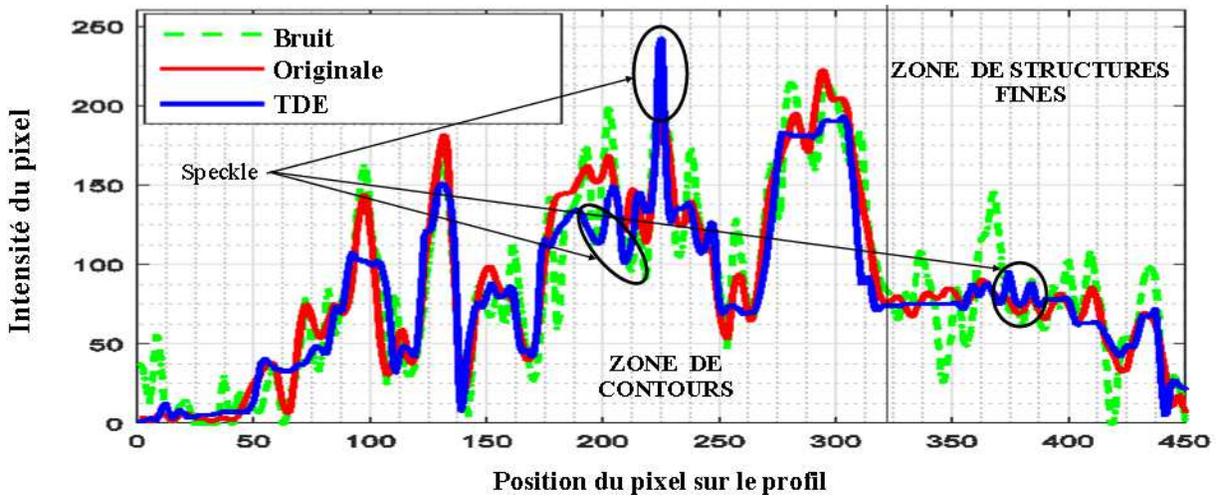
FIGURE IV.26 – Résultats du filtrage de l'image mammaire BC12.



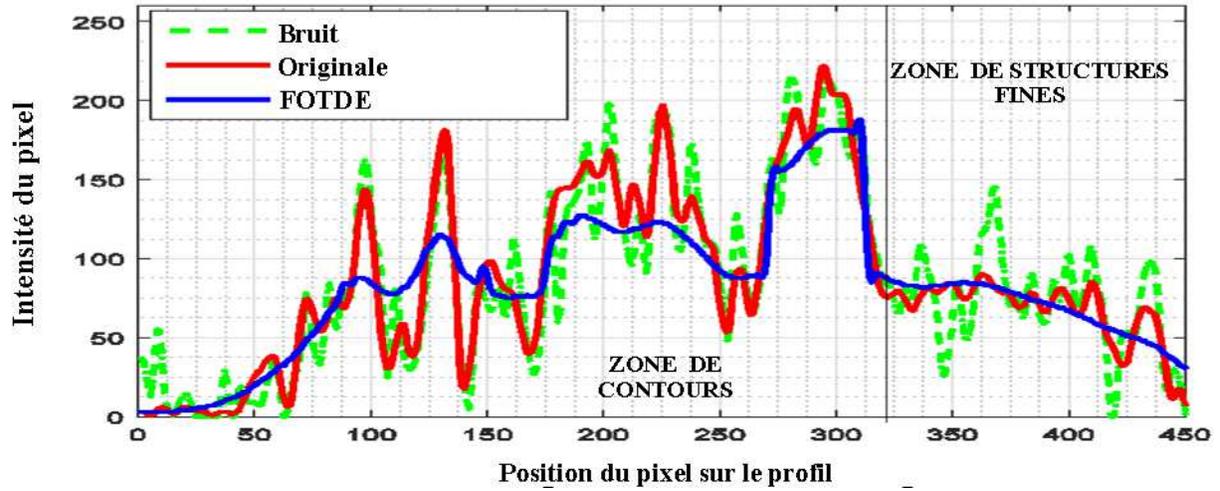
(a) Profil de la ligne de la figure IV.26(c) pour la PM-AD



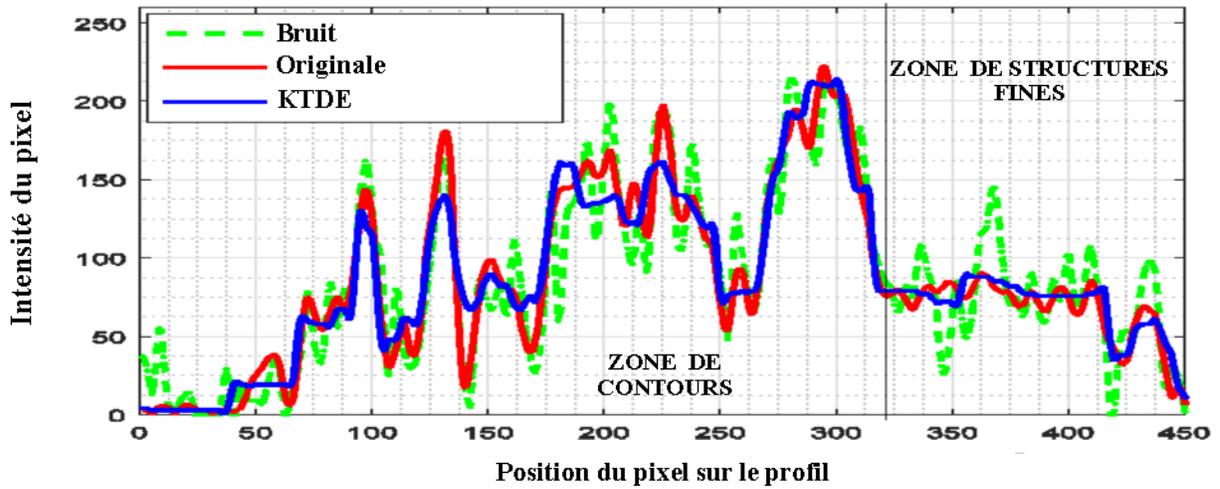
(b) Profil de la ligne de la figure IV.26(d) pour le RSF



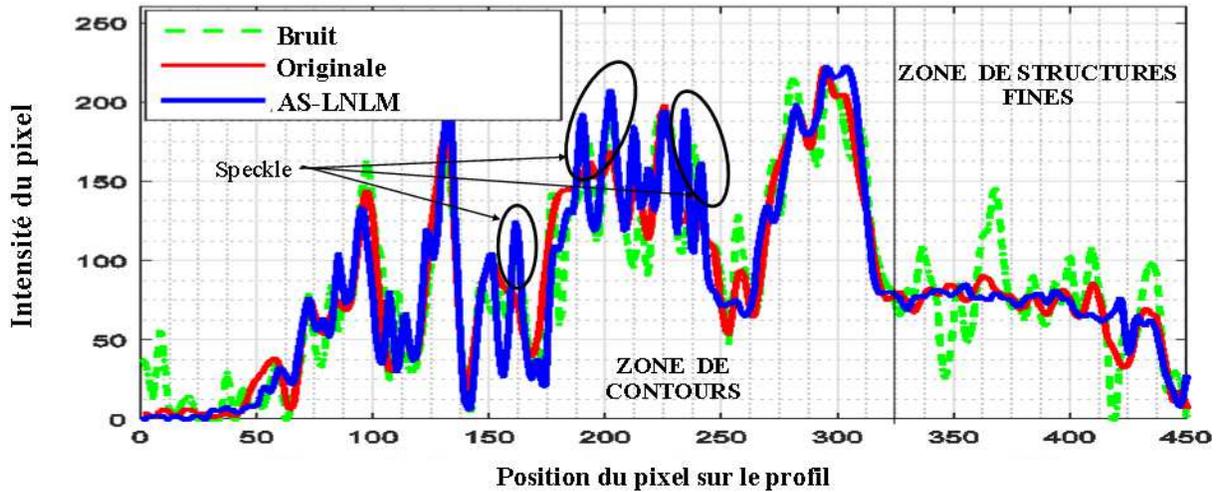
(c) Profil de la ligne de la figure IV.26(e) pour la TDE



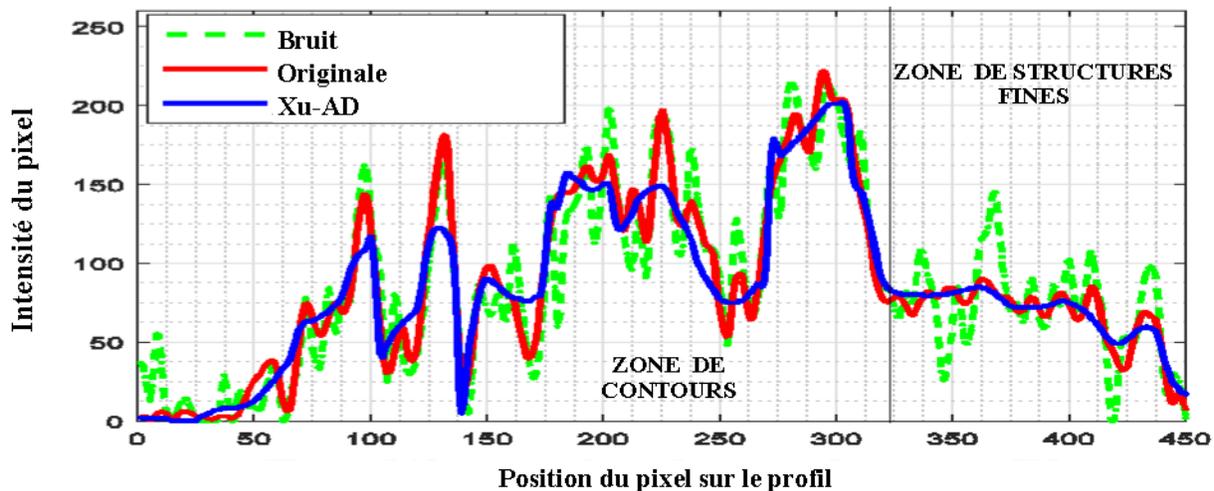
(d) Profil de la ligne de la figure IV.26(f) pour le FOTDE



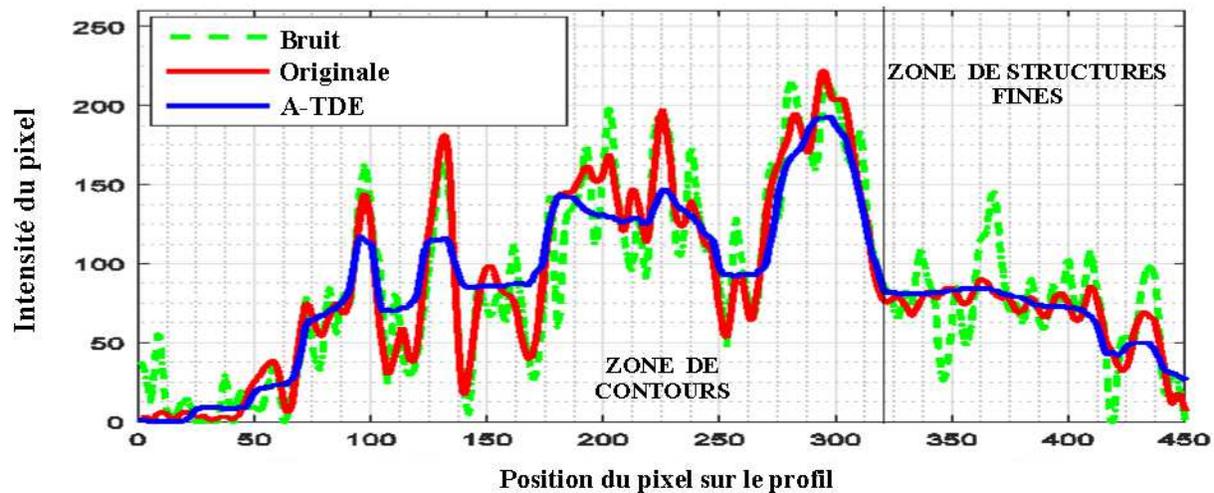
(e) Profil de la ligne de la figure IV.26(g) pour le KTDE



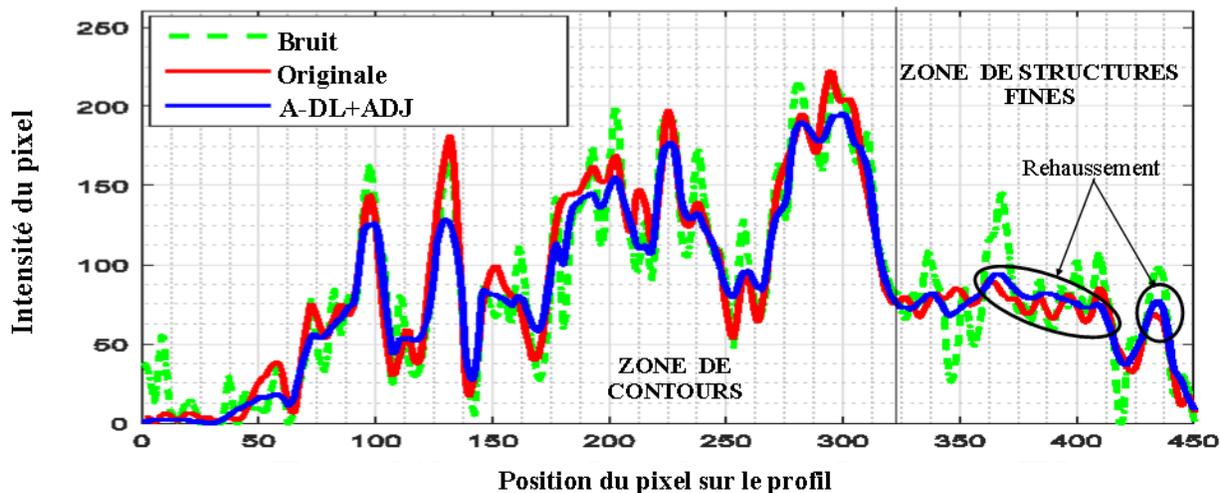
(f) Profil de la ligne de la figure IV.26(h) pour l'AS-LNLM



(g) Profil de la ligne de la figure IV.26(i) pour la Xu-AD



(h) Profil de la ligne de la figure IV.26(j) pour l'A-TDE



(i) Profil de la ligne de la figure IV.26(k) pour l'A-DL+ADJ

FIGURE IV.27 – Profil de ligne pour une masse à contour bien défini.

Tableau IV.13 – Résultats du PSNR(dB) pour différents niveaux de bruit de type AWGN

Images	$\sigma$	PM-AD	RSF	TDE	FOTDE	KTDE	AS-LNLM	Xu-AD	A-TDE	A-DL+ADJ
		PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR
BCI1	20	31.340	33.100	31.195	34.167	34.025	30.190	35.491	35.258	<b>36.087</b>
	30	28.056	31.763	27.807	32.609	32.005	30.157	33.521	33.633	<b>34.310</b>
	40	25.665	30.821	25.567	29.708	29.036	29.888	32.291	32.661	<b>33.329</b>
BCI2	20	30.059	31.097	30.094	30.475	31.968	31.931	31.901	31.714	<b>33.090</b>
	30	27.378	29.573	27.130	29.210	29.861	28.154	29.118	30.314	<b>31.524</b>
	40	25.248	28.610	25.008	27.220	28.766	27.704	29.182	29.304	<b>30.376</b>
BCI3	20	29.590	30.311	29.389	29.450	30.834	30.492	30.716	30.713	<b>31.225</b>
	30	27.083	28.822	26.789	28.506	29.135	28.074	29.456	29.412	<b>30.039</b>
	40	25.204	27.952	24.844	26.570	28.018	27.894	28.335	28.557	<b>28.854</b>
BCI4	20	30.672	32.225	30.483	31.677	33.123	32.058	32.865	33.126	<b>33.720</b>
	30	27.746	30.851	27.411	30.671	30.774	30.597	31.477	31.790	<b>31.972</b>
	40	25.523	29.870	25.250	28.549	29.154	28.624	30.473	30.911	<b>30.694</b>
BCI5	20	30.403	31.633	30.218	30.948	32.140	32.091	32.608	32.491	<b>33.073</b>
	30	27.466	30.054	27.488	30.015	30.467	29.394	30.795	30.900	<b>31.413</b>
	40	25.451	29.058	25.194	28.015	27.890	28.404	29.150	29.891	<b>30.436</b>
BCI6	20	30.084	30.821	29.885	30.576	31.756	32.409	31.683	31.425	<b>32.526</b>
	30	27.272	29.433	27.115	29.455	30.184	29.677	30.337	30.171	<b>30.978</b>
	40	25.374	28.598	25.023	27.526	28.122	27.378	29.299	29.380	<b>29.685</b>
Moyenne partielle	20	30.358	31.534	30.210	31.125	32.307	31.528	32.544	32.454	<b>33.286</b>
	30	27.500	30.082	27.290	30.077	30.404	28.000	30.784	31.036	<b>31.706</b>
	40	25.410	29.151	25.147	27.931	28.497	28.315	29.788	30.117	<b>30.562</b>
Moyenne		27.756	30.255	27.549	29.711	30.402	29.281	31.038	31.202	<b>31.851</b>

Les meilleures valeurs fournies par les mesures de performance sont indiquées en gras

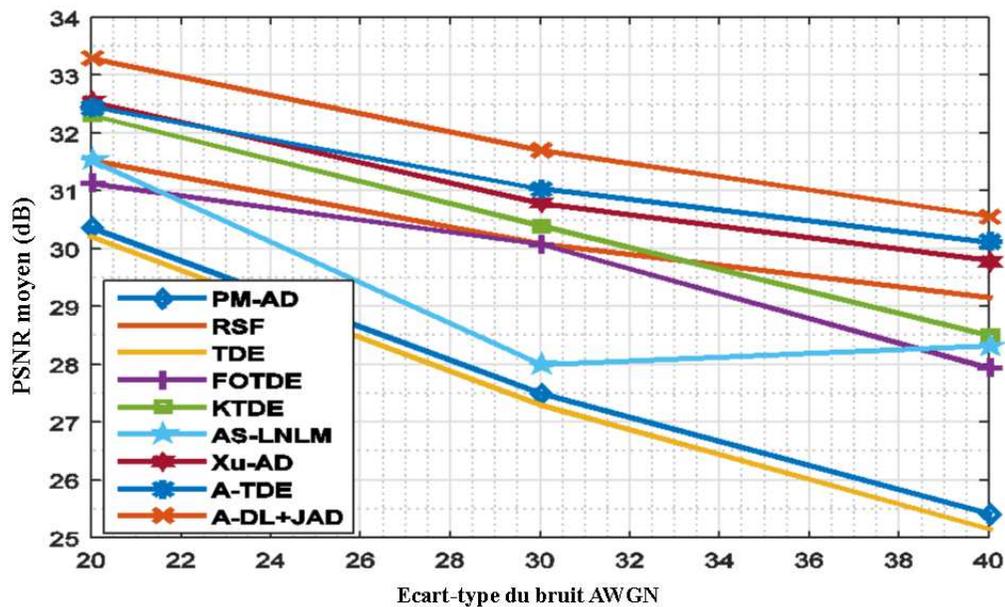


FIGURE IV.28 – Valeur moyenne du PSNR en fonction de l'écart-type du bruit de type AWGN

Tableau IV.14 – Résultats du SSIM pour différents niveaux de bruit AWGN

Images	$\sigma$	PM-AD	RSF	TDE	FOTDE	KTDE	AS-LNLM	Xu-AD	A-TDE	A-DL+ADJ
		SSIM	SSIM	SSIM	SSIM	SSIM	SSIM	SSIM	SSIM	SSIM
BCI1	20	0.638	0.884	0.714	0.912	0.876	0.893	0.920	0.928	<b>0.931</b>
	30	0.579	0.874	0.568	0.897	0.818	0.888	0.897	0.912	<b>0.921</b>
	40	0.472	0.874	0.469	0.841	0.660	0.880	0.878	0.904	<b>0.908</b>
BCI2	20	0.695	0.740	0.694	0.765	0.787	0.771	0.776	0.782	<b>0.831</b>
	30	0.565	0.690	0.545	0.737	0.691	0.701	0.740	0.743	<b>0.797</b>
	40	0.452	0.662	0.443	0.668	0.635	0.640	0.707	0.720	<b>0.772</b>
BCI3	20	0.665	0.620	0.629	0.597	0.674	0.650	0.646	0.644	<b>0.692</b>
	30	0.515	0.544	0.483	0.560	0.572	0.542	0.576	0.582	<b>0.606</b>
	40	0.414	0.492	0.392	0.497	0.494	0.481	0.525	0.537	<b>0.538</b>
BCI4	20	0.636	0.658	0.615	0.750	0.720	0.734	0.694	0.738	<b>0.745</b>
	30	0.487	0.577	0.449	<b>0.679</b>	0.570	0.614	0.630	0.671	0.627
	40	0.364	0.548	0.350	0.596	0.471	0.501	0.597	<b>0.629</b>	0.536
BCI5	20	0.719	0.815	0.706	0.759	0.825	0.810	0.829	0.830	<b>0.849</b>
	30	0.576	0.770	0.569	0.745	0.770	0.734	0.777	0.791	<b>0.805</b>
	40	0.481	0.743	0.464	0.695	0.392	0.697	0.721	0.766	<b>0.781</b>
BCI6	20	0.638	0.640	0.622	0.696	0.706	<b>0.766</b>	0.674	0.676	0.739
	30	0.485	0.564	0.472	<b>0.651</b>	0.608	0.640	0.616	0.621	0.649
	40	0.393	0.518	0.359	0.576	0.474	0.541	0.580	<b>0.599</b>	0.560
Moyenne partielle	20	0.665	0.726	0.663	0.746	0.764	0.770	0.756	0.766	<b>0.797</b>
	30	0.534	0.669	0.514	0.711	0.671	0.686	0.706	0.720	<b>0.734</b>
	40	0.429	0.639	0.412	0.645	0.521	0.623	0.668	<b>0.692</b>	0.682
Moyenne		0.542	0.678	0.529	0.700	0.639	0.693	0.710	0.726	<b>0.737</b>

Les meilleures valeurs fournies par les mesures de performance sont indiquées en gras

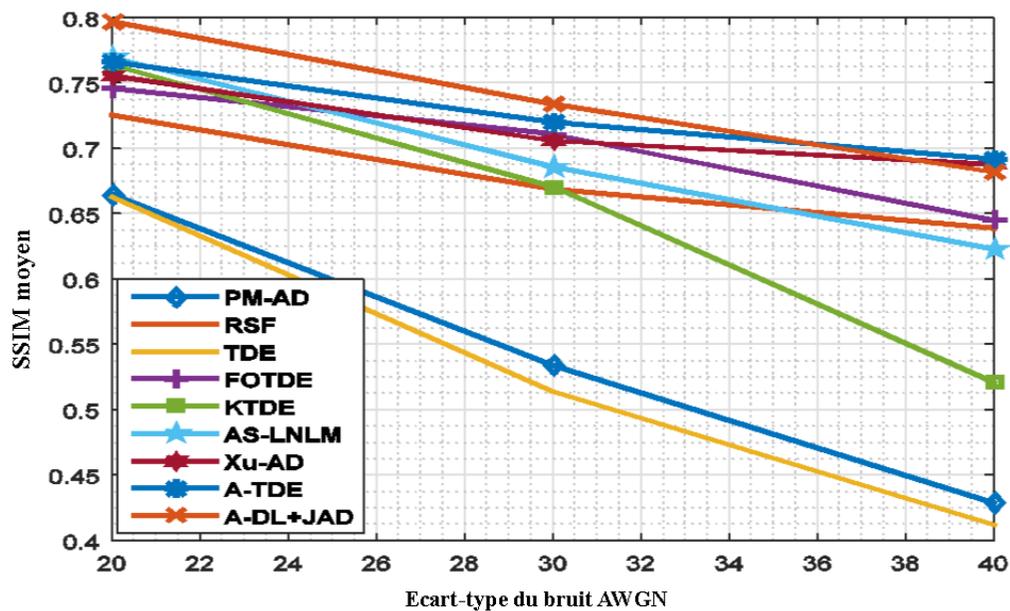


FIGURE IV.29 – Valeur moyenne du SSIM en fonction de l'écart-type du bruit de type AWGN

## IV.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons évalué les performances de nos méthodes (A-TDE et A-DL+ADJ) et celles de sept autres méthodes : PM-AD [Perona and Malik (1990)], TDE [Ratner and Zeevi (2007)], FOTDE [Zeng et al. (2011)], RSF [Ham et al. (2012)], AS-LNLM [Chen et al. (2012)], KTDE [Yang and Zhang (2014)] et Xu-AD [Xu et al. (2016)]. Cette évaluation a été réalisée de manière quantitative et qualitative au regard des figures (IV.28 et IV.29). Les valeurs moyennes du PSNR et du SSIM de nos méthodes se sont avérées nettement supérieures à celle des sept autres méthodes. A travers l'étude comparative des résultats expérimentaux, les méthodes que nous avons proposées dans ce mémoire se révèlent performantes. D'un côté, il apparaît que nos méthodes procurent le meilleur compromis entre l'élimination du bruit, la préservation des structures fines et des contours, tout en étant robuste aux bruit. De l'autre côté, l'étude réalisée sur les images naturelles a pu s'étendre aux images IRM mammaires.

# Conclusion générale

**C**E travail est une contribution à l'aide au diagnostic des images mammaires d'IRM principalement dans le cadre de leur interprétation. Nous nous sommes concentrés sur l'utilité des images mammaires dans le diagnostic ou la détection des différents cancer du sein. Cependant, l'analyse de ces images dans le chapitre I, nous a révélé les caractéristiques suivantes :

1. le bruit qui est un signal perturbateur vient se superposer au signal utile de l'image et dégrade sa qualité ce qui induit une confusion sur les contours de chaque région et cache les structures fines ;
2. le contraste qui se révélé être faible vient ajouter une difficulté de plus en se superposant à la fois sur le bruit, les contours de chaque région et les structures fines.

L'étude des signaux d'images IRM mammaires et la littérature nous révèlent que les équations aux dérivées partielles (EDPs) sont les outils les mieux adaptés pour la réduction des bruits. Ainsi, le chapitre II a été consacré aux EDPs. Dans la littérature, plusieurs méthodes ont été proposées en vue de l'amélioration de la qualité des images en présence du bruit de type gaussien. Néanmoins, les formulations proposées ont montré des limites surtout en ce qui concerne la préservation des structures fines et des contours en présence de de fort bruit et de faible contraste. Ceci nous a motivé à introduire des améliorations à ces niveaux pouvant donner des résultats plus pertinents. Ainsi, dans ce mémoire, notre activité de recherche s'est focalisée sur la préservation des structures fines et des contours face aux images fortement bruitées et possédant un faible contraste comme c'est le cas des images IRM. Les objectifs principaux sont l'étude des paramètres importants de l'équation de diffusion télégraphique que sont le coefficient d'amortissement et du temps de relaxation, la proposition d'une nouvelle équation de diffusion basée sur l'équation de type Jeffreys, adaptée à ce type d'images et, enfin, l'application de cette nouvelle équation en tant que modèle hybride de diffusion.

Dans nos propositions au chapitre III, premièrement, nous avons montré que l'équation de diffusion télégraphique (TDE) qui est utilisée dans certains processus de réduction des bruits dans une image, comporte deux paramètres importants : le coefficient d'amortissement et le temps de

relaxation. Classiquement, le premier est choisit constant tandis que le second est déterminé globalement pour une image d'entrée donnée. Cela a pour effet de rendre difficile l'application de la TDE à d'autres images. Ainsi, nous avons proposé de déterminer la valeur de ces paramètres en fonction de l'information et de la structure locale de l'image. Nous obtenons ainsi une équation de diffusion adaptative que nous avons dénommé A-TDE qui permet de mieux contrôler le degré du lissage et de préserver les structures fines et les contours de l'image, tout en évitant les phénomènes de speckles et de marche d'escalier que nous avons dénommé A-TDE. Deuxièmement, nous avons proposé une méthode hybride de filtrage d'image fondée sur l'Equation de Type Jeffreys (ETJ) qui met en collaboration deux filtres. La méthode proposée procède en deux étapes : une étape de pré-lissage dénommée Diffusion Linéaire Adaptative (A-DL) et une étape de lissage qualifiée de Diffusion Anisotrope de type Jeffreys (ADJ). Cette approche permet de lisser efficacement l'image tout en préservant au mieux ses contours et ses structures fines. Cependant, la phase de pré-lissage induit généralement un flou qui n'est pas pris en compte pendant la phase de lissage. Pour réduire ce phénomène, un critère d'arrêt pour l'A-DL, dénommé Variance Absolute Error (VAE) qui estime le niveau du bruit, a été proposé afin de garantir l'optimalité du filtre de lissage. Une fonction de diffusion est également proposée afin de tenir compte du flou induit par le pré-lissage.

Enfin, le chapitre [IV](#) a permis de montrer l'intérêt d'avoir des temps de relaxation et des coefficients d'amortissement adaptatifs afin de rendre la TDE robuste au bruit et de mieux caractériser les structures fines. Aussi, ce chapitre a montré qu'il est possible d'utiliser l'ETJ comme modèle de diffusion surtout dans le cas d'un modèle hybride. l'ETJ dans sa formulation comme modèle hybride permet d'être robuste au bruit, de traiter spécialement les structures fines grâce à sa fonction de diffusion et de rehausser le contraste de l'image par la variation temporelle du laplacien.

# Perspectives

Les diverses expérimentations réalisées au chapitre [IV](#) ont permis de confirmer l'originalité, les performances et les avantages de nos méthodes. Afin d'améliorer les performances de nos méthodes quelques perspectives peuvent être envisagées :

1. une première idée consiste à construire un temps de relaxation et un coefficient d'amortissement automatiques à partir des techniques d'apprentissage basées sur des réseaux convolutionnels. La fonction de rehaussement de contraste peut être fondée sur une fonction sigmoïde. On pourrait s'inspirer de l'Equation de Fisher pour faire un filtrage et un rehaussement de contraste simultanés ;
2. une deuxième idée consiste à améliorer la méthode A-DL+ADJ par un processus de diffusion guidé par un tenseur de diffusion basé sur l'analyse tensorielle de l'image qui a un comportement anisotrope réel par rapport à l'approche de diffusion non linéaire classique. L'A-DL+ADJ étant d'ordre 3, elle peut se résoudre avec l'équation intégrale de Volterra. Pour sa mise en œuvre numérique, on peut utiliser l'algorithme prédicteur-correcteur d'Adams-Bashforth-Moulton (ABM) pour résoudre la forme intégrale de l'A-DL+ADJ. Cet algorithme fournit une précision numérique pour les équations d'ordre élevé et également une bonne propriété de stabilité.

# Références

- Abur-Robb, M. (1990). Explicit solutions of fisher's equation with three zeros. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 13(3) :617–620.
- Agwalt, T., Cunnungham, D., and Hadjiminias, D. (2005). Differences in presentation of lobular, ductal, mixed and special type breast cancer. *EJC Supplements. September*, 3(1) :21.
- Alunni, J.-P. (2012). Imagerie du cancer du sein inflammatoire. *Journal de Radiologie Diagnostique et Interventionnelle*, 93(2) :103–111.
- Amat, S., Penault-Llorca, F., Cure, H., Bouedec, G. L., Achard, J.-L., Praagh, I. V., Feillel, V., Mouret-Reynier, M.-A., Dauplat, J., and Chollet, P. (2002). Scarff-bloom-richardson (SBR) grading : a pleiotropic marker of chemosensitivity in invasive ductal breast carcinomas treated by neoadjuvant chemotherapy. *International Journal of Oncology*, 21(4) :377–384.
- Arif, A. S., Mansor, S., and Logeswaran, R. (2011). Combined bilateral and anisotropic-diffusion filters for medical image de-noising. In *2011 IEEE Student Conference on Research and Development*. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE).
- Balu-Maestro, C., Chapellier, C., Taaritt, B., Fournol, M., et al. (2006). Ultrasound examination of breast microcalcifications : luxury or necessity ? *Journal de radiologie*, 87(12 Pt 1) :1849–1858.
- Baron Fourier, J. B. J. (1831). *Analyse des équations déterminées*, volume 1. Firmin Didot.
- Bauermeister, D. E. and Hall, M. H. (1973). Specimen radiography—a mandatory adjunct to mammography. *American journal of clinical pathology*, 59(6) :782–789.
- Beghdadi, A., Constans, A., Gadenne, P., and Lafait, J. (1986). Optimum image processing for morphological study of granular films. *Revue de physique appliquée*, 21(1) :73–80.
- Black, M., Sapiro, G., Marimont, D., and Heeger, D. (1998). Robust anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(3) :421–432.

- Bloom, H. and Richardson, W. (1957). Histological grading and prognosis in breast cancer : a study of 1409 cases of which 359 have been followed for 15 years. *British journal of cancer*, 11(3) :359.
- Borel, A. (2001). *Etude théorique et expérimentale d'agents de contraste pour l'imagerie médicale par résonance magnétique*. PhD thesis, Thèse de doctorat, Faculté des Sciences de l'Université de Lausanne.
- Bouzoubaa, W., Laadioui, M., Fdili, F. Z., Jayi, S., Bouguern, H., Chacara, H., and Melhouf, M. A. (2014). La place de l'imagerie par résonance magnétique dans le carcinome lobulaire du sein. *Pan African Medical Journal*, 18.
- Bray, F., McCarron, P., and Parkin, D. M. (2004). The changing global patterns of female breast cancer incidence and mortality. *Breast Cancer Research*, 6(6) :229.
- Buades, A., Coll, B., and Morel, J.-M. (2005). A non-local algorithm for image denoising. In *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE).
- Canny, J. (1986). A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-8(6) :679–698.
- Cao, Y., Yin, J., Liu, Q., and Li, M. (2010). A class of nonlinear parabolic-hyperbolic equations applied to image restoration. *Nonlinear Analysis : Real World Applications*, 11(1) :253–261.
- Cattaneo, C. (1948). Atti del seminario matematico e fisico della universita di modena. *Atti Semin. Mat. Fis. Univ. Modena*, 3 :3–21.
- Catté, F., Lions, P.-L., Morel, J.-M., and Coll, T. (1992). Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 29(1) :182–193.
- Chan, R., Hu, C., and Nikolova, M. (2004). An iterative procedure for removing random-valued impulse noise. *IEEE Signal Processing Letters*, 11(12) :921–924.
- Chen, Y., Yang, Z., Hu, Y., Yang, G., Zhu, Y., Li, Y., Chen, W., Toumoulin, C., et al. (2012). Thoracic low-dose ct image processing using an artifact suppressed large-scale nonlocal means. *Physics in Medicine and Biology*, 57(9) :2667.
- Chow, C. K. (2005). Imaging in inflammatory breast carcinoma. *Breast disease*, 22 :45–54.
- Doi, K. (2009). Computer-aided diagnosis in medical imaging : achievements and challenges. In *World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering, September 7-12, 2009, Munich, Germany*, pages 96–96. Springer.

- Donoho, D. L. and Johnstone, I. M. (1994). Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. *Biometrika*, 81 :425–455.
- D’orsi, C., Bassett, L., Berg, W., Feig, S., Jackson, V., Kopans, D., et al. (2003). Breast imaging reporting and data system : Acr bi-rads-mammography. *American College of Radiology*, 4.
- Drake, Richard L. Vogl, A. W. M. A. W. M. (2010). Gray’s anatomie pour les étudiants. issy-les-moulineaux. *Elsevier Masson*, page 1103.
- Elbachiri, M., Fatima, S., Bouchbika, Z., Benchekroun, N., Jouhadi, H., Tawfiq, N., Sahraoui, S., and Benider, A. (2017). Cancer du sein chez l’homme : à propos de 40 cas et revue de la littérature. *Pan African Medical Journal*, 28.
- Ellis, I. et al. (2005). Pathology reporting of breast disease : a joint document incorporating the third edition of the nhs breast screening programme’s guidelines for pathology reporting in breast cancer screening and the second edition of the royal college of pathologists’ minimum dataset for breast cancer histopathology. *NHS Cancer Screening Programmes, Royal College of Pathologists, London*.
- Fang, M. and Gilbert, R. P. (2007). Non-isothermal, non-newtonian hele–shaw flows within cattaneo’s heat flux law. *Mathematical and computer modelling*, 46(5) :765–775.
- Feng, Q. and Gong, J. (2014). Destriping remotely sensed data using anisotropic diffusion in wavelet domain. In *2014 4th IEEE International Conference on Information Science and Technology*. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE).
- Ferlay, J., Soerjomataram, I., Dikshit, R., Eser, S., Mathers, C., Rebelo, M., Parkin, D. M., Forman, D., and Bray, F. (2015). Cancer incidence and mortality worldwide : sources, methods and major patterns in globocan 2012. *International journal of cancer*, 136 :E359–E386.
- Fisher, R. A. (1937). The wave of advance of advantageous genes. *Annals of Human Genetics*, 7(4) :355–369.
- Fletcher, B. S., Miaskowski, C., Given, B., and Schumacher, K. (2012). The cancer family caregiving experience : an updated and expanded conceptual model. *European journal of oncology nursing : the official journal of European Oncology Nursing Society*, 16 :387–398.
- Frappart, L., Boudeulle, M., Boumendil, J., Lin, H. C., Martinon, I., Palayer, C., Mallet-Guy, Y., Raudrant, D., Bremond, A., Rochet, Y., et al. (1984). Structure and composition of microcalcifications in benign and malignant lesions of the breast : study by light microscopy, transmission and scanning electron microscopy, microprobe analysis, and x-ray diffraction. *Human pathology*, 15(9) :880–889.

- Giger, M. L., Karssemeijer, N., and Armato, S. (2001). Guest editorial computer-aided diagnosis in medical imaging. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 20(12) :1205–1208.
- Gilboa, G., Sochen, N., and Zeevi, Y. (2002). Forward-and-backward diffusion processes for adaptive image enhancement and denoising. *IEEE Transactions on Image Processing*, 11(7) :689–703.
- Gilboa, G., Sochen, N., and Zeevi, Y. (2004). Image enhancement and denoising by complex diffusion processes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(8) :1020–1036.
- Goodman, J. W. (1976). Some fundamental properties of speckle. *JOSA*, 66(11) :1145–1150.
- Gudbjartsson, H. and Patz, S. (1995). The rician distribution of noisy mri data. *Magnetic Resonance in Medicine*, 34(6) :910–914.
- Haka, A. S., Shafer-Peltier, K. E., Fitzmaurice, M., Crowe, J., Dasari, R. R., and Feld, M. S. (2002). Identifying microcalcifications in benign and malignant breast lesions by probing differences in their chemical composition using raman spectroscopy. *Cancer research*, 62(18) :5375–5380.
- Ham, B., Min, D., and Sohn, K. (2012). Robust scale-space filter using second-order partial differential equations. *IEEE Transactions on Image Processing*, 21(9) :3937–3951.
- Heydari, M. and Karami, M. R. (2015). A new adaptive diffusive function for magnetic resonance imaging denoising based on pixel similarity. *Journal of medical signals and sensors*, 5(4) :201.
- Hines, S. L., Yasrebi, M., Tan, W. W., Perez, E. A., and DePeri, E. R. (2007). The role of mammography in male patients with breast symptoms. In *Mayo Clinic Proceedings*, volume 82, pages 297–300. Elsevier.
- Islami, F., Lortet-Tieulent, J., Okello, C., Adoubi, I., Mbalawa, C. G., Ward, E. M., Parkin, D. M., and Jemal, A. (2015). Tumor size and stage of breast cancer in côte d’ivoire and republic of congo’s results from population-based cancer registries. *The Breast*, 24(6) :713–717.
- Joseph, D. D. and Preziosi, L. (1989). Heat waves. *Reviews of Modern Physics*, 61(1) :41–73.
- Kachouri, I. C. E. (2012). *Description et classification des masses mammaires pour le diagnostic du cancer du sein*. PhD thesis, Ph. D. Thesis. University of Evry Val d’Essone : France.
- Kantelhardt, E. J. and Frie, K. G. (2016). How advanced is breast cancer in africa? *The Lancet Global Health*, 4(12) :e875–e876.
- Khan, N. U., Arya, K. V., and Pattanaik, M. (2013). Edge preservation of impulse noise filtered images by improved anisotropic diffusion. *Multimedia Tools and Applications*, 73(1) :573–597.

- Koenderink, J. J. (1984). The structure of images. *Biological Cybernetics*, 50(5) :363–370.
- Kolb, T. M., Lichy, J., and Newhouse, J. H. (2002). Comparison of the performance of screening mammography, physical examination, and breast us and evaluation of factors that influence them : an analysis of 27,825 patient evaluations. *Radiology*, 225(1) :165–175.
- Korde, L. A., Zujewski, J. A., Kamin, L., Giordano, S., Domchek, S., Anderson, W. F., Bartlett, J. M., Gelmon, K., Nahleh, Z., Bergh, J., Cutuli, B., Pruneri, G., McCaskill-Stevens, W., Gralow, J., Hortobagyi, G., and Cardoso, F. (2010). Multidisciplinary meeting on male breast cancer : Summary and research recommendations. *Journal of Clinical Oncology*, 28(12) :2114–2122.
- Kouame, J. N., Troh, E., Kouakou, E. K., Doukouré, B., Kouame, A. D., Abouna, A. D., Effi, B. A., and Diomandé, M. I. (2012). Epidemiology and histology aspects of breast cancers of women in ivory coast. *Journal of Cancer Therapy*, 03(05) :782–786.
- Krissian, K. and Aja-Fernández, S. (2009). Noise-driven anisotropic diffusion filtering of mri. *IEEE transactions on image processing*, 18(10) :2265–2274.
- Kusuma, T. M. and Zepernick, H.-J. (2003). A reduced-reference perceptual quality metric for in-service image quality assessment. In *Mobile Future and Symposium on Trends in Communications, 2003. SympoTIC'03. Joint First Workshop on*, pages 71–74. IEEE.
- Leng, X., Ji, K., Xing, X., Zou, H., and Zhou, S. (2016). Hybrid bilateral filtering algorithm based on edge detection. *IET Image Processing*, 10(11) :809–816.
- Ling, H. and Bovik, A. (2002). Smoothing low-SNR molecular images via anisotropic median-diffusion. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 21(4) :377–384.
- Michelson, A. A. (1927). Studies in optics. *The University of Chicago Press, Chicago, Ill, USA*.
- Morel, J.-M. and Solimini, S. (1995). Variational methods in image segmentation, volume 14 of progress in nonlinear differential equations and their applications. *Birkhauser'Boston*.
- Morfu, S. (2010). Image processing using diffusion processes. In *Proceedings of 2010 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE).
- Pasteris, J. D. and Chou, I.-M. (1998). Fluid-deposited graphitic inclusions in quartz : Comparison between ktb (german continental deep-drilling) core samples and artificially reequilibrated natural inclusions. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 62(1) :109–122.
- Perona, P. and Malik, J. (1990). Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(7) :629–639.

- Rafsanjani, H. K., Sedaaghi, M. H., and Saryazdi, S. (2016). Efficient diffusion coefficient for image denoising. *Computers & Mathematics with Applications*, 72(4) :893–903.
- Ratner, V. and Zeevi, Y. Y. (2007). Image enhancement using elastic manifolds. In *Proc. 14th Int. Conf. Image Analysis and Processing ICIAP 2007*, pages 769–774.
- Rice, S. O. (1944). Mathematical analysis of random noise. *Bell Labs Technical Journal*, 23(3) :282–332.
- Rogosnitzky, M. and Branch, S. (2016). Gadolinium-based contrast agent toxicity : a review of known and proposed mechanisms. *BioMetals*, 29(3) :365–376.
- Rousseeuw, P. J. and Leroy, A. M. (1987). Simple regression. *Robust Regression and Outlier Detection*, pages 21–74.
- Sando, Z., Fouogue, J. T., Fouelifack, F. Y., Fouedjio, J. H., Mboudou, E. T., and Essame, J. L. O. (2014). Profil des cancers gynécologiques et mammaires à yaoundé-cameroun. *Pan African Medical Journal*, 17(1).
- Scimeca, M., Giannini, E., Antonacci, C., Pistolese, C. A., Spagnoli, L. G., and Bonanno, E. (2014). Microcalcifications in breast cancer : an active phenomenon mediated by epithelial cells with mesenchymal characteristics. *BMC cancer*, 14(1) :286.
- Sickles, E. (1991). The subtle and atypical mammographic features of invasive lobular carcinoma. *Radiology*, 178(1) :25–26.
- Silverstein, M. J., Lewinsky, B. S., Waisman, J. R., Gierson, E. D., Colburn, W. J., Senofsky, G. M., and Gamagami, P. (1994). Infiltrating lobular carcinoma. is it different from infiltrating duct carcinoma? *Cancer*, 73(6) :1673–1677.
- Society, A. C. (2009). Global cancer facts and figures 2009. *Atlanta : American Cancer Society, Inc.*
- Suckling, J., Parker, J., Dance, D., Astley, S., Hutt, I., Boggis, C., Ricketts, I., Stamatakis, E., Cerneaz, N., Kok, S., et al. (1994). The mammographic image analysis society digital mammogram database. In *Exerpta Medica. International Congress Series*, volume 1069, pages 375–378.
- Tabar, L., Tony Chen, H.-H., Amy Yen, M., Tot, T., Tung, T.-H., Chen, L.-S., Chiu, Y.-H., Duffy, S. W., and Smith, R. A. (2004). Mammographic tumor features can predict long-term outcomes reliably in women with 1–14-mm invasive breast carcinoma. *Cancer*, 101(8) :1745–1759.
- Tang, J., Sun, Q., Liu, J., and Cao, Y. (2007). An adaptive anisotropic diffusion filter for noise reduction in MR images. In *2007 International Conference on Mechatronics and Automation*. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE).

- Tapiovaara, M. (2004). A review of mathematical methods for measuring image quality. *Interfaculty Reactor Institute, Delft University of Technology, The Netherlands, Report DIMOND III Project*.
- Tomasi, C. and Manduchi, R. (1998). Bilateral filtering for gray and color images. In *Sixth International Conference on Computer Vision (IEEE Cat. No.98CH36271)*. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE).
- Tsai, C., Lin, Y., and Hung, C. (2005). A study on the non-fourier effects in spherical media due to sudden temperature changes on the surfaces. *Heat and mass transfer*, 41(8) :709–716.
- Urbach, H. (2008). Mri of long-term epilepsy-associated tumors. In *Seminars in Ultrasound, CT and MRI*, volume 29, pages 40–46. Elsevier.
- Vanderpuye, V., Grover, S., Hammad, N., PoojaPrabhakar, Simonds, H., Olopade, F., and Stefan, D. C. (2017). An update on the management of breast cancer in africa. *Infectious Agents and Cancer*, 12(1).
- Vyborny, C. J., Giger, M. L., and Nishikawa, R. M. (2000). Computer-aided detection and diagnosis of breast cancer. *Radiologic Clinics of North America*, 38(4) :725–740.
- Wang, J., Yang, X., Cai, H., Tan, W., Jin, C., and Li, L. (2016). Discrimination of breast cancer with microcalcifications on mammography by deep learning. *Scientific Reports*, 6(1).
- Wang, Y., Shi, C., Li, C., Wang, P., and Xia, D. (2004a). Mean curvature flow of curve under fuzzy rule for noise removal. *Comput Eng Appl (Chin)*, 33 :18–20.
- Wang, Z., Bovik, A. C., Sheikh, H. R., and Simoncelli, E. P. (2004b). Image quality assessment : from error visibility to structural similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(4) :600–612.
- Weickert, J. (1997). A review of nonlinear diffusion filtering. In *International Conference on Scale-Space Theories in Computer Vision*, pages 1–28. Springer.
- Weickert, J. (1998). *Anisotropic diffusion in image processing*, volume 1. Teubner Stuttgart.
- Weickert, J. and Benhamouda, B. (1997). A semidiscrete nonlinear scale-space theory and its relation to the perona—malik paradox. In *Advances in computer vision*, pages 1–10. Springer.
- Weinreb, J. C. and Newstead, G. (1995). Mr imaging of the breast. *Radiology*, 196(3) :593–610.
- Winchester, D. P., Jeske, J. M., and Goldschmidt, R. A. (2000). The diagnosis and management of ductal carcinoma in-situ of the breast. *CA : a cancer journal for clinicians*, 50(3) :184–200.

- Witkin, A. P. (1983). Scale-space filtering. In *Proceedings of the Eighth International Joint Conference on Artificial Intelligence - Volume 2, IJCAI'83*, pages 1019–1022, San Francisco, CA, USA. Morgan Kaufmann Publishers Inc.
- Wolfe, J. N. (1976). Risk for breast cancer development determined by mammographic parenchymal pattern. *Cancer*, 37(5) :2486–2492.
- Xu, J., Jia, Y., Shi, Z., and Pang, K. (2016). An improved anisotropic diffusion filter with semi-adaptive threshold for edge preservation. *Signal Processing*, 119 :80–91.
- Yang, M., Liang, J., Zhang, J., Gao, H., Meng, F., Xingdong, L., and Song, S.-J. (2013). Non-local means theory based perona–malik model for image denoising. *Neurocomputing*, 120 :262–267.
- Yang, Y.-Q. and Zhang, C.-Y. (2014). Kernel based telegraph-diffusion equation for image noise removal. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014 :1–10.
- Yuan, J. (2015). Improved anisotropic diffusion equation based on new non-local information scheme for image denoising. *IET Computer Vision*, 9(6) :864–870.
- Yuan, J. and Wang, J. (2016). Perona–malik model with a new diffusion coefficient for image denoising. *Int. J. Image Grap.*, 16(02) :1650011.
- Zeng, W., Lu, X., and Tan, X. (2011). A class of fourth-order telegraph-diffusion equations for image restoration. *Journal of Applied Mathematics*, 2011 :1–20.
- Zhang, F., Yoo, Y. M., Koh, L. M., and Kim, Y. (2007). Nonlinear diffusion in laplacian pyramid domain for ultrasonic speckle reduction. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 26(2) :200–211.
- Zhang, Q., Jiang, X., Dai, W., Zhao, H., and Xu, C. (2014a). Speckle suppression of ultrasonic images using non-local means and McIlhagga-based anisotropic diffusion. In *2014 7th International Conference on Biomedical Engineering and Informatics*. Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE).
- Zhang, Q., Wu, Y., Wang, F., Fan, J., Zhang, L., and Jiao, L. (2016). Anisotropic-scale-space-based salient-region detection for SAR images. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, pages 1–5.
- Zhang, Q., Yang, L., and Chen, S. (2013). Mcilhagga edge detector-based anisotropic diffusion for speckle reduction of ultrasound images. In *Proc. IET Int. Conf. Smart and Sustainable City 2013 (ICSSC 2013)*, pages 437–441.

- Zhang, W., Li, J., and Yang, Y. (2014b). A class of nonlocal tensor telegraph-diffusion equations applied to coherence enhancement. *Computers & Mathematics with Applications*, 67(8) :1461–1473.
- Zhang, W., Li, J., and Yang, Y. (2015). Spatial fractional telegraph equation for image structure preserving denoising. *Signal Processing*, 107 :368–377.

# Liste des publications de l'auteur

## Articles de revues à comité de lecture

1. Ghislain, P. K., Loum, G. L., and Nouho, O. (2017). Adaptation of telegraph diffusion equation for noise reduction on images. *International Journal of Image and Graphics*, 17(02) : 1750010. ;
2. Loum, G. L., Armand, A. K., Ghislain, P. K., and Oumtanaga, S. (2017). Application of morphological component analysis to optical image fusion. *American Journal of Applied Sciences*,14(8) : 795–807. ;
3. Loum, G. L., Pandry, G. K., Atiampo, A. K., and Oumtanaga, S. (2018). Hybrid model of diffusion based on the jeffreys-type equation for noise reduction on images. *IET Image Processing*, 12(5) : 716–728.
4. Nouho, O., Armand, A. K., Ghislain, P. K., Loum, G. L. (2018). A new thresholding method based on the exponential function for specular highlight detection. *Proceedings of the IAS-TED International Conference July 16 - 17, 2018 Calgary, Canada Modelling, Simulation and Identification (MSI 2018)*.