

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union - Discipline – Travail

**MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**



Institut National Polytechnique

Félix HOUPHOUËT-BOIGNY de Yamoussoukro

N° d'ordre : 099/2021



Ecole Doctorale Polytechnique

THÈSE UNIQUE

Pour l'obtention du grade de

DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE FELIX HOUPHOUËT-BOIGNY

Mention : Sciences et Technologies

Spécialité : Informatique

SUJET :

**MODELE ET ALGORITHMES D'OPTIMISATION POUR LA
PLANIFICATION INTEGREE DE LA PRODUCTION ET DES
TOURNEES DE VEHICULES**

Présentée et soutenue publiquement le 09 décembre 2021 par

KAYE Bi Kouaï Bertin

JURY

M. BABRI Michel	Professeur Titulaire	Institut National Polytechnique Félix Houphouët Boigny, Côte d'Ivoire	Président
M. BEDJA Koffi-Sa	Professeur Titulaire	Université de Lomé, Togo	Rapporteur
M. DOSSO Mouhamadou	Maître de Conférences	Université Félix Houphouët Boigny, Côte d'Ivoire	Rapporteur
M. KONAN Kouadio Fransisco	Maître de Conférences	Ecole Normale Supérieure d'Abidjan, Côte d'Ivoire	Examineur
M. OUMTANAGA Souleymane	Professeur Titulaire	Institut National Polytechnique Félix Houphouët Boigny, Côte d'Ivoire	Directeur de thèse

Dédicaces

A ma très chère famille

Remerciements

La présente thèse n'aurait pas abouti sans le soutien bienveillant d'un certain nombre de personnes que nous prions de bien vouloir recevoir nos sentiments de reconnaissance et de remerciement.

Nous tenons avant tout propos à exprimer nos remerciements à l'endroit de Monsieur KOFFI N'Guessan, Directeur Général de l'Institut National Polytechnique Houphouët Boigny (INP-HB) de Yamoussoukro pour avoir accepté notre inscription au sien de son institution.

Nous exprimons nos chaleureux remerciements à Monsieur Yao Kouassi Benjamin, Professeur à l'INP-HB et Directeur de l'Ecole Doctorale Polytechnique (EDP) de l'INP-HB ainsi qu'à toute son équipe de direction pour leurs disponibilités et leurs sens du devoir.

Nos sincère remerciement à Monsieur ZOUEU Thouakessh Jérémie, Professeur à l'INP-HB et Directeur de l'UMRI 78 pour ces encouragements et ces conseils.

Nos sincères remerciements vont également à l'endroit de Monsieur OUMTANAGA Souleymane, Professeur à l'INP-HB pour avoir accepté de diriger ce travail de recherche et également pour son accueil au sein du Laboratoire de Recherche en Informatique et Télécommunication (LARIT). Son sens du devoir et ses conseils ont permis la réalisation de nos recherches.

Merci à Monsieur BABRI Michel, Professeur Titulaire de l'INP-HB pour s'être particulièrement intéressé à notre travail et également pour les conseils prodigués tout au long du déroulement de cette thèse

Nous tenons également à exprimer notre gratitude à l'endroit des Professeurs et Docteurs qui ont bien voulu faire partie du jury de notre soutenance de thèse . Il s'agit du Président du jury en la personne de Monsieur BABRI Michel, Professeur Titulaire de l'INP-HB, des deux Rapporteurs qui sont Monsieur BEDJA Koffi-Sa, Professeur Titulaire de l' Université de Lomé (Togo) et Monsieur DOSSO Mouhamadou, Maître de Conférences à l' UFHB (Côte d'Ivoire), d'un examinateur en la personne de Monsieur KONAN Kouadio Fransisco, Maître de Conférences à l'ENS (Côte d'Ivoire) ainsi que notre Directeur de Thèse Monsieur OUMTANAGA Souleymane Professeur Titulaire, INP-HB (Côte d'Ivoire).

Notre gratitude va également à l'endroit de Monsieur Moustapha Diaby, Docteur à École Supérieure Africaine des TIC pour son implication personnelle, le suivi et les conseils avisés.

A l'endroit de tous les doctorants du LARIT, ce fut trois belles années de collaboration, d'entraide et de partage.

Enfin nous adressons nos sincères remerciements à toute notre famille et à toutes les personnes qui ont de près ou de loin participé à la réalisation de cette thèse.

Résumé

La satisfaction de la demande des clients en produits manufacturés est une tâche qui nécessite l'accomplissement de plusieurs activités dans une chaîne d'approvisionnement. Dans l'unité de production, il faut déterminer le calendrier de production et les quantités à produire. Dans les magasins, il faut mettre en œuvre une politique de réapprovisionnement et de livraison dans les délais et quantités suffisantes afin d'éviter les coûts supplémentaires de stockage et les ruptures de stock. Ces activités doivent être planifiées et optimisées dans le but de maintenir un flux d'informations et de produits capables de satisfaire les contraintes de délais, de coûts et de qualité exigés par les clients. La planification des activités de production, d'approvisionnement et de livraisons nécessitent la mise en œuvre d'un modèle d'optimisation permettant de minimiser le coût global des opérations considérées dans la chaîne d'approvisionnement. Plusieurs modèles d'optimisation ont été proposés pour la planification de divers problèmes des chaînes d'approvisionnement selon les objectifs visés et le type de chaîne d'approvisionnement considérés. Parmi ces problèmes, on a le problème du voyageur de commerce. Ce dernier concerne les clients (villes) et a pour objectif de minimiser la distance totale parcourue par le voyageur de commerce sous certaines conditions. On a le problème de dimensionnement des lots ou de production. Il concerne l'unité de production et a pour objectif de minimiser le coût de production et de stockage sur un horizon de planification donné. Le problème de tournées de véhicules est, quant à lui, une généralisation du problème du voyageur du commerce. Il concerne un dépôt de stockage et plusieurs clients. Le but dans ce problème est de satisfaire les demandes des clients tout en minimisant le coût total des parcours des véhicules. Enfin, nous avons le problème intégré de stockage et de tournées de véhicules et le problème intégré de production et de tournées de véhicules. Dans notre thèse, nous abordons une extension du problème intégré de production et de tournées de véhicules. L'accent y est mis sur la gestion d'un dépôt externe pour faciliter la satisfaction des demandes déterministes de plusieurs clients tout en évitant les ruptures de stock. Le problème est modélisé sous la forme d'un programme mixte en nombres entiers et a pour objectif la minimisation du coût global de production, de stockage et de distribution. Vu que le problème étudié est NP-difficile, plusieurs tests sont effectués sur des instances de petites tailles avec un algorithme de *Branch and cut* (B&C). Ces tests ont permis d'obtenir un écart d'optimalité (GAP) de 6.34 % avec un temps moyen de calcul de 3435.89 secondes. Les instances de grandes tailles sont résolues avec un algorithme de décomposition à deux étapes. Une comparaison de ces résultats sur les instances résolues avec le (B&C) a permis d'obtenir une baisse du coût total de production, de stockage et de

distribution de 1.92% avec une baisse moyenne du temps de calcul de 90%. Un algorithme mémétique a ensuite été mis en œuvre pour obtenir une comparaison sur toutes les instances adaptées des travaux de la littérature. Les tests effectués ont ainsi permis d'obtenir une baisse du coût global moyen de 11.07% avec une hausse moyenne globale de 1476.91% sur le temps de calcul. Le modèle et les résultats obtenus dans notre thèse peuvent servir d'excellents outils de prise de décisions pour les gestionnaires de chaînes d'approvisionnements et ouvrir d'autres pistes de recherche pour les chercheurs.

Mots clés: Problème de production et de tournées; Dépôt externe; Programmation mixte en nombre entier; Heuristique de décomposition; Algorithme génétique; Algorithme mémétique.

Abstract

Satisfying customer demand for manufactured products is a task that requires the accomplishment of several activities in a supply chain. In the production unit, it is necessary to determine the production schedule and the quantities to be produced. In the stores, it is necessary to implement a policy of replenishment and delivery in sufficient time and quantities to avoid additional storage costs and stock shortages. These activities must be planned and optimized to maintain a flow of information and products able to meet the constraints of time, cost and quality required by customers. The planning of production, supply and delivery activities requires the implementation of an optimization model to minimize the overall cost of the operations considered in the supply chain. Several optimization models have been proposed for the planning of various supply chain problems depending on the objectives and the type of supply chain considered. Among these problems is the Travelling Salesman problem (TSP). This problem concerns customers (cities) and aims to minimize the total distance traveled under certain conditions. There is the Lot Sizing Problem (LSP) or production problem. This problem concerns the production unit and aims to minimize the cost of production and inventory over a given planning horizon. The Vehicle Routing Problem (VRP) is a generalization of the problem of the TSP. It concerns a storage depot and several customers. The goal of the VRP is to satisfy the customer's demands while minimizing the total cost of vehicle routes. Finally, we have the integrated Inventory Routing Problem (IRP) and the integrated Production Routing Problem (PRP). In this thesis, we address an extension of the integrated PRP in which the focus is on the management of an External Depot (ED) to facilitate the satisfaction of the deterministic demands of several customers. The problem was modeled as a Mixed Integer Program (MIP). Tests conducted on 48 medium-sized instances with a Branch and Cut (B&C) algorithm resulted in an optimality deviation (GAP) of 6.34% with an average computation time of 3435.89 seconds. All the 128 instances were solved with a Two Phases Decomposition Heuristic (TPDH). A comparison of these results on the solved instances with the (B&C) resulted in a decrease in the total cost of production, storage (inventory), and distribution of 1.92% with an average decrease in computation time of 90%. A memetic algorithm was then implemented to obtain a comparison on all 128 instances adapted from the literature. The tests carried out on the 128 instances resulted in a decrease of 11.07% in the average global cost with an average global increase of 1476.91% in computing time. The model and the results obtained in this thesis can serve as excellent decision-making tools for supply chain managers and open other avenues of research for researchers.

Keywords: production routing problem; external depot; mixed integer programming; decomposition heuristics; genetic algorithm; memetic algorithm.

Table des matières

Dédicaces	i
Remerciements	ii
Résumé	iv
Abstract	vi
Table des matières	viii
Table des Figures	xii
Liste des Tableaux	xiii
Liste des abréviations	xv
Introduction générale.....	1
Contexte et motivation	1
problématique	3
Objectifs et contribution de la thèse	3
Plan de la thèse	5
Liste des publications et congrès scientifique	5
Chapitre 1	7
Généralités sur la planification des chaînes d’approvisionnement	7
1.1 Introduction	8
1.2 Problème du voyageur de commerce ou TSP	10
1.2.1 Description du TSP	10
1.2.2 Formulation mathématique du TSP	11
1.2.3 Variantes et application du TSP	12
1.3 Problème de tournées de véhicules (VRP)	13
1.3.1 Description du VRP	13
1.3.2 Formulation mathématique du VRP	15
1.3.3 Variantes du modèle de base du VRP.....	16
1.3.3.1 VRP avec une flotte hétérogène	16
1.3.3.2 VRP avec livraison fractionnée	16
1.3.3.3 VRP avec fenêtres horaires	17
1.3.3.4 VRP avec collecte et livraison	17
1.3.3.5 VRP Multi-dépôt.....	17
1.3.3.6 VRP Multi-Période.....	17
1.3.3.7 Durée maximale pour la marchandise	17

1.3.3.8	Durée maximale pour le véhicule.....	18
1.3.3.9	Transbordement.....	18
1.3.3.10	VRP stochastique.....	18
1.3.3.11	VRP Dynamique ou <i>Dynamic VRP (DVRP)</i>	18
1.3.3.12	VRP avec retour à charge ou <i>VRP with Backhaus (VRPB)</i>	19
1.4	Problème de la production.....	19
1.4.1	Modèles de dimensionnement de lots (<i>Lot-Sizing Problem (LSP)</i>).....	19
1.4.2	Variantes du LSP.....	19
1.4.2.1	Modèles ULSP.....	19
	a) Description du ULSP.....	19
	b) Formulation Mathématique du ULSP.....	20
1.4.2.2	Modèles CLSP.....	21
1.4.2.3	Modèles de Planification des besoins en matériaux ou <i>Material Requirements Planning (MRP)</i>	23
	a) Description du MRP.....	23
1.5	Problème de stockage et de tournées de véhicules.....	24
1.5.1	Description du problème.....	24
1.5.2	Formulation mathématique du IRP.....	27
1.5.2.1	Formulation à deux indices du IRP.....	27
1.5.2.2	Formulation à trois indices du IRP.....	29
1.5.3	Variantes du modèle de Base du IRP.....	30
1.5.3.1	Nombre de véhicules et le type de la flotte (Homogènes / Hétérogènes).....	30
1.5.3.2	Type de demande (déterministe, stochastique).....	31
1.5.3.3	Horizon de planification (un période / périodes multiple).....	31
1.5.3.4	Politiques de distribution.....	32
	a) livraison fractionnée.....	32
	b) transbordement.....	32
	c) Politiques de réapprovisionnement (VMI, RMI, CMI).....	33
1.6	Problème de production et de tournées de véhicules.....	33
1.6.1	Description du PRP.....	33
1.6.2	Formulations mathématiques du PRP.....	36
1.6.2.1	Formulation sans indice de véhicule (deux indices) : $F nk$	36
1.6.2.2	Formulation avec indices des véhicules (trois indices) : $F k$	38
1.6.2.3	Variantes du PRP.....	39
1.7	Approche de Résolution du PRP.....	41

1.7.1 Méthode de résolution Exacte.....	41
1.7.1.1 Relaxation Lagrangienne (RL).....	41
1.7.1.2 Branch and cut (B&C).....	43
1.7.1.3 Branch and Price (B&P).....	45
1.7.2 Méthodes Approchées de résolution.....	46
1.7.2.1 Méthodes heuristique	46
a) Heuristique de décomposition	46
b) Heuristique basée sur la Programmation Mixte en Nombre Entier (PMNE ou MIP).....	47
1.7.2.2 Métaheuristique de résolution	48
a) Recherche à voisinage variable ou <i>Variable Neighborhood Search</i> (VNS)	48
b) Adaptative Large Neighborhood Search (ALNS).....	48
c) Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP).....	49
d) Algorithme génétique (AG)	49
e) Recherche taboue ou Tabu Search TS	50
f) Algorithme Mémétique (AM).....	51
1.8 Conclusion	52
Chapitre 2	54
Modélisation et résolution exact du problème de production et de tournées de véhicules avec dépôt externe (EDPRP).....	54
2.1 Introduction	55
2.2 Description du problème et formulation mathématique	55
2.3 Algorithme de Branch and Cut pour la résolution de l'EDPRP.....	60
2.3.1 Inégalités valides.....	60
2.3.2 Algorithme de branchement et de coupe (B&C)	62
2.3.2.1 Elimination des sous tours.....	62
a) Détection de sous-tours	66
b) Ajout des SECs	67
c) Ajout des RCs.....	68
2.3.3 Ordre de priorité sur les variables	68
2.3.4 Expérimentation et résultat	69
2.3.4.1 Expérimentation	69
2.3.4.2 Résultats et discussions	70
2.4 Conclusion	73
Chapitre 3	75
Méthodes de résolution approchées pour l'EDPRP	75

3.1 Introduction	76
3.2 Méthode de décomposition à deux étapes (TPDH) pour la résolution de l'EDPRP	77
3.2.1 Phase I : Résolution du modèle LSP_DS&DC	77
3.2.2 Phase II : Résolution du TSP	78
3.2.2.1 Encodage du chromosome et population initiale	78
3.2.2.2 Evaluation d'un chromosome	79
3.2.2.3 Sélection par Roue de Roulette	79
3.2.2.4 Procédure de croisement	80
3.2.2.5 Procédure de réparation du chromosome	80
3.2.2.6 Procédure de mutation	81
3.2.2.7 Schéma globale de l'algorithme Génétique	81
3.2.3 Exemple d'application du TPDH	82
3.2.4 Expérimentation et résultat	85
3.2.4.1 Expérimentation	85
3.2.4.2 Résultat et discussions	85
3.3 Algorithme Mémétique pour la résolution de l'EDPRP	91
3.3.1 Encodage et évaluation de la solution	91
3.3.1.1 Encodage de la solution	91
3.3.1.2 Evaluation de la solution	92
3.3.2 Construction de la Population initiale	93
3.3.3 Procédure de sélection et de croisement	94
3.3.4 Exemple d'application de la procédure de croisement et de réparation	96
3.3.5 Recherche locale	100
3.3.6 Description global de l'AM	100
3.3.7 Expérimentation et résultats	101
3.3.7.1 Expérimentation	101
3.3.7.2 Résultats et discussions	102
3.4 Conclusion	112
Conclusion Générale	114
Contribution	114
Perspectives	115
Références Bibliographiques	117

Table des Figures

Figure 1: Réseau de distribution dans le PRP avec dépôt externe	2
Figure 1. 1: Matrice de planification des chaînes d'approvisionnements (Fleischmann, Meyr, et Wagner 2005).....	8
Figure 1. 2: Classification et évolution des problèmes de planification générale des SCs	10
Figure 1. 3: Exemple de tournée dans un TSP	11
Figure 1. 4: Exemple de tournées dans un VRP.....	14
Figure 1. 5: Conservation de flux pour chaque période de la planification	20
Figure 1. 6 :Types de structures d'un produit dans le modèle multi-niveaux	23
Figure 1. 7: Exemple de livraison dans un IRP avec un véhicule sur deux périodes.....	27
Figure 1. 8: Intégration du LSP et de la livraison directe	35
Figure 1. 9 : Réseau de distribution dans un PRP	35
Figure 2. 1: Illustration de la suppression des sous-tours avec les contraintes (2.67)et (2.68)	63
Figure 2. 2: Suppression des sous-tours avec les contraintes FCC (2.27)	64
Figure 2. 3: Suppression des sous-tours avec les contraintes GFSEC (2.28)	65
Figure 2. 4: Partitionnement des clients visités par le véhicule k à la période t	66
Figure 3. 1 : chromosome vectoriel complet contenant l'usine.	78
Figure 3. 2 : chromosome vectoriel complet ne contenant pas l'usine.	78
Figure 3. 3 : chromosome vectoriel simplifié	79
Figure 3. 4: Point de découpe des chromosomes A et B.....	80
Figure 3. 5 : Croisement de A et B.....	80
Figure 3. 6: E_1 et E_2 après réparation.....	81
Figure 3. 7: Mutation de E_1	81
Figure 3. 8: AG sur le parcours du véhicule k sur la période t ($AGkt$)	82
Figure 3. 9: Visite des clients sur chaque période de l'horizon de planification	83
Figure 3. 10: TSP pour chaque véhicule k à la période t	85
Figure 3. 11 : Comportement de l'AM proposée pour l'EDPRP	102
Figure 3. 12 :. Comparaison globale des coûts par instance.	112
Figure 3. 13 : Comparaison des temps de calcul.....	112

Liste des Tableaux

Tableau 1. 1: Procédures d'élimination des sous-tours.....	45
Tableau 2. 1: Caractéristique des instances pour l'EDPRP	69
Tableau 2. 2: Caractéristique des classes des instances	70
Tableau 2. 3: Coûts totaux moyen de Production, de Stockage et de Distribution.....	71
Tableau 2. 4: Coûts moyens de production.....	72
Tableau 2. 5: Coûts moyens de stockage	72
Tableau 2. 6: Coûts moyen de Transport	73
Tableau 3. 1: Instance (n=10,k=2,l=3)	82
Tableau 3. 2: Quantités délivrées à chaque client sur l'horizon de planification.....	84
Tableau 3. 3: Comparaison du coût de production du B&C par rapport au TPDH	86
Tableau 3. 4: Comparaison des coûts de stockage entre le B&C et le TPDH	87
Tableau 3. 5: Comparaison des coûts de transport : B&C contre TPDH.....	88
Tableau 3. 6: Moyennes des résultats de B&C Vs TPDH	89
Tableau 3. 7: Détails des résultat moyens des tests pour le TPDH	90
Tableau 3. 8: Exemple d'instance	92
Tableau 3. 9: Exemple de chromosome	92
Tableau 3. 10: Jeu de données (n=10,l=6,k=2)	97
Tableau 3. 11: Chromosome A	97
Tableau 3. 12: Chromosome B	97
Tableau 3. 13: Enfant C non-réparé	97
Tableau 3. 14: Correction pour i=3 dans C	97
Tableau 3. 15: Correction pour i=4 dans C	98
Tableau 3. 16: Correction pour i=8 dans C	98
Tableau 3. 17: Correction pour i=1 dans C	99
Tableau 3. 18: Correction pour i=2 dans C	99
Tableau 3. 19: Correction pour i=7 dans C	99
Tableau 3. 20: Chromosome C réparé.....	100
Tableau 3. 21: Réglage des paramètres pour l'AM.....	102
Tableau 3. 22: Comparaison globale des résultats de l'AM avec les résultats du TPDH.....	104
Tableau 3. 23: Répartition des meilleures solutions en fonction des méthodes de RL.....	105
Tableau 3. 24: Détails des meilleures solutions trouvées dans tous les tests avec l'AM.....	106
Tableau 3. 25: Comparaison des coûts de production.....	107

Tableau 3. 26: Comparaison des coûts de stockage : TPDH / AM.....	108
Tableau 3. 27: Comparaison des coûts de distribution.....	109
Tableau 3. 28: Comparaison des coûts globaux de Production de stockage et de distribution	111

Liste des abréviations

TSP : Travelling Salesman problem

LSP : Lot Sizing Problem

VRP : Vehicle Routing Problem

IRP : Inventory Routing Problem

PRP : Production Routing Problem

MIP : Mixed Integer Program

B&C : Branch and Cut

TPDH : Two Phases Decomposition Heuristic

SC : Supply Chain

EDPRP : External Depot Production Routing Problem

SEC : Subtour Elimination Constraints

AG : Algorithme Génétique

AM : Algorithme Mémétique

APS : Advanced Planning system

SCPM : Supply Chain Planning Matrix .

PDTSP : Pickup and Delivery TSP

TSPB : TSP with Backhaul

HCPP : hierarchical Chinese postman problem

RPP : Rural Postman Problem

NP : Non-Polynomial

CVRP : Capacitated VRP

SDVRP : Split Delivery VRP (SDVRP).

VRPTW : VRP with Time Windows

VRPPD : VRP with Pickup and Deliveries

MDVRP : Multi-Depot VRP

MPVRP : Multi-Période ou Multi Period VRP

DARP : Dial-A-Ride Problem

SVRP : Stochastic VRP

DVRP : Dynamic VRP

VRPB : VRP with Backhaus

ULSP : Uncapacitated LSP

CLSP : Capacitated LSP

MRP : Material Requirements Planning

BOM : Bill Of Materials

ZIO : Zero Inventory Ordering

OU : Order-Up-to-level

ML : Maximum Level

RMI : Retailer Managed Inventory

CMI : Costumer Managed Inventory

VMI : Vendor Managed Inventory

SPIRP : Single Period IRP

EOQ : Economic Order Quantity

PRPB : PRP with Backlogging

ARP : Assembly Routing Problem

RL : Relaxation Lagrangienne

FCC : Fractional Capacity Constraints

GFSEC : Generalized Fractional Subtour Elimination Constraints

B&P : Branch and Price

VNS : Variable Neighborhood Search

ALNS : Adaptative Large Neighborhood Search

GRASP : Greedy Randomized Adaptive Search Procedure

AG : Algorithme génétique

TS : Tabu Search

LSP_LD&CD : LSP avec Livraison directe et collecte directe

Introduction générale

Contexte et motivation

La satisfaction de la demande des consommateurs en produits manufacturés est une tâche qui englobe l'intervention de plusieurs acteurs ayant le plus souvent des intérêts contradictoires. Ces acteurs peuvent être des usines de production, des grossistes, des détaillants ou des clients qui achètent des produits pour leur consommation finale. Ils sont regroupés au sein d'un système appelé Chaîne d'Approvisionnement ou plus connu sous la dénomination de *Supply Chain* (SC). Une SC est définie comme un ensemble d'acteurs souvent séparés légalement et liés par des flux physiques, d'informations et des flux financiers dans l'optique de créer de la valeur ajoutée sous forme de produits finis ou de service pour des consommateurs. Ou elle peut également désigner une même et large compagnie dont les sites sont géographiquement dispersés (Pochet et Wolsey 2006). Dans une SC, plusieurs activités sont réalisées de façon générale. A l'usine, il faut déterminer le calendrier de production et les quantités à stocker selon les capacités de l'usine (capacités de production et de stockage). Chez les grossistes et les détaillants, il faut gérer les stocks et satisfaire les exigences des clients. Une flotte de véhicules homogènes ou hétérogènes appartenant à l'usine ou à une compagnie tierce est assignée à la distribution des produits. On appelle tournée d'un véhicule, le parcours de ce véhicule dans sa mission de livraison ou de collecte de produits. Initialement, toutes ces activités sont planifiées de façon séquentielle jusqu'à ce que les études de (Chandra 1993) et (Chandra et Fisher 1994) montrent qu'on peut faire d'énormes économies avec une planification intégrée et coordonnée des différentes activités des acteurs d'une SC. Dès lors, plusieurs modèles, et approches de résolution des problèmes d'optimisation intégrée des SC ont été proposés (Adulyasak, Cordeau, et Jans 2015a; Kocaoğlu, Taşkın Gümüş, et Kocaoğlu 2018). Les problèmes que soulèvent les modèles de planification intégrée des SC peuvent être regroupés en deux types. On a, d'une part, les problèmes de stockage et de distribution plus connus sous l'appellation d'*Inventory Routing Problem* (IRP) et, d'autre part, les problèmes de production et de tournées de véhicules. Ce dernier problème plus connu sous le nom de *Production Routing Problem* (PRP) est une généralisation du IRP par la prise en compte des décisions de production encore appelées décisions de dimensionnement des lots (production et stockage à l'usine). Il comporte plusieurs

extensions telles que : la prise en compte de l'utilisation d'un véhicule (Claudia Archetti et al. 2011) ou de plusieurs véhicules (Adulyasak, Cordeau, et Jans 2014a) pour le transport des produits ; la fabrication de plusieurs produits (Qiu, Wang, et al. 2018b) ; la réduction des gaz à effet de serre (Qiu, Qiao, et Pardalos 2017), etc. Dans la version classique du PRP, le dépôt de stockage et l'usine se trouvent sur le même site (Adulyasak, Cordeau, et Jans 2015a). L'externalisation du dépôt de stockage dans un lieu permettant de faciliter la livraison des clients soulève des problèmes de production à temps pour l'approvisionnement du dépôt et des risques de rupture de stock chez les clients qu'il faut gérer. De plus, l'opération de collecte des produits pour l'approvisionnement du dépôt externe peut avoir un impact négatif sur le coût global de la production, du stockage et de distribution en absence de processus de planification globale de toute la chaîne d'approvisionnement. Dans cette thèse, il sera donc question d'étudier la planification intégrée de la production et des tournées de véhicules dans un contexte de dépôt externe. La Figure 1 donne l'aperçu d'un réseau de distribution du problème.

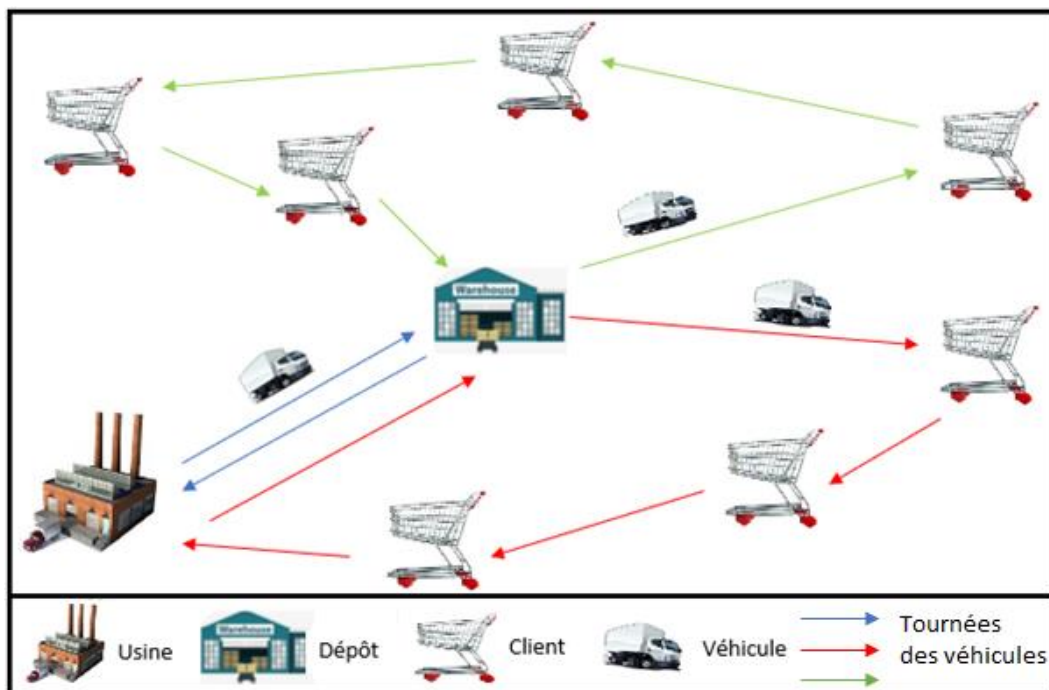


Figure 1:Réseau de distribution dans le PRP avec dépôt externe

Comme le montre cette figure, trois types de tournées sont possibles dans ce réseau de distribution. On a les tournées de livraisons, les tournées de collectes et les tournées mixtes (livraisons et collectes). Une tournée de livraisons est une tournée au cours de laquelle un véhicule commence sa course au dépôt pour livrer un ou plusieurs clients pour ensuite finir sa course au dépôt (flèches en vert). Une tournée de collectes est une tournée au cours de laquelle, un véhicule sort du dépôt pour ensuite collecter des produits à l'usine afin d'approvisionner le dépôt (flèches en bleu). Et une tournée mixte (livraisons et collectes) est une tournée au cours

de laquelle, un véhicule commence sa course au dépôt, livre un ou plusieurs clients, puis passe à l'usine pour collecter des produits pour l'approvisionnement du dépôt (flèches en rouge). De façon formelle, le réseau de distribution est représenté par un graphe orienté $G = (N, A)$ dans lequel $N = \{0, 1, \dots, n, n+1\}$ désigne l'ensemble constitué par le dépôt 0, les clients $\{1, \dots, n\}$ et l'usine $n+1$. $A = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j\}$ est l'ensemble des arcs du graphe. La flotte de véhicules $K = \{1, \dots, m\}$ est assignée à la collecte à l'usine et à la distribution des produits aux clients sur l'horizon de planification $T = \{1, \dots, l\}$. Un modèle mathématique dans la planification des SC est un ensemble constitué d'une fonction objectif à minimiser (ou à maximiser) et un ensemble de contraintes sur l'utilisation des ressources modélisées sous forme d'équations ou d'inéquations. Le PRP est un problème NP-difficile (Adulyasak, Cordeau, et Jans 2015a). Son extension avec gestion d'un dépôt externe ou *External Depot Production Routing Problem* (EDPRP) qui fait l'objet de notre étude est également un problème NP-difficile vu qu'il contient le problème NP-difficile de tournées de véhicules (VRP) (Lenstra et Kan 1981).

problématique

L'EDPRP revient de façon spécifique à répondre aux questions suivantes :

- Comment modéliser le problème de production et de tournées de véhicules avec dépôt externe de sorte à minimiser le coût global de production, de stockage et de distribution ?
- Quel algorithme de résolution exacte utiliser pour valider et évaluer l'efficacité du modèle mathématique sur des instances de petites tailles ?
- Quelles méthodes heuristiques utiliser pour la résolution des instances de grandes tailles du jeu de données du problème ?

Objectifs et contribution de la thèse

Pour répondre aux questions posées par la planification dans l'EDPRP, les propositions suivantes sont traitées dans la suite de cette thèse :

- ✓ Proposition de modèle mathématique pour l'EDPRP

Nous proposons un programme mixte en nombre entier ou *Mixed Integer Programming* (MIP) comme modèle mathématique de l'EDPRP. Le modèle proposé contient une fonction objectif constituée par la somme des coûts de production, de stockage et des tournées de véhicules. C'est une fonction de coût à minimiser sous des contraintes liées aux décisions prises à l'usine,

au dépôt et chez les clients. A l'usine, il s'agit de modéliser les contraintes relatives à la détermination des dates de production ainsi que les quantités à produire en tenant compte de la capacité de production de l'usine. Au dépôt, les décisions liées à la collecte des produits à l'usine et à la distribution des produits aux clients sont formalisées sous forme de contraintes dans le respect des capacités de stockage du dépôt. Chez les clients, les décisions de réapprovisionnement sont formalisées sous forme de contraintes dans le respect de la capacité de stockage de chaque client tout en s'assurant d'éviter toute rupture de stock sur l'horizon de planification. La capacité maximale de livraison des véhicules est également formalisée en contrainte pour enrichir le modèle.

- ✓ Proposition d'un Algorithme de Branchement et de Coup ou Branch and cut (B&C) pour l'EDPRP

Un algorithme de B&C est proposé comme méthode exacte de résolution. C'est l'algorithme le plus efficace pour valider et évaluer le modèle mathématique des PRP dans le domaine de la planification des SC (Adulyasak, Cordeau, et Jans 2015a). La difficulté dans les méthodes exactes de résolution consiste à proposer une méthode de séparation des contraintes d'élimination des sous-tours ou *Subtour Elimination Constraints* (SEC) afin d'obtenir des tournées de véhicules sans sous-tours dans le parcours d'un véhicule. Pour réussir cet exercice, nous avons mis au point, un algorithme de détection de sous-tours et un autre algorithme pour relier chaque sous-tour au tour principal.

- ✓ Proposition d'une méthode de décomposition à deux étapes pour la résolution l'EDPRP

Bien que nécessaire pour valider et évaluer l'efficacité d'un modèle mathématique, les méthodes de résolution exactes sont inadaptées pour la résolution des problèmes NP-difficiles sur des instances de grandes tailles. Nous proposons donc une méthode heuristique de décomposition à deux étapes que nous nommons *Two Phases Decomposition Heuristic* (TPDH) pour résoudre la totalité des instances de l'EDPRP. Les méthodes de décomposition sont des méthodes faciles à mettre en œuvre pour obtenir rapidement une solution approchée à un problème d'optimisation combinatoire. La construction de cette heuristique nécessite la décomposition du problème global en un problème de dimensionnement de lots (production et stockage à l'usine) et un problème de tournées de véhicules. Le problème de dimensionnement de lots est modélisé sous la forme d'un MIP résolu à l'optimum et le problème de tournées de véhicules est résolu avec un Algorithme Génétique (AG).

- ✓ Proposition d'un Algorithme Mémétique pour la résolution de l'EDPRP

Pour évaluer la performance et l'efficacité de la méthode de décomposition, nous proposons un Algorithme Mémétique (AM) qui est, en fait, une version plus évoluée de l'algorithme

génétique. Bien que difficile à mettre en œuvre, l'AM produit de meilleur résultat que l'AG sur un temps de calcul relativement long. Une adaptation de l'algorithme de (Wagner et Whitin 1958) et de celui de (Clarke et Wright 1964) sont respectivement mises à contribution dans la construction d'un plan de production et la construction d'un plan de distribution dans la génération de la solution initiale.

Plan de la thèse

La présente thèse est organisée en cinq (5) parties dont une introduction générale, une conclusion générale et trois chapitres selon l'ordre suivant :

L'introduction générale présente le contexte de l'étude, Les motivations, la problématique, les objectifs et les contributions de cette thèse.

Le chapitre 1 présente une revue de littérature des problèmes de planification des chaînes d'approvisionnements et des méthodes utilisées pour résoudre les problèmes de production et de tournées de véhicules.

Le chapitre 2 porte sur la modélisation du problème de production et de tournées de véhicules avec dépôt externe qui fait l'objet de la présente thèse. Ce chapitre présente également un algorithme de résolution exact connu sous le nom de Branch and Cut pour la validation du modèle sur des instances de petites tailles.

Le chapitre 3 concerne la mise en œuvre de méthodes approchées pour résoudre les instances de grandes tailles. Il s'agit ici d'une heuristique de décomposition à deux étapes et d'un Algorithme Mémetique(AM).

La conclusion générale porte sur les différentes contributions apportées au cours de cette thèse et les perspectives pour les futures recherches.

Liste des publications et congrès scientifique

Tout au long de la réalisation de la présente thèse, nous avons pu obtenir deux (2) articles scientifiques indexés .Ces articles sont libellés comme suit :

Kayé, Bi Kouaï Bertin, Moustapha Diaby, Tchimou N'Takpé, et Souleymane Oumtanaga. 2020. « Managing an External Depot in a Production Routing Problem ». *International Journal of Advanced Computer Science and Applications* 11 (2). <https://doi.org/10.14569/IJACSA.2020.0110242>.

Kayé, B.K.B.; Diaby, M.; Koivogui, M.; Oumtanaga, S. A Memetic Algorithm for an External Depot Production Routing Problem. *Algorithms* 2021, 14, 27.

<https://doi.org/10.3390/a14010027>

Nous avons en outre participé à un congrès scientifique dans lequel notre travail est libellé comme suit :

B. Kaye, M. Diaby, A. Coulibaly, and S. Oumtanaga, “Modélisation d’un problème de Production et de tournées de véhicules,” https://roaDEF2019.univ-lehavre.fr/programme/livre_resumesROADEF2019.pdf

Chapitre 1

Généralités sur la planification des chaînes d'approvisionnement

Sommaire

1.1 Introduction.....	8
1.2 Problème du voyageur de commerce ou TSP	10
1.2.1 Description du TSP	10
1.2.2 Formulation mathématique du TSP.....	11
1.2.3 Variantes et application du TSP	12
1.3 Problème de tournées de véhicules (VRP)	13
1.3.1 Description du VRP	13
1.3.2 Formulation mathématique du VRP.....	15
1.3.3 Variantes du modèle de base du VRP	16
1.4 Problème de la production	19
1.4.1 Modèles de dimensionnement de lots (<i>Lot-Sizing Problem (LSP)</i>).....	19
1.4.2 Variantes du LSP.....	19
1.5 Problème de stockage et de tournées de véhicules	24
1.5.1 Description du problème	24
1.5.2 Formulation mathématique du IRP	27
1.5.3 Variantes du modèle de Base du IRP.....	30
1.6 Problème de production et de tournées de véhicules.....	33
1.6.1 Description du PRP	33
1.6.2 Formulations mathématiques du PRP	36
1.7 Approche de Résolution du PRP	41
1.7.1 Méthode de résolution Exacte.....	41
1.7.2 Méthodes Approchées de résolution	46
1.8 Conclusion	52

1.1 Introduction

La planification des SC se fait par le biais de systèmes avancés de planification appelés *Advanced Planning system* (APS). Ces APS doivent planifier les tâches décrites dans la matrice de planification des chaînes d'Approvisionnement désignée par *Supply Chain Planning Matrix* (SCPM). Ils adoptent une approche basée sur la planification globale ou intégrale de toute la SC de façon coordonnée et focalisée sur l'optimisation (Définition d'alternative, définition d'objectifs et définition de contraintes pour toutes les tâches Planifiées). Cette approche se veut hiérarchique à travers le découpage en modules de planification, et leurs coordinations horizontales et verticales par des flux d'informations comme présenté sur la Figure 1.1

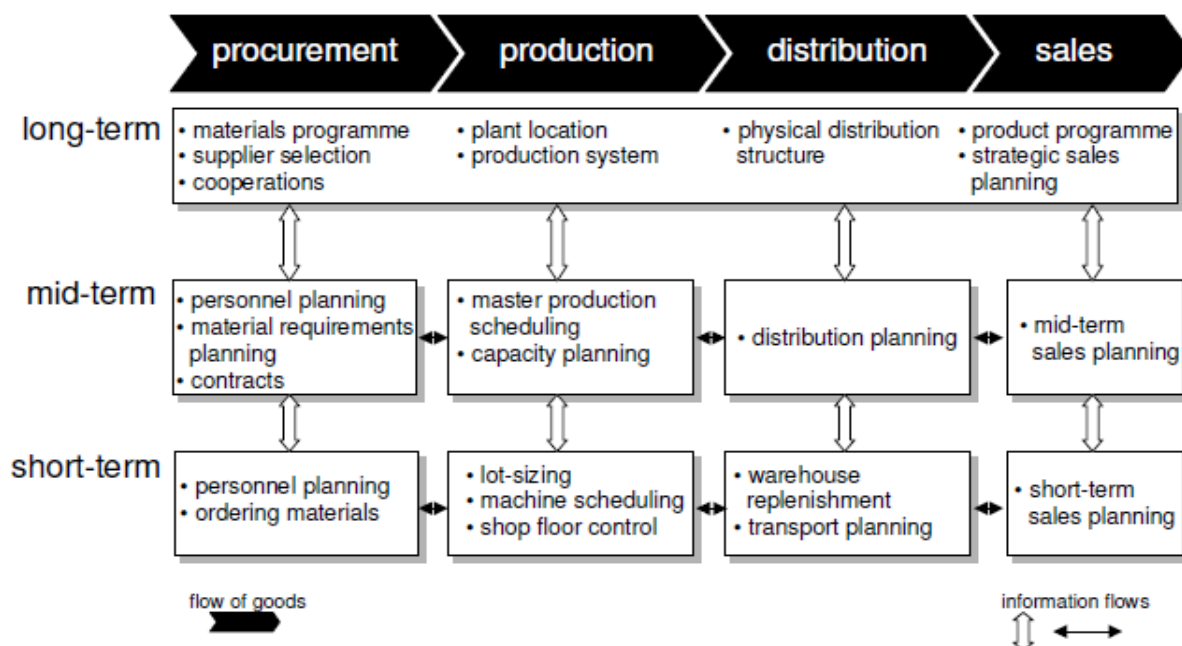


Figure 1. 1: Matrice de planification des chaînes d'approvisionnements (Fleischmann, Meyr, et Wagner 2005)

Cependant, les logiciels issus de l'implémentation des APS ne peuvent pas répondre à l'exigence managériale de toutes les SC. D'où le regroupement de ces SC en types afin d'identifier celles qui partagent le plus grand nombre de caractéristiques et d'exigences en matière de planification. Ces regroupements permettent de classer les problèmes de planification des SC en deux grandes familles de problèmes. Nous avons d'une part, les problèmes stratégiques de conception du réseau de distribution des SC, et d'autre part, nous avons les problèmes de planification générale des SC. Les problèmes stratégiques de conception du réseau de distribution des SC visent à trouver le meilleur emplacement possible de l'unité de production ou d'un dépôt afin de minimiser les coûts globaux liés à la production des produits finis et au transport des composants et des produits finis. Les problèmes de

planification générale sont des problèmes qui se situent à un niveau décisionnel tactique ou opérationnel. Pour ces problèmes, le réseau de distribution est connu à l'avance. Il s'agit dans ce type de problème, de déterminer un plan optimal d'utilisation des ressources afin de satisfaire les demandes déterministes ou dynamiques des clients. Les problèmes de planification générale des SC peuvent être globalement classés en cinq catégories :

- *Traveling Selman Problem (TSP)*; c'est le problème du voyageur de commerce. Ce problème constitue la base de tous les problèmes de tournée et a pour objectif de déterminer le plus court chemin que doit parcourir le voyageur du commerce pour pouvoir visiter exactement une seule fois chaque ville d'un ensemble de villes données.
- *Vehicle Routing Problem (VRP)*; il s'agit du problème de tournées de véhicules. C'est une généralisation du problème du voyageur de commerce. En plus de chercher à minimiser le parcours d'un véhicule dans sa mission de livraison de produits, ce problème prend en compte les quantités de demandes à satisfaire et les quantités de produits capables d'être transportées par chaque véhicule.
- *Lot Sizing Problem (LSP)*; c'est le problème de dimensionnement des lots. C'est un problème typiquement lié à l'usine ou l'unité de production. Il intègre les décisions de la planification de la production et les décisions de gestion des stocks à l'usine. Ce problème permet d'établir le meilleur calendrier de production grâce à un arbitrage entre quand produire et combien stocker.
- *Inventory Routing Problem (IRP)*; le problème de stockage et de tournées de véhicules est un problème qui en plus de tenir compte des décisions de tournées de véhicules, intègre les décisions de gestion des stocks chez les clients et dans un ou plusieurs dépôts de stockage et de distribution.
- *Production Routing Problem (PRP)*; le problème de production et de tournées de véhicules intègre les décisions de dimensionnement des lots et des tournées de véhicules.

Une fois modélisés sous la forme d'un programme mathématique, ces problèmes sont le plus souvent très difficiles à résoudre en raison de l'explosion combinatoire engendrée par l'analyse d'un grand nombre de parcours possibles contenus dans le problème de TSP. La Figure 1.2 met en évidence, la classification et l'évolution des problèmes de planification générale des chaînes d'approvisionnement. Dans la suite de ce chapitre, nous présenterons la description et les hypothèses qui sous-tendent le modèle de base de chaque problème et, nous présenterons également, au moins, un modèle mathématique et des extensions pour chacun de ces modèles.

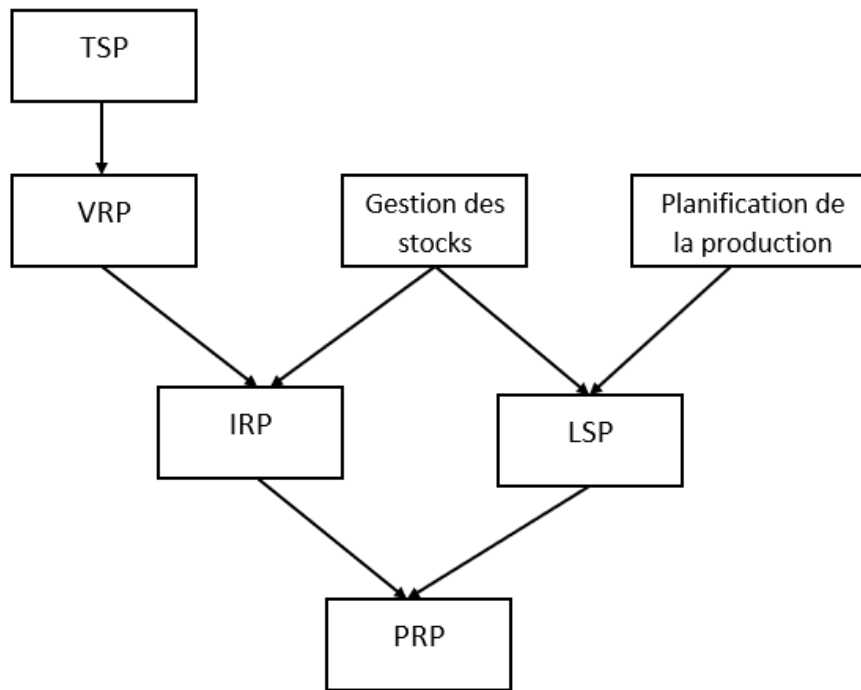


Figure 1. 2: Classification et évolution des problèmes de planification générale des SCs

1.2 Problème du voyageur de commerce ou TSP

1.2.1 Description du TSP

Le problème du voyageur de commerce est un problème NP-difficile dont la résolution nécessite l'analyse d'un nombre très élevé de tournées. En effet, le nombre de tournées à évaluer lors de la résolution d'un TSP est de $\frac{1}{2}(n-1)!$ avec n le nombre total de villes à visiter. Si le nombre de villes est 4 on a $0.5 * (4-1)! = 3$. Ainsi, si le nombre de villes considéré est 40, on a $0.5 * (40-1)! = 1.019 * 10^{46}$ tournées (circuits) candidates à analyser. Ainsi, le nombre de tournées à évaluer croît de façon exponentielle avec le nombre de villes. Pour ce type de problème, on ne connaît pas de méthode permettant d'obtenir des solutions exactes pour des cas comportant un grand nombre de villes en un temps raisonnable. La complexité du TSP a été étudiée par (Garey et Johnson 1990; Laporte 1992b). Constituant la base de tous les problèmes de tournées, le TSP consiste à déterminer la tournée la plus courte d'un voyageur de commerce pour visiter des villes ou des clients sous les hypothèses suivantes :

- (i) la tournée débute et se termine dans la même ville;
- (ii) chaque ville est visitée une et une seule fois pendant la tournée.

Le TSP est représenté de façon formelle dans la théorie des graphes de la façon suivante : Soit le graph $G=(V,A)$ où $V = \{1,2, \dots , n\}$ représente l'ensemble des sommets (villes) et A

représente l'ensemble des Arcs ou arrêtes. Soit $C=(c_{ij})$, une matrice des distances ou des coûts associés à A . Le TSP est dit symétrique si C est symétrique ($c_{ij} = c_{ji}, \forall i, j \in V$) et $A = \{(i, j)/i, j \in V, i < j\}$ représente l'ensemble arrêtes (Shutler 2001; Helsgaun 2000). Cependant, si C est asymétrique ($\exists i, j \in V / c_{ij} \neq c_{ji}$), alors on parle d'un TSP asymétrique (Glover et al. 2001). Dans ce dernier cas, $A = \{(i, j)/i, j \in V, i \neq j\}$ représente l'ensemble des arcs du graphe G . Une tournée est appelée cycle dans un problème de tournée symétrique et se modélise avec un graphe non orienté alors qu'il se fait appeler circuit dans un problème asymétrique et est représenté par un graphe orienté. Dans le TSP, une tournée est dite optimale si elle décrit le cycle ou le circuit hamiltonien le plus court dans le graphe $G=(V, A)$. La Figure 1.3 décrit un exemple de tournée dans un problème de TSP.

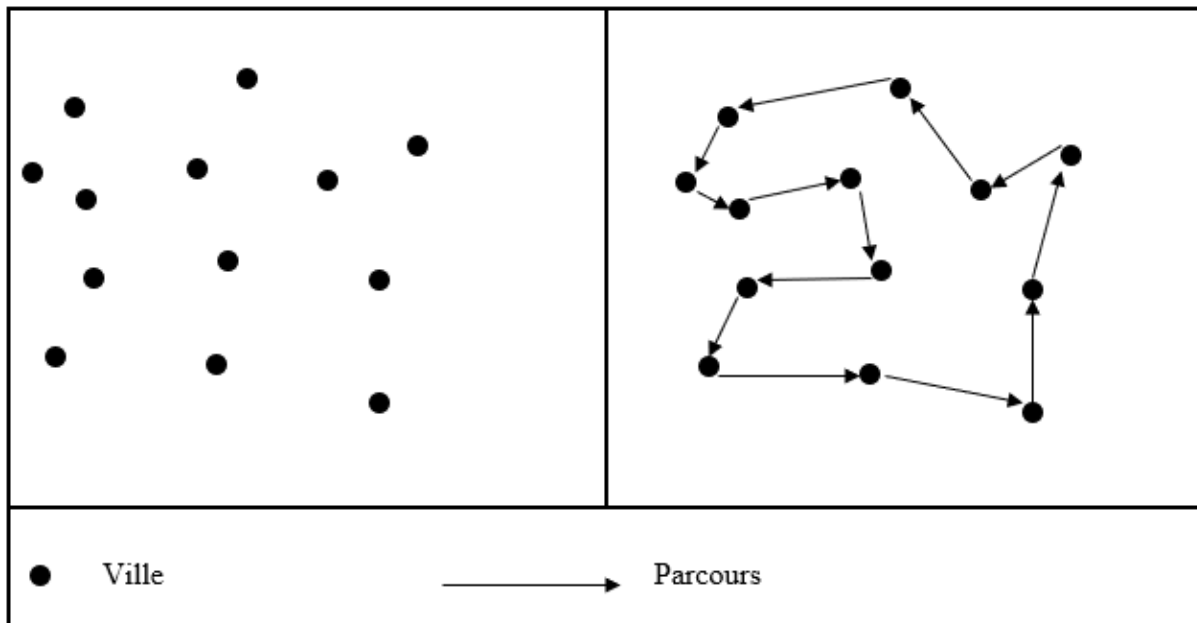


Figure 1. 3: Exemple de tournée dans un TSP

1.2.2 Formulation mathématique du TSP

Pour une formulation mathématique du TSP, on définit une variable binaire x_{ij} (G. Dantzig, Fulkerson, et Johnson 1954). On a $x_{ij} = 1$ si le sommet (ville) j est visité immédiatement après le sommet i et $x_{ij} = 0$ sinon. Grâce à la définition de cette variable binaire, le TSP est formulé de la façon suivante :

$$\text{Minimiser } Z = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \tag{1.1}$$

Sous Contraintes (S. C) :

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \quad (1.2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \quad (1.3)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad S \subset V, 2 \leq |S| \leq n - 2 \quad (1.4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (1.5)$$

Dans cette formulation du TSP, l'expression (1.1) désigne l'objectif qui consiste à minimiser le coût de la tournée. Pour tout arc dans A, les contraintes (1.2) permettent de s'assurer que chaque sommet possède un seul prédécesseur et les contraintes (1.3) permettent de garantir que chaque sommet possède un unique successeur. Les contraintes (1.4) permettent d'éliminer les sous-tours dans la tournée du voyageur de commence. Les contraintes (1.5) permettent de garantir que les variables x_{ij} soient effectivement des variables binaires.

1.2.3 Variantes et application du TSP

Le TSP possède plusieurs variantes en fonction de l'activité dans laquelle il est mis en œuvre. Une de ces extensions est le problème de cueillette et de livraison ou *Pickup and Delivery TSP* (PDTSP). Il s'agit dans ce problème de trouver le plus court cycle hamiltonien permettant de satisfaire chaque demande après une cueillette (Renaud, Boctor, et Ouenniche 2000). Une extension avec des contraintes de précédences a été proposée par (Ghaziri et Osman 2003). Dans ce problème connu sous le nom du TSP avec retour à charge (*TSP with Backhaul* (TSPB)), il existe deux sortes de clients. On a, d'une part, les clients à qui la marchandise doit être livrée et d'autre part, les clients, chez qui, on doit récupérer de la marchandise pour alimenter le dépôt. L'objectif dans ce problème est de visiter tous les clients en décrivant un cycle hamiltonien à moindre coût. Cette visite se fera en visitant prioritairement tous les clients devant recevoir de la marchandise avant de visiter chaque client chez qui de la marchandise doit être récupérée. Une extension du TSP avec localisation de la demande sur arc a été étudiée par les chercheurs. Dans ce problème, les demandes sont situées sur les arcs plutôt que sur les nœuds relativement au cas général des TSP. Un exemple concret de ce type de problème est celui du problème de postier chinois (*hierarchical Chinese postman problem* (HCPP))(Cabral et al. 2004) et son adaptation en Problème Rural de Postier (*Rural Postman Problem* (RPP)) (Ghiani et al. 2005). Ces problèmes trouvent leur origine et application dans la modélisation de la détermination du plus court chemin permettant à un facteur d'effectuer sa tournée en passant une seule fois sur chaque route de son secteur. Le TSP a de nombreuses applications. Dans le cas général, il permet de minimiser la distance parcourue lors d'un processus de collecte ou de

distribution de biens, services ou personnes. Il est utilisé pour réduire les pertes dans la découpe des papiers peints, optimiser la longueur des fils de cuivre entre différentes puces sur une carte mère dans la fabrication des ordinateurs. Il permet également de minimiser le temps de déplacement d'une perceuse dans le processus de perçage d'une feuille métallique. Il permet de minimiser le temps de mise en route des commandes des clients en proposant le meilleur ordonnancement de ces commandes. Il est aussi utilisé pour minimiser le temps de prise des mesures avec des rayon-x dans le domaine de la cristallographie. Le TSP est un problème très étudié qui trouve son application dans un grand nombre de domaine d'activités. Cependant, il ne prend pas en compte la quantité de biens collectés ou livrés. Le problème de tournées de véhicules ou *Vehicle Routing Problem* (VRP) permet de prendre en compte, la quantité ou le nombre de produits (ou service) collectés ou distribués. La section suivante présente le problème de tournées de véhicules.

1.3 Problème de tournées de véhicules (VRP)

Le VRP a été introduit par Dantzig et Ramser (G. B. Dantzig et Ramser 1959) pour assurer la livraison optimale de l'essence grâce à une flotte de véhicules. Dans ce travail, le réseau de livraison est constitué d'un dépôt et d'un grand nombre de stations-services. Chaque véhicule d'une flotte homogène commence sa tournée au dépôt puis satisfait la demande d'un ou de plusieurs clients (stations-services) avant de finir sa course au dépôt. L'objectif dans cette dernière étude a été de satisfaire la demande de toutes les stations-services tout en minimisant la distance totale parcourue par la flotte de véhicules. Vu la pertinence théorique et pratique du VRP en tant que généralisation du TSP, il fait l'objet d'une attention particulière chez les chercheurs et dans le domaine de la planification des chaînes d'approvisionnement. C'est un problème NP-difficile (Lenstra et Kan 1981), vu qu'il contient le TSP. Cela rend difficile, la résolution des VRP de grandes tailles en un temps raisonnable. La section suivante présente une description et une modélisation mathématique du problème du VRP.

1.3.1 Description du VRP

Le VRP se modélise à l'aide d'un graphe $G=(N,A)$ dans lequel, $N =\{0, 1, 2, \dots, n\}$ est l'ensemble des sommets dans G . Dans N , 0 représente le dépôt et $\{1, 2, \dots, n\}$ désigne les clients ou villes faisant office de points de collettes ou de distributions à visiter. A représente l'ensemble des arcs ou arrêtes dans G . $C = (c_{ij})$ est la matrice des distances (ou coût) entre les différents sommets de G . Si A est symétrique ($c_{ij} = c_{ji}, \forall i, j \in N$) alors le graphe G est non

orienté et $A = \{(i, j) / i, j \in N, i < j\}$ représente l'ensemble des arrêtes de G . Autrement, si C est asymétrique ($\exists i, j \in V / c_{ij} \neq c_{ji}$) alors $A = \{(i, j) / i, j \in N, i \neq j\}$ et G est orienté. $K = \{1, \dots, m\}$ désigne la flotte de véhicules et chaque véhicule de la flotte possède une capacité Q_k . Chaque sommet ou client i possède une demande d_i à satisfaire. La Figure 1.4 montre une chaîne d'approvisionnement constituée d'un dépôt et de 7 clients avec une flotte de deux véhicules. Ainsi, un problème de tournées de véhicules consiste à déterminer m tournées de collecte ou de livraison avec un coût global minimal des tournées.

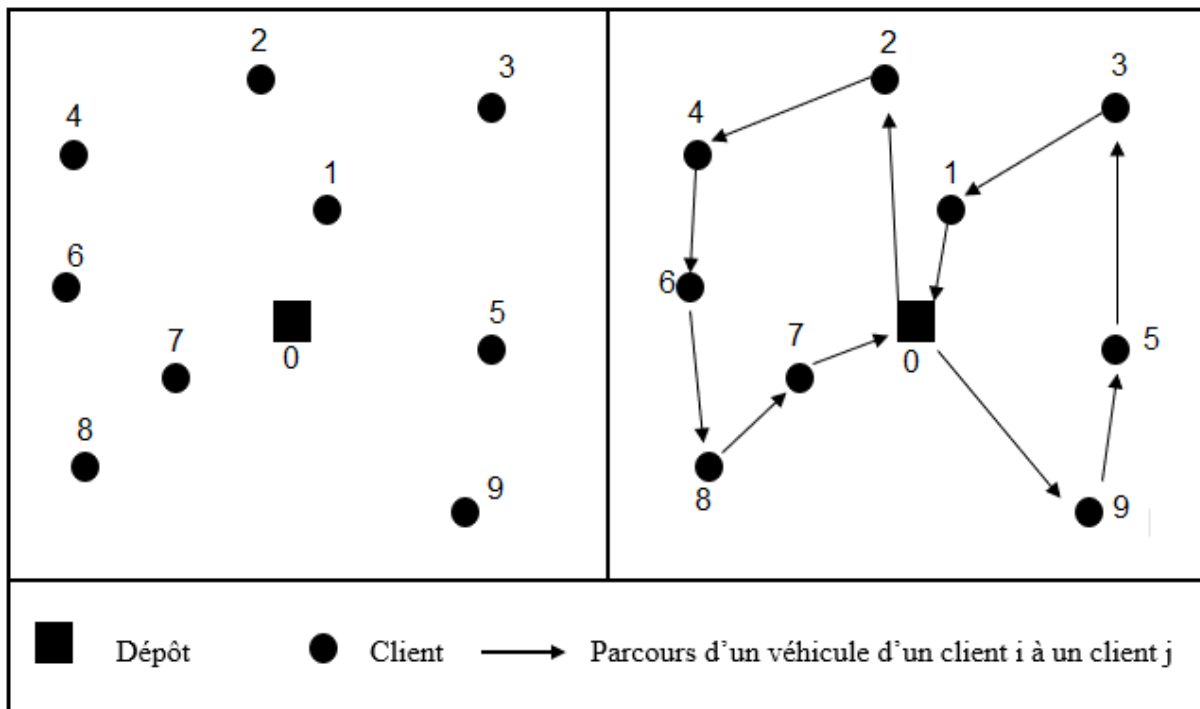


Figure 1. 4: Exemple de tournées dans un VRP

. Il se formalise sur les hypothèses suivantes :

- (i) chaque véhicule commence et termine sa tournée au dépôt;
- (ii) chaque client est visité exactement une seule fois ;
- (iii) la somme des demandes délivrées lors de la tournée d'un véhicule ne doit pas dépasser la charge maximale de ce véhicule.

Dans sa version classique ou de base, tous les véhicules de la flotte ont la même capacité. On dit que les véhicules sont homogènes. Cette version de base du VRP est appelée *Capacitated VRP (CVRP)*. Plusieurs études ont été conduites sur la formulation du modèle CVRP dans la littérature. Parmi ces études nous pouvons citer ceux de (Fisher et Jaikumar 1981), (Kulkarni et Bhave 1985) et (Gouveia 1995).

1.3.2 Formulation mathématique du VRP

Deux grandes familles de formulations régissent l'ensemble des modélisations mathématiques du modèle VRP et de ces extensions. Dans le modèle de flots à deux indices (*two-index Vehicle flow formulation*), les véhicules assignés à la collecte ou à la distribution des produits ne sont pas indicés (Toth et Vigo 2002). Cependant, le modèle à trois indices (*three-index Vehicle flow formulation*) comme illustré dans l'exemple de la formulation du modèle standard est une formulation naturelle du problème de VRP. Dans cette formulation, une variable binaire x_{ijk} est égale à 1 si le véhicule k traverse l'arc (i, j) ou 0 sinon. Cette formulation entraîne un grand nombre de variables et accroît d'avantage la complexité du problème. Plusieurs travaux ont adopté cette modélisation (Toth et Vigo 2002; Laporte 1992a; Rego et Roucairol 1994). Elle est décrite comme suite (Fisher et Jaikumar 1981) :

paramètres

0 : désigne le dépôt;

n : nombre de client à visiter pour une livraison de produit;

K : nombre de camion disponible sur l'horizon de planification;

b_k : capacité maximale du véhicule k ;

a_i : désigne la demande du client i ;

c_{ij} : correspond au coût d'une livraison directe du client i au client j ;

variables de décision :

y_{ik} : variable binaire égale à 1 si la commande du client i est livrée par le véhicule k et 0 sinon;

x_{ijk} : variable binaire égale à 1 si le véhicule k voyage directement de i vers j et 0 sinon;

Formulation :

$$\text{Min } \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^K c_{ij} x_{ijk} \quad (1.6)$$

Sous contrainte de

$$\sum_{i=1}^n a_i y_{ik} \leq b_k \quad k \in \{1, \dots, K\} \quad (1.7)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{ik} = \begin{cases} K & \text{si } i = 0 \\ 1 & \text{si } i \in \{1, \dots, n\} \end{cases} \quad (1.8)$$

$$y_{ik} = 0 \text{ ou } 1 \quad i \in \{0, \dots, n\}, k \in \{1, \dots, K\} \quad (1.9)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ijk} = y_{jk} \quad j \in \{0, \dots, n\}, k \in \{1, \dots, K\} \quad (1.10)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ijk} = y_{ik} \quad i \in \{0, \dots, n\}, k \in \{1, \dots, K\} \quad (1.11)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad S \subset \{1, \dots, n\}, 2 \leq |S| \leq n-1, k \in \{1, \dots, K\} \quad (1.12)$$

$$x_{ijk} = 0 \text{ ou } 1 \quad i \in \{0, \dots, n\}, j \in \{0, \dots, n\}, k \in \{1, \dots, K\} \quad (1.13)$$

L'équation (1.6) est la fonction « objectif », c'est le coût total des tournées à minimiser. La contrainte (1.7) permet de s'assurer que la capacité d'un véhicule ne soit pas dépassée. La contrainte (1.8) permet de garantir que chaque tournée de véhicule débute et se termine au dépôt et que chaque client est affecté à un et un seul véhicule. Une fois que y_{ik} est fixé dans (1.9) et que les équations (1.7),(1.8) et (1.9) sont satisfaites, les équations de (1.10) à (1.13) décrivent les contraintes d'un TSP. Ces contraintes pour un TSP permettent de s'assurer que chacun des clients a été visité une seule fois et d'éviter des sous-tours ou boucles dans l'itinéraire des tournées. Pour plus de détails sur les différents types de formulations mathématiques du VRP, voir (Toth et Vigo 2002).

1.3.3 Variantes du modèle de base du VRP

1.3.3.1 VRP avec une flotte hétérogène

Contrairement au modèle standard ou classique dans lequel, les véhicules sont homogènes ($\forall u, v \in K, Q_u = Q_v = Q$), le *Heterogeneous* VRP (HVRP) est une variante du CVRP dans laquelle, les véhicules assignés à la collecte ou livraison des demandes des clients ne sont pas tous identiques ($\exists u, v \in K, Q_u \neq Q_v$). Cette différence de capacité des véhicules se modélise par la définition d'un indice k pour chaque véhicule (Q_k). L'hétérogénéité de la flotte peut également être exprimée par des coûts fixes d'utilisation des véhicules (Osman et Salhi, s. d.), des coûts variables liés à la distance parcourue (Taillard 1999) ou mixte (Choi et Tcha 2007) et aussi par le type de produit que le véhicule peut transporter. Pour plus de détails sur le HVRP, voir les revues (Irnich, Schneider, et Vigo 2014; Koç et al. 2016).

1.3.3.2 VRP avec livraison fractionnée

La livraison fractionnée (*Split Delivery*) dans un VRP consiste à relaxer les contraintes du CVRP selon lesquelles chaque client devait être visité une seule fois. Cette extension est connue sous le nom de *Split Delivery* VRP (SDVRP). Une revue de littérature de ce problème est donnée par (C. Archetti et Speranza 2012).

1.3.3.3 VRP avec fenêtres horaires

Le VRP *with Time Windows* (VRPTW) est une variante du CVRP dans laquelle, une date au plus tôt et une date au plus tard sont définies pour modéliser l'intervalle de temps dans lequel, le service de collecte ou de livraison doit être effectué. Ainsi, un véhicule qui arrive avant la date au plus tôt de la fenêtre de temps devra attendre la date de début de la fenêtre de temps pour effectuer son service de livraison ou collecte. Cependant, une solution dans laquelle un véhicule arrive après la date au plus tard de la fenêtre de temps, sera considérée comme irréalisable. De plus, la fenêtre de temps peut être imposée à tous les clients ou une partie des clients. Pour plus de connaissances sur les VRPTW voir (Labadi, Prins, et Reghioui 2008).

1.3.3.4 VRP avec collecte et livraison

Le VRP *with Pickup and Deliveries* (VRPPD) est une variante du CVRP dans laquelle, la demande d'un client ou d'un sommet est une collecte, une livraison ou mixte (livraison et collecte). Une définition plus compréhensible du concept de collecte et livraison est donnée par (Savelsbergh et Sol 1995) et une revue de littérature sur ce problème a été conduite par (Berbeglia et al. 2007) et (Parragh, Doerner, et Hartl 2008a).

1.3.3.5 VRP Multi-dépôt

Le *Multi-Depot* VRP (MDVRP) est une généralisation du CVRP dans laquelle, la chaîne d'approvisionnement contient plusieurs dépôts. Dans la plupart des travaux, chaque véhicule appartient à un dépôt donné et retourne à ce dépôt après sa tournée. Pour une revue de littérature sur le problème de MDVRP voir (Montoya-Torres et al. 2015).

1.3.3.6 VRP Multi-Période

Le VRP Multi-Période ou *Multi Period* VRP (MPVRP) est une variante du VRP dans laquelle, les demandes des clients sont satisfaites sur un nombre de périodes bien définies. Dans cette extension, les dates et les quantités à livrer à chaque client sont connues à l'avance. Il s'agit pour ce type de problème d'organiser les routes pour satisfaire des demandes déterministes des clients sur chaque période de l'horizon de planification.

1.3.3.7 Durée maximale pour la marchandise

La limitation de la durée de transport de la marchandise prend tout son sens quand il s'agit de marchandise périssable (produit frais). Ainsi, un temps de transit maximal est défini entre la collecte et la livraison de la demande. Cette contrainte permet également d'évaluer la qualité de service dans les problèmes de livraison à la demande (*Dial-A-Ride Problem* (DARP)) (Cordeau et Laporte 2003).

1.3.3.8 Durée maximale pour le véhicule

L'imposition d'une durée maximale entre la date de sortie et la date d'entrée d'un véhicule permet de modéliser un certain nombre d'aspects dans le réseau de distribution. Ainsi, cette contrainte peut permettre de modéliser la durée de service d'un chauffeur, assurer une meilleure répartition de la charge du travail selon le temps d'utilisation des véhicules ou être combiné avec les contraintes de fenêtre de temps pour réduire le temps d'attente des véhicules sur les points de distributions. La contrainte de durée maximale pour les véhicules peut également permettre de modéliser l'autonomie d'un véhicule électrique rechargeable (Felipe et al. 2014).

1.3.3.9 Transbordement

Le transbordement consiste à dédier un certain nombre de sommets du graphe au transfert de produits entre véhicules. Dans un problème de transport avec transbordement, un véhicule peut déposer une partie de sa charge à un point de transbordement afin de le récupérer plus tard ou le laisser à la charge d'un autre véhicule. On distingue deux variantes du problème de transport avec transbordement selon l'importance de la demande. Si la demande concerne des produits qui n'ont pas une grande valeur marchande au point d'être volé, alors les produits peuvent être laissés seul sur le point de transbordement. Cependant, si les produits transportés ont une grande valeur ou si la demande concerne le transport des mineurs, personnes âgées ou handicapées, alors ces produits ou personnes ne peuvent pas être laissés seul sur le point de transbordement. Ainsi, la synchronisation de plusieurs tournées s'avère nécessaire pour minimiser les temps d'attente sur les points de transbordement. Pour plus de détails sur le problème de transport avec transbordement, voir (Mues et Pickl 2005; Yang et Xiao 2007).

1.3.3.10 VRP stochastique

Dans le CVRP qui désigne la forme classique du VRP, les demandes et le calendrier des visites des clients sont connus à l'avance. Le *Stochastic VRP* (SVRP) est une extension du CVRP dans laquelle, la demande de chaque client est aléatoire ou le client est visité avec une probabilité p ou non avec une probabilité $p-1$. Dans le SVRP, les temps de tournées ou de services peuvent être des variables aléatoires, voir (Ritzinger, Puchinger, et Hartl 2016) pour une revue sur ce problème.

1.3.3.11 VRP Dynamique ou *Dynamic VRP* (DVRP)

On dit qu'un VRP est dynamique si un paramètre du réseau de distribution est modifié après le début de la tournée. Ces modifications peuvent concerner la prise en compte d'une nouvelle demande, la suppression d'une demande planifiée ou la modification des contraintes liées à une

demande. Elles peuvent aussi représenter la suppression d'un arc (trajet entre deux clients) pour modéliser une congestion du trafic routier, une route indisponible pour travaux etc. Pour plus de détails sur le DVRP voir (Ritzinger, Puchinger, et Hartl 2016; Bono et al. 2017).

1.3.3.12 VRP avec retour à charge ou VRP *with Backhaus* (VRPB)

Le VRPB est un PDVRP dans lequel, chaque véhicule effectue d'abord toutes les opérations de demandes de livraisons avant les demandes de collectes pour approvisionner le dépôt. Voir les travaux de (Goetschalckx et Jacobs-Blecha 1989; Parragh, Doerner, et Hartl 2008b; Wade et Salhi 2002) pour plus de détails sur ce problème.

1.4 Problème de la production

1.4.1 Modèles de dimensionnement de lots (*Lot-Sizing Problem* (LSP))

Les problèmes de dimensionnement des lots ou *Lot-Sizing Problem* (LSP) concernent essentiellement la transformation de la matière première en produits finis afin de satisfaire les demandes sur l'horizon de planification. Elles ne tiennent pas compte du transport, de l'organisation interne des fournisseurs, et des acheteurs. Elles sont limitées à la fonction de production de biens ou de services. Les éléments pris en comptes sont :

- le produit (nombre ou types, niveau ou structure, quantités à produire sur chaque période) ;
- les coûts de stockage ;
- Les coûts de production.

Il existe deux modèles de base du problème de dimensionnement de lot. On a, d'une part, le problème de dimensionnement de lots sans limitation de la capacité de production ou *Uncapacitated LSP* (ULSP), et d'autre part, le problème de dimensionnement de lots avec limitation de la capacité de production connu sous le nom de *Capacitated LSP* (CLSP). Les modèles mathématiques présentés dans les sous sessions de la session (1.4.2) sont issues des travaux de (Pochet et Wolsey 2006).

1.4.2 Variantes du LSP

1.4.2.1 Modèles ULSP

a) Description du ULSP

L'ULSP concerne la planification de la production d'un seul type de produit destiné à satisfaire des demandes dynamiques sur des périodes discrètes de l'horizon de planification. Quelques

hypothèses standards stipulent que le coût d'achat et le prix de vente des éléments sont constants sur toutes les périodes et que les coûts et demandes sont non-négatifs sur toutes les périodes de l'horizon de planification (Wagner et Whitin 1958). Les hypothèses du ULSP sont les suivantes :

- (i) le nombre du type de produits manufacturés : un ;
- (ii) Le Niveau de structure des produits : un ;
- (iii) capacité de production : illimitée (toutes les demandes des périodes futures peuvent être satisfaites avec la production de la période courante) ;
- (iv) Conservation de flux : la production de la période en cours et le stock de la période précédant permettent de satisfaire la demande et de constituer un nouveau stock pour la période courante.(voir Figure 1.5)

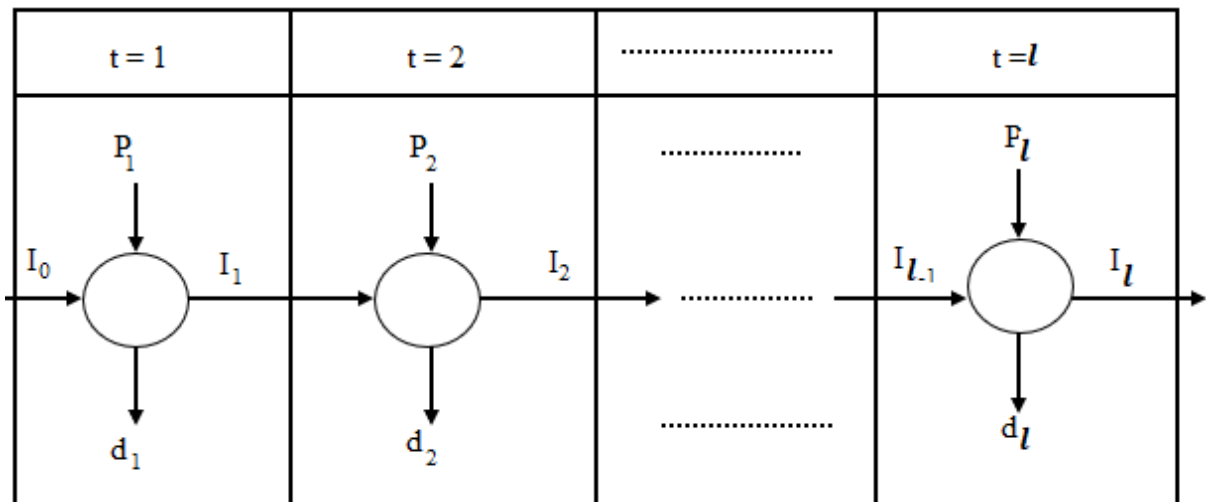


Figure 1. 5: Conservation de flux pour chaque période de la planification

b) Formulation Mathématique du ULSP

ensembles

$T = \{ 1, \dots, l \}$: désigne l'horizon de planification avec pour indice $t \in T$

paramètres

u_t : Coût variable de production pour la période t ;

f_t : Coût fixe de production (mise en course) s'il y a production ;

h_t : Coût unitaire de stockage ;

I_0 : Stock initial de produits finis ;

I_l : stock final de produits finis ;

d_t : Demande de produits finis pour la période t ;

M_t : borne supérieure de production, il permet de renforcer la contrainte liée à la mise en course

$$M_t = (\sum_{k=t}^N d_k).$$

variables

P_t : Quantité produite Pour la période t ;

y_t : Variable binaire, il prend la valeur 1 s'il y a production pendant la période t et 0 sinon ;

I_t : Stock pour la période t.

formulation mathématique

$$\min Z = \sum_{t=1}^N (u_t P_t + f_t y_t + h_t S_t) \quad (1.15)$$

S. C (Sous contrainte de)

$$\mathbf{dem - sat} \quad : I_{t-1} + P_t = d_t + I_t \quad \forall t \in T \quad (1.16)$$

$$I_0 = I_N = 0 \quad (1.17)$$

$$\mathbf{vub} \quad : P_t \leq M_t y_t \quad \forall t \in T \quad (1.18)$$

$$P \in \mathbb{R}_+^l, I \in \mathbb{R}_+^{l+1}, y \in \{0,1\}^l \quad (1.19)$$

L'expression (1.15) est la fonction objectif. Elle décrit une somme de trois coûts à minimiser. Ces coûts sont constitués du coût variable de production liés au nombre de produits fabriqués, le coût fixe de production pour chaque période où il y a production à l'usine et le coût des stocks. Les contraintes (1.16) sont les contraintes de conservation de flux. Ils décrivent la satisfaction de la demande des clients. Selon ces contraintes, les stocks de produits finis de la période t-1 (précédente à t) et la quantité de produits finis de la période en cours t permettent de satisfaire la demande de la période en cours et de constituer un stock de produits finis pour cette même période en cours. La contrainte (1.17) fixe le stock initial et le stock final à 0. Les contraintes (1.18) sont les contraintes sur la capacité de production. Les contraintes (1.19) définissent les contraintes sur les variables de décision.

1.4.2.2 Modèles CLSP

Le modèle concerne la planification de la production de plusieurs produits destinés à satisfaire une demande dynamique sur une période discrète de l'horizon de planification. Contrairement au modèle ULSP, il tient compte de l'adaptation des capacités de l'unité de production aux décisions de dimensionnement des lots. Cette limitation peut désigner aussi bien les capacités

de production (mains d'œuvre, machine) que les capacités de stockage. Les hypothèses de la CLSP sont les suivantes :

Hypothèses :

- (i) Nombre de type de produits : Plusieurs ;
- (ii) Niveau (structure du produit) : un ;
- (iii) Capacité de production : limitée (toutes les demandes des périodes futures peuvent être satisfaites avec la production de la période en cours si la limite imposée pour les quantités à produire ou à stocker le permet) ;
- (iv) Conservation de flux entre la production, la demande et le stockage (voir la section précédente).

Dans le modèle CLSP, les décisions de dimensionnement de lots concernent plusieurs produits qui se partagent une ou plusieurs ressources en commun. Il ne tient pas compte de l'ordonnancement des tâches et une mise en course se limite à une période (Trigeiro, Thomas, et McClain 1989). La formulation mathématique qui découle de ce modèle se présente comme suit :

Formulation mathématique

i désigne le type de produit avec $i \in V = \{1, \dots, v\}$.

k représente chaque machine qui intervient dans la conception de i avec $k \in K = \{1, \dots, q\}$.

en remplaçant les paramètres et les variables u_t, f_t, P_t, y_t, h_t et I_t respectivement par $u_t^i, f_t^i, P_t^i, y_t^i, h_t^i$ et I_t^i on a

$$\min Z = \sum_i \sum_t (u_t^i P_t^i + f_t^i y_t^i + h_t^i I_t^i) \tag{1.20}$$

s. C

$$I_{t-1}^i + P_t^i = d_t^i + I_t^i \quad \forall i \in V, \forall t \in T \tag{1.21}$$

$$P_t^i \leq M_t^i y_t^i \quad \forall i \in V, \forall t \in T \tag{1.22}$$

$$\sum_i \alpha^{ik} P_t^i + \sum_i \beta^{ik} y_t^i \leq L_t^k \quad \forall k \in K, \forall t \in T \tag{1.23}$$

$$X \in \mathbb{R}_+^{mn}, I \in \mathbb{R}_+^{m(n+1)}, Y \in \{0,1\}^{mn} \tag{1.24}$$

L'équation (1. 20) est la somme des coûts à minimiser. Elle est constituée du coût variable $u_t^i P_t^i$ et du coût fixe $f_t^i y_t^i$ de production auxquels on ajoute le coût de stockage $h_t^i I_t^i$. L'équation (1. 21) est l'équation de conservation de flux similaire à celle du modèle ULSP pour chaque produit. Les contraintes (1.22) constituent des bornes supérieures liées aux quantités à produire par période. Dans l'équation (1.23), α^{ik} représente la capacité consommée sur la machine k pour produire une unité du produit i et s'exprime en heure/ unité de produit et β^{ik} désigne la

capacité de production consommée par le nettoyage à la fin de la production d'un lot de produit i ou un changement d'outils pour commencer la production de produit i sur la machine k et s'exprime en heure. Ainsi, les contraintes (1.23) représentent une limitation horaire imposée à l'unité de production. Les contraintes (1.24) sont les contraintes de définition des variables.

1.4.2.3 Modèles de Planification des besoins en matériaux ou *Material Requirements Planning* (MRP)

a) Description du MRP

Le modèle MRP est un modèle multi-produits, multi-niveaux avec des contraintes de disponibilités des ressources de l'unité de production. C'est un modèle qui en plus des décisions de dimensionnement des lots et de prise en compte des capacités de production, tient compte des décisions d'approvisionnement des composants ou des matières premières. Les hypothèses du MRP peuvent être décrites comme suit :

hypothèses

- (i) Nombre de type de produits : Plusieurs ;
- (ii) Niveau (structure du produit) : plusieurs. Le niveau ou la structure d'un produit est défini par le nombre (taux) de composant qui entre dans la composition de ce produit pendant son processus de fabrication. On lui donne le nom de *Bill Of Materials* (BOM). Il existe trois types de BOM comme le montre la Figure 1.6 ;

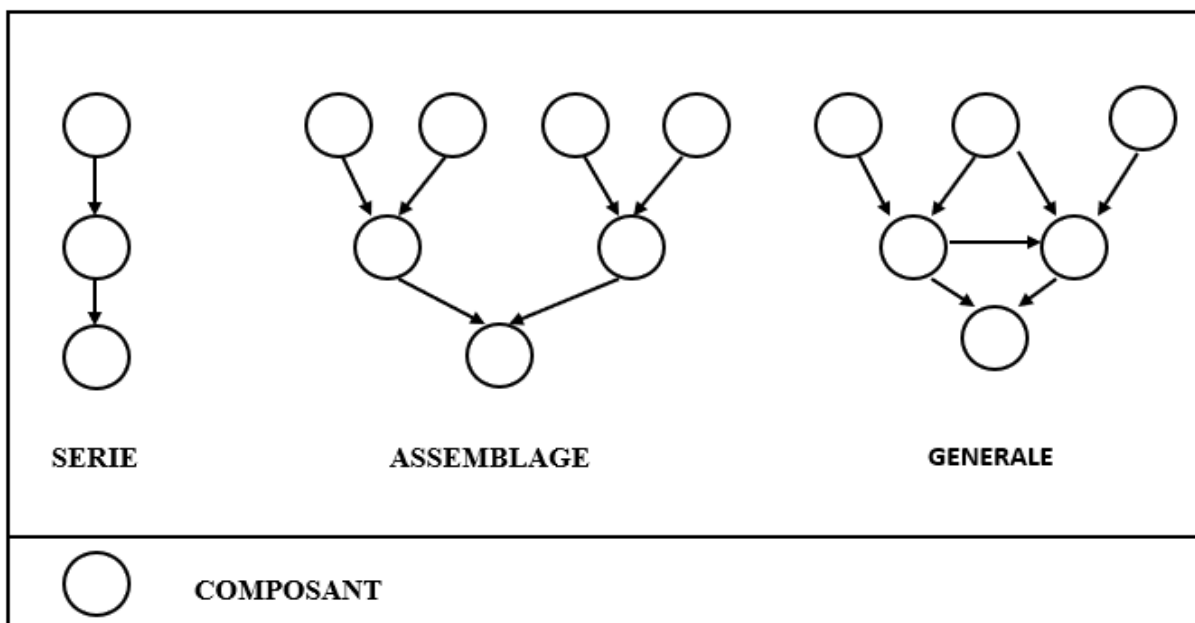


Figure 1. 6 :Types de structures d'un produit dans le modèle multi-niveaux

- (iii) Capacité de production : limitée (toutes les demandes des périodes futures peuvent

être satisfaites avec la production de la période en cours si la limite imposée pour les quantités à produire ou à stocker le permet) ;

(iv) Conservation de flux entre la production, la demande et le stockage (voir la section précédente) ;

formulation mathématique du MRP

$$\min Z = \sum_i \sum_t (u_t^i P_t^i + f_t^i y_t^i + h_t^i I_t^i) \quad (1.25)$$

S. C

$$I_{t-1}^i + P_{t-\gamma^i}^i = [d_t^i + \sum_{j \in D(i)} r^{ij} P_t^j] + I_t^i \quad \forall i \in V, \forall t \in T \quad (1.26)$$

$$P_t^i \leq M_t^i y_t^i \quad \forall i \in V, \forall t \in T \quad (1.27)$$

$$\sum_i \alpha^{ik} P_t^i + \sum_i \beta^{ik} y_t^i \leq L_t^k \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (1.28)$$

$$P \in \mathbb{R}_+^{mn}, I \in \mathbb{R}_+^{m(n+1)}, y \in \{0,1\}^{mn} \quad (1.29)$$

Seule les contraintes (1.26) de conservation de flux du modèle d'optimisation du MRP diffèrent de ceux du modèle d'optimisation du CLSP. Dans ces contraintes, $D(i)$ désigne l'ensemble des successeurs directs de i . D'où $j \in D(i)$ désigne un successeur directe de i . L'expression r^{ij} désigne la part de i nécessaires à la fabrication de j . Ainsi, la demande dépendante pour le composant i dans la période t est représentée par l'équation : $\sum_{j \in D(i)} r^{ij} X_t^j$. Dans l'équation (1.26), Y^i désigne le temps minimum d'attente pour la réception d'un lot de i . De ce fait le stock sur commande de l'élément i planifié pour être reçu à la période t est la quantité fixe $X_{t-\gamma^i}^i$ livrée dans le passé ($t - \gamma^i$). Dans la pratique, pour résoudre le modèle d'optimisation du MRP, on décompose le problème en sous-problèmes ULSP et on adapte les capacités de production aux résultats de la résolution des sous problèmes. Cette manière de résoudre le modèle MRP conduit à des résultats sous optimaux. D'où l'orientation vers des modèles d'optimisation.

1.5 Problème de stockage et de tournées de véhicules

1.5.1 Description du problème

Le problème de stockage et de tournées de véhicules ou *Inventory Routing Problem* (IRP) est un problème intégré qui combine les décisions de gestion de stock et du VRP sans prendre en compte, l'activité de production ou de fabrication des produits. De façon générale, le dépôt et les clients ont une capacité de stockage limitée et on suppose que la quantité de produits disponible au dépôt est suffisante pour répondre à la demande de tous les clients. Les principales décisions dans un IRP peuvent être traduites en hypothèses suivantes :

Hypothèses

(i) les dates de visite des clients sont inconnues. Cette hypothèse est différente de celle du VRP selon laquelle, les dates de visite des clients sont connues à l'avance et considérées comme les données du problème. Ainsi pour le IRP, les dates de visite des clients sont des variables de décision du problème ;

(ii) la quantité de produit livrée à chaque client est une variable de décision dans un IRP. Dans un VRP la quantité de produit livrée à un client est connue à l'avance et est égale à la demande du client pour la période considérée ;

(iii) chaque véhicule commence son parcours au dépôt, puis visite une seule fois un ou plusieurs clients avant de finir sa course au dépôt.

L'objectif d'un IRP est de minimiser le coût global de stockage et de distribution des produits sur l'horizon de planification dans le respect des capacités limites des véhicules et de stockages des clients. On doit également s'assurer que toutes les demandes des clients sont satisfaites sans rupture de stock chez les clients sur l'horizon de planification. Avec cette description, l'IRP reste un problème très difficile si aucune politique de distribution n'est mise en place. Ces politiques de distribution s'articulent, le plus souvent, autour de la durée ou temps de service chez le client, des quantités à livrer ou à collecter chez le client ou des itinéraires des véhicules. Voici, de façon succincte, quelques politiques et pratiques qui ont façonnées la plupart des formulations trouvées dans la littérature :

- La politique (s, S) : dans cette politique, s et S désignent respectivement le minimum et le maximum du niveau de stock chez le client. De ce fait, un réapprovisionnement est déclenché lorsque le niveau des stocks atteint ou tombe en dessous du seuil minimum des stocks (s). Le *Zero Inventory Ordering* (ZIO) est un cas spécial de la politique (s, S) en posant $s = 0$;
- La politique périodique : cette politique consiste à déterminer la période P de sorte que toute opération exécutée à la date $t \in [0 ; P[$ soit répétée à la date $t + kP$ avec $k=1,2,3\dots$;
- La politique basée sur la fréquence : politique périodique dans laquelle la livraison se fait sur la base d'une ou de plusieurs fréquences. Pour un modèle multi fréquences, la période est égale au plus petit commun multiple (PPCM) de la durée de deux fréquences ;
- La politique de la livraison directe (ou le *direct shipping*) : dans cette politique, chaque véhicule sort de chez le fournisseur, effectue sa livraison chez un seul client et retourne chez le fournisseur ;

- La politique de livraison avec des charges pleines (ou le *Full load Shipments*) : cette politique impose que les clients soient livrés avec des véhicules de charge pleine uniquement ;
- La politique *Order-Up-to-level* (OU): chaque client ayant un niveau maximal de stockage, cette politique consiste à faire en sorte que ce niveau maximal soit atteint à chaque livraison ;
- La politique *Maximum Level* (ML): chaque client ayant un niveau maximal de stockage, la politique ML consiste à organiser les livraisons de sorte que ce niveau maximal de stockage ne soit pas dépassé à chaque livraison ;
- La politique du partitionnement fixe : l'ensemble des clients est partitionné en un nombre de sous-ensembles de sorte que la livraison dans chaque sous-ensemble est faite de façon séparée et indépendante des autres sous-ensembles. En d'autres termes, chaque tournée concerne les clients d'un même sous-ensemble de clients. Le partitionnement est typiquement basé sur la situation géographique des clients ;
- La pratique *Retailer Managed Inventory* (RMI) ou *Customer Managed Inventory* (CMI): c'est une politique décentralisée de distribution dans laquelle, chaque client (revendeur, détaillant ou client final) est responsable de ses décisions de stockage en ce qui concerne la quantité et le calendrier de livraison. Ainsi, l'espace de décision du fournisseur se limite à l'organisation des livraisons sur les itinéraires. Dans cette politique, chaque client prend des décisions de gestion de stock minimisant le coût des stocks. D'où une mauvaise stratégie de distribution dont le coût est souvent répercuté sur le produit ;
- La pratique *Vendor Managed Inventory* (VMI) : le VMI est une approche intégrée et entièrement centralisée de la politique de distribution. Dans cette pratique, toutes les décisions liées au calendrier des livraisons, les quantités à livrer et les itinéraires de livraison sont prises de façon centralisée et simultanée par le fournisseur. Pour réussir ce pari, le fournisseur a accès à l'information sur le niveau de stock et l'évolution de la demande de ses clients. Ces informations permettent donc au fournisseur d'ajuster sa politique de distribution afin d'éviter les ruptures de stock.

Un problème d'optimisation de tournées de véhicules et de stockage vise donc à déterminer une politique optimale dans laquelle, un sous-ensemble de ces caractéristiques est spécifié. Ainsi, différentes spécifications de ces caractéristiques donnent lieu à un IRP différent. Pour les politiques de distributions citées dans cette partie, voir (Bertazzi et Speranza 2012) et pour des

explications détaillées et une comparaison entre le RMI et le VMI voir (Claudia Archetti et Speranza 2016).

1.5.2 Formulation mathématique du IRP

Comme le montre la Figure 1.7, Le réseau de distribution est représenté par un graph complet

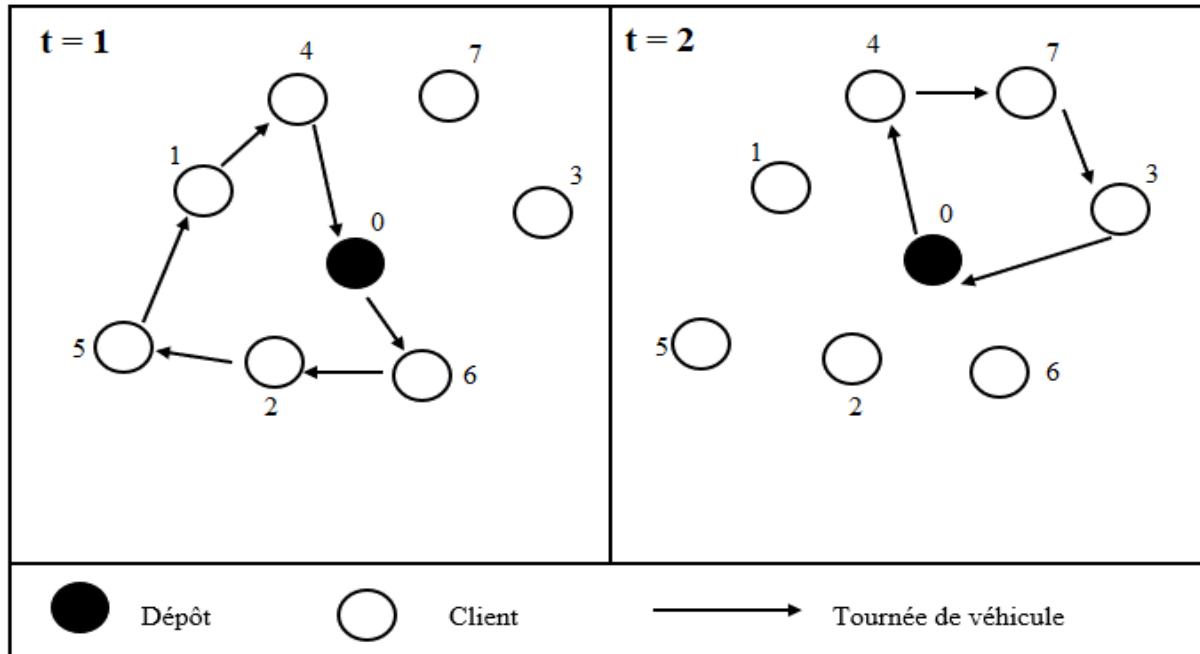


Figure 1. 7: Exemple de livraison dans un IRP avec un véhicule sur deux périodes.

non orienté $G = (N, A)$ dans lequel $N = \{0, \dots, n\}$ représente l'ensemble formé par le dépôt 0 et les clients $i \in N_c = N / \{0\}$. $A = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j\}$ est l'ensemble des arcs du graphe G . Les produits sont transportés par une flotte homogène de véhicules ayant chacun, une capacité limite de transport Q sur l'horizon de planification, $T = \{1, \dots, l\}$.

1.5.2.1 Formulation à deux indices du IRP

Paramètres

R_t : Quantité de produit rendu disponible au dépôt à la date t ;

h_i coût unitaire de stockage pour le produit i ;

c_{ij} coût de transport du nœud i au nœud j ;

d_{it} : demande ou quantité de produits consommés par le client i à la période t ;

Q capacité maximale du véhicule ;

L_i capacité maximale ou visée de stockage au nœud i ;

I_{i0} stock initial disponible au nœud i ;

Variables de décisions

I_{it} niveau des stocks au nœud i pendant la période t ;

z_{0t} détermine le nombre de véhicules qui quitte l'usine dans la période t ;

z_{it} variable binaire, égale à 1 si le client i est visité pendant la période t et 0 sinon ;

x_{ijt} variable binaire, égale à 1 si un véhicule voyage directement de i vers j pendant la période t ;

q_{it} quantité livrée au client i pendant la période t ;

w_{it} charge du véhicule avant la livraison au client i pendant la période t ;

$M_{it} = \min \{ L_i, Q, \sum_{j=t}^l d_{ij} \}$.

Formulation de base issue des travaux de (Bard et Nananukul 2009b; 2010)

$$\text{Min } Z = \sum_{t \in T} (\sum_{i \in N} h_i I_{it} + \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ijt}) \quad (1.30)$$

S. C

$$I_{0,t-1} + R_t = \sum_{i \in N_c} q_{it} + I_{0t} \quad \forall t \in T \quad (1.31)$$

$$I_{it-1} + q_{it} = d_{it} + I_{it} \quad \forall t \in T \quad (1.32)$$

$$I_{0t} \leq L_0 \quad \forall t \in T \quad (1.33)$$

$$I_{it-1} + q_{it} \leq L_i \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.34)$$

$$q_{it} \leq M_{it} z_{it} \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.35)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ijt} = z_{it} \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.36)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jit} + \sum_{j \in N} x_{ijt} = 2 z_{it} \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (1.37)$$

$$z_{0t} \leq m \quad \forall t \in T \quad (1.38)$$

$$w_{it} - w_{jt} \geq q_{it} - M_{it}(1 - x_{ijt}) \quad \forall (i, j) \in A, \forall t \in T \quad (1.39)$$

$$0 \leq w_{it} \leq Q z_{it} \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.40)$$

$$R_t, I_{it}, q_{it} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (1.41)$$

$$y_t, x_{ijt} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N, \forall t \in T \quad (1.42)$$

$$z_{it} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.43)$$

$$z_{ot} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall t \in T \quad (1.44)$$

Dans cette formulation, l'expression (1.30) désigne la fonction objectif. Cette fonction est constituée de deux coûts à minimiser. On a, d'une part, le coût des stocks (chez les clients et au dépôt), et d'autre part, le coût total des tournées de véhicules. Les contraintes (1.31) indiquent que les quantités stockées pendant la période précédente et les quantités reçues pendant la période courante permettent de livrer les produits aux clients et de constituer des stocks pour la période courante. Voir la formulation du PRP1 à la session 2.6.2.1 pour la définition des autres contraintes de la formulation mathématique.

1.5.2.2 Formulation à trois indices du IRP

Pour la formulation à trois indices, on conserve la même description du problème et on remplace les variables q_{it} , z_{it} , x_{ijt} respectivement par les variables q_{ikt} , z_{ikt} , x_{ijkt} . Ces variables prennent en compte, l'indice des véhicules et sont décrites comme suit :

q_{ikt} : quantité de produits livrés au client i par le véhicule k pendant la période t ;

z_{ikt} : variable binaire égale 1 si le nœud i est visité à la date t par le véhicule k et 0 sinon ;

x_{ijkt} : variable binaire égale à 1 si le véhicule k voyage directement de i à j pendant la période t .

Formulation mathématique

$$\min Z = \sum_{i \in N} \sum_{t \in T} h_i I_{it} + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} c_{ij} x_{ijkt} \quad (1.45)$$

S. C.

$$I_{0t-1} + R_t = I_{0t} + \sum_{i \in N_c} \sum_{k \in K} q_{ikt} \quad \forall t \in T \quad (1.46)$$

$$I_{it-1} + \sum_{k \in K} q_{ikt} = d_{it} + I_{it} \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.47)$$

$$I_{0t} \leq L_0 \quad t \in T \quad (1.48)$$

$$I_{it-1} + \sum_{k \in K} q_{ikt} \leq L_i \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.49)$$

$$q_{it} \leq M_{it} z_{it} \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.50)$$

$$\sum_{k \in K} z_{ikt} = 1 \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.51)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jikt} + \sum_{j \in N} x_{ijkt} = 2 z_{ikt} \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (1.52)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijkt} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq N_c, |S| \geq 2, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (1.53)$$

$$\sum_{i \in N_c} q_{ikt} \leq Q z_{0kt} \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (1.54)$$

$$R_t, I_{it}, q_{ikt} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (1.55)$$

$$x_{ijkt}, z_{ikt} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (1.56)$$

1.5.3 Variantes du modèle de Base du IRP

1.5.3.1 Nombre de véhicules et le type de la flotte (Homogènes / Hétérogènes)

Un IRP est un VRP dans lequel les dates de livraison et les quantités livrées sont des variables de décision du problème. Ainsi, l'IRP partage avec le VRP les mêmes éléments caractéristiques permettant de décrire les variantes du VRP. Les modèles utilisant un seul véhicule avec les politiques de réapprovisionnement OU et ML ont été étudiés par (Claudia Archetti et al. 2007), (Claudia Archetti et al. 2012), (Coelho, Cordeau, et Laporte 2012b). (Bertazzi, Paletta, et Speranza 2002) et (Solyalı et Süral 2011). Accroître le nombre de véhicules pour augmenter la flexibilité des tournées a été envisagé par plusieurs travaux. Une recherche introduisant le concept de cohérence dans la solution des IRP avec l'utilisation de plusieurs véhicules a été présentée par (Coelho, Cordeau, et Laporte 2012a). Le concept de cohérence peut porter sur la quantité livrée au client, le taux de remplissage des véhicules, la politique de réapprovisionnement, l'espacement des visites ou la gestion des chauffeurs. Les auteurs ont présenté des MIP avec l'usage des politiques OU et ML. Ces MIP ont également été mis en œuvre avec ou sans exigence de cohérence. Le type de flotte (homogène / hétérogène) est également un facteur permettant de définir les variantes du IRP. Des études portant sur plusieurs classes de IRP ont été présentées par (Coelho et Laporte 2013a). Dans cette étude, les auteurs ont proposé des modèles mathématiques pour des IRP avec une flotte de plusieurs véhicules homogènes et hétérogènes. Ils ont également étudié le IRP avec transbordement et le IRP avec prise en compte des exigences de cohérence. Une comparaison de modèle de formulation mathématique a été proposée par (Claudia Archetti et al. 2014) dans le contexte de l'utilisation de plusieurs véhicules homogènes pour la livraison des produits. Ils ont introduit

plusieurs inégalités valides pour résoudre les différentes formulations mathématiques. Un problème d'IRP de distribution de produits par le biais d'une flotte homogène de véhicules à capacité limitée sur un horizon de temps discret avec une politique de distribution du type ML a également été étudié par (Claudia Archetti, Boland, et Grazia Speranza 2017) .

1.5.3.2 Type de demande (déterministe, stochastique)

Dans la formulation basique du IRP, les demandes sont déterministes. Cependant, des cas d'études portant sur des demandes stochastiques ont été analysés par plusieurs chercheurs. Pour les études portant sur les demande déterministes voir (Bertazzi, Paletta, et Speranza 2002; Claudia Archetti et al. 2014; Claudia Archetti, Boland, et Grazia Speranza 2017) et (Shukla, Tiwari, et Ceglarek 2013), (Bertazzi et al. 2013) pour les études sur les demandes stochastique. Voir également les travaux de (Rita Ribeiro et Ramalhinho-Lourenço 2003) pour l'étude des modèles d'IRP avec demande déterministe et demande stochastique.

1.5.3.3 Horizon de planification (un période / périodes multiple)

Plusieurs études prennent en considération, une période unique comme horizon de planification. Il s'agit ici de considérer l'horizon de planification comme une seule période aux cours de laquelle, les clients sont visités. Un IRP avec une seule période (*Single Period IRP (SPIRP)*) et une demande (fixe) déterministe a fait l'objet d'une étude théorique afin de servir de base pour la résolution exacte du IRP (Claudia Archetti et al. 2007). Une autre étude d'IRP avec une demande déterministe et plusieurs véhicules à capacités limitées ayant pour objectif de minimiser le coût de stockage et de tournées sur un horizon de planification infini a été étudiée par des chercheurs (Anily et Bramel 2004). Les auteurs ont mis au point une politique de distribution basée sur la partition disjointe des détaillants pour résoudre le problème. Un cas spécial de mono-produit sous la politique de quantité économique à commander (*Economic Order Quantity (EOQ)*) à période cyclique a aussi fait l'objet d'étude (Seifbarghy et Samadi 2014). En ce qui concerne le cas d'un IRP à période unique et une demande stochastique, voir (Dror et Ball 1987; Juan et al. 2014). Pour le cas multi-périodes, une étude s'est intéressée à une classe de problèmes d'IRP dans laquelle, il y a plusieurs fournisseurs et une usine dans le domaine de chaîne d'approvisionnement de pièces automobiles (Lee, Bozer, et White III 2003). C'est un problème multi-produits, multi-périodes, multifournisseurs dans un réseau de fourniture de pièces d'une seule usine d'assemblage sur un horizon de planification fini. Dans leur modèle, chaque fournisseur fournit un produit distinct. L'étude avait pour objectif de minimiser le coût total des tournées de véhicules et de stockage sur l'horizon de planification. Pour sa résolution, le problème a été subdivisé en deux sous-problèmes. On a, d'une part, un

problème de tournées de véhicules, et d'autre part, un problème de contrôle de stockage. Ils ont formulé le problème sous la forme d'un programme mixte en nombres entiers. Après résolution, les auteurs ont souligné que la solution optimale est dominée par le coût du transport et n'est pas sensible au coût unitaire de stockage. D'autres cas de problèmes multi-périodes ont également été étudiés dans (Aziz et Mom 2007; Lee, Bozer, et White III 2003; N.H. Moin, Salhi, et Aziz 2011; Noor Hasnah Moin et Halim 2012; R. Ribeiro et Lourenço 2005; 2005).

1.5.3.4 Politiques de distribution

a) livraison fractionnée

La livraison fractionnée (*Split Delivery*) a d'abord été introduite par Dror et Trudeau (Dror et Trudeau 1989) pour le VRP en assouplissant la contrainte du VRP selon laquelle chaque client est servi par un seul véhicule par période. Cela permet une meilleure utilisation des véhicules, réduisant ainsi les coûts de transport, surtout si la demande moyenne des clients n'est pas trop faible par rapport à la capacité du véhicule (10% ou plus). Cependant, il convient de noter qu'une telle flexibilité ajoute de façon évidente de la complexité au problème. Des chercheurs (Y. Yu, Chen, et Chu 2008) ont proposé une approche hybride pour résoudre une IRP de grande taille. Un modèle approché d'IRP incorporant le *Split Delivery* pour un seul produit sur plusieurs périodes avec une demande déterministe a été proposé. Ils ont conçu une méthode de relaxation lagrangienne pour générer une bonne solution qui est ensuite utilisée pour construire une solution quasi optimale de l'IRP par la résolution d'une série de problèmes d'affectation.

b) transbordement

Introduit par Coelho, le concept de transbordement (*Cross Docking*) dans le cadre du IRP implique que les marchandises peuvent être expédiées à un client, soit directement du fournisseur, soit d'un autre client. Cela se produit, par exemple, entre des magasins appartenant à la même chaîne qui peuvent expédier des marchandises les uns aux autres lorsque des variations de demandes imprévues se produisent (Coelho, Cordeau, et Laporte 2012b). Dans ce travail d'introduction, les auteurs ont proposé un modèle de IRP avec transbordement entre le fournisseur et les clients ou entre clients grâce à un unique véhicule du fournisseur et un autre véhicule d'un sous-traitant externe. Les mêmes auteurs ont développé un algorithme exact pour la résolution d'un IRP Multi-véhicules avec transbordement (Coelho et Laporte 2013b). Des modèles Multi-périodes, multi-produits pour un IRP ont également été proposés pour le problème de IRP avec transbordement (S. M. J. Mirzapour Al-e-hashem et Rekik 2014), (Seyed M.J. Mirzapour Al-e-hashem, Rekik, et Mohammadi Hoseinhajlou 2017). Ces modèles

incorporent les avantages de transbordement et sont beaucoup axés sur la réduction du gaz à effet de serre.

c) Politiques de réapprovisionnement (VMI, RMI, CMI)

Plusieurs études de la revue de littérature se sont focalisées sur l'aspect pratique des VMI et analyse de sa performance. La mise en œuvre du VMI dans le cas d'une compagnie multinationale à Hong Kong spécialisée dans la fabrication et la distribution des composants électroniques a été étudiée par (Z. Yu, Yan, et Edwin Cheng 2001). Dans cette étude, les clients du réseau de distribution sont principalement basés en Europe. D'autres implémentations de VMI ont fait l'objet d'études dans une industrie d'épicerie Taiwanaise (Tyan et Wee 2003), ainsi que dans une entreprise électronique (Kuk 2004). Pour plus d'informations sur la l'analyse des avantages obtenus par l'introduction des initiatives de collaboration du VMI, voir (Arshinder, Kanda, et Deshmukh 2008; Kuk 2004; Lyu, Ding, et Chen 2010; Marquès et al. 2010; Sari 2008; Wadhwa et al. 2010). Une étude présentant un réseau de distribution mixte a mis en évidence l'application de la politique VMI et CMI (Rita Ribeiro et Ramalhinho-Lourenço 2003). Les auteurs ont présenté un réseau de distribution dans lequel il y a deux types de clients. On a, d'une part, les clients ayant adopté une politique de réapprovisionnement de type CMI avec une demande déterministe à satisfaire. Ces clients déterminent le montant à livrer et le jour où les produits doivent être livrés, le distributeur n'est donc pas responsable des coûts de stockage de ces clients. D'autre part, il y a les clients qui appliquent la pratique du VMI avec une demande stochastique. Les livraisons de produits pour les clients VMI sont déterminées par le distributeur qui est également responsable à la fois du coût de possession des stocks et du coût de rupture de stock chez ces clients. Les auteurs ont utilisé une heuristique de recherche locale itérative pour déterminer les itinéraires de livraison pour tous les clients et les quantités à livrer pour ces clients. Les résultats montrent que ce modèle intégré donne de meilleures performances que son homologue non-intégré. Pour une comparaison entre le VMI et le CMI, voir (Claudia Archetti et Speranza 2016).

1.6 Problème de production et de tournées de véhicules

1.6.1 Description du PRP

Le PRP est un modèle intégré de chaîne d'approvisionnement dans lequel les décisions de productions (quand produire), de stockage (combien stocké), de distribution (quand et combien

envoyer à chaque client) et de livraison (l'ordre de visite de chaque client) sont prises conjointement afin de réduire de façon considérable le coût total impliquant ces décisions. Il peut donc être vu comme un système d'intégration et de coordination de deux modèles de base qui sont le LSP et le VRP ou comme un problème de IRP dans lequel les décisions de LSP sont prises en compte. Les bienfaits d'un tel système intégré et coordonné de chaîne d'approvisionnement ont été analysés pour la première fois par Chandra et Fisher (Chandra 1993; Chandra et Fisher 1994). Les auteurs ont montré qu'il était possible de faire des économies allant de 3% à 20% sur le coût total par rapport à une résolution successive du LS puis du VRP. En plus des caractéristiques du VRP et du IRP, un réseau de production et de distribution du PRP contient une unité de production. L'activité de production peut entraîner des coûts fixes et (ou) des coûts variables de productions. Le coût fixe de production est l'ensemble des coûts liés à la préparation du système de production pour entamer la production d'une quantité donnée de produits à une date donnée. Le coût variable de production est la somme des coûts proportionnels à la quantité de biens produite à chaque fois qu'il y a production pendant une période. Comme dans un problème d'IRP, les stocks sont comptabilisés si un dépôt est associé à l'unité de production. Une approche d'intégration du LSP et de la livraison directe par un ou des véhicules a été étudiée par un certain nombre de chercheurs. Dans ce modèle, la demande des clients est satisfaite par une livraison directe depuis l'usine comme l'illustre la Figure 1.8. Pour des cas d'études sur ce modèle d'intégration, voir (Chand et al. 2007; Jaruphongsa, Çetinkaya, et Lee 2007; Li, Hsu, et Xiao 2004; Melo et Wolsey 2012; Rizk, Martel, et Ramudhin 2006; van Norden et van de Velde 2005). Dans un modèle de LSP avec livraisons directes, les décisions de routage des véhicules ne sont pas prises en compte. Cette insuffisance a donc conduit les chercheurs à se pencher sur un système parfaitement intégré et prenant en compte de façon simultanée les décisions de production, de stockage, de distribution et des tournées de véhicules. Ce problème cumule à lui seul les hypothèses du LSP et du IRP. Dans le PRP un véhicule qui sort de l'usine peut visiter plus d'un client avant de retourner à l'usine.

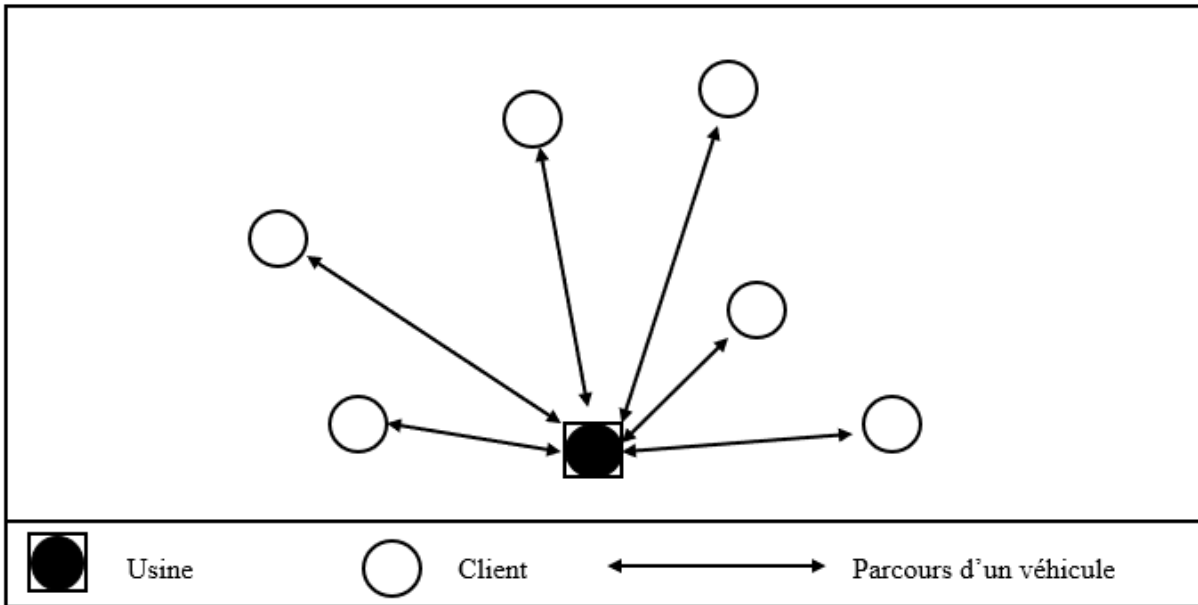


Figure 1. 8: Intégration du LSP et de la livraison directe

La Figure 1.9 montre une description graphique d'un réseau de distribution dans un PRP sur un horizon de planification de trois jours avec l'utilisation d'un seul véhicule.

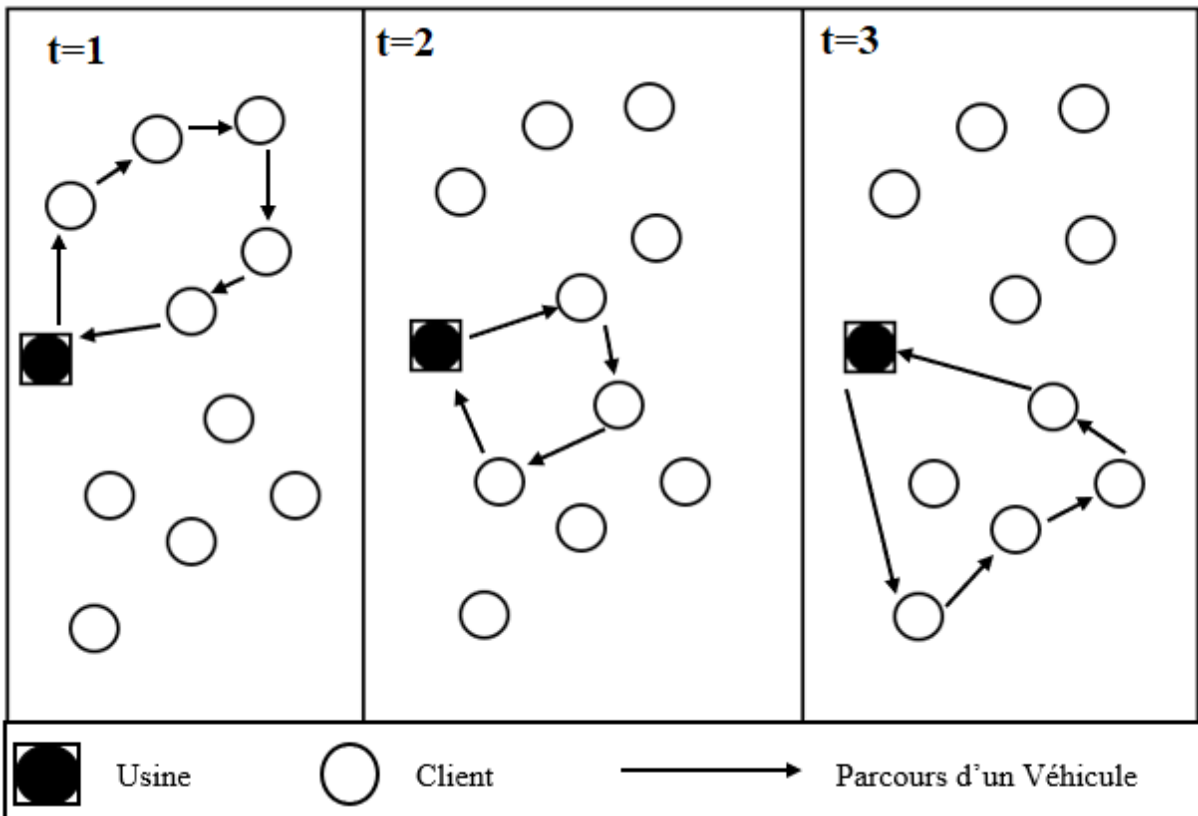


Figure 1. 9 : Réseau de distribution dans un PRP

1.6.2 Formulations mathématiques du PRP

1.6.2.1 Formulation sans indice de véhicule (deux indices) :F|nk

Le réseau de distribution d'un PRP est modélisé comme un graphe complet $G = (N, A)$ dans lequel N représente l'ensemble formé par l'usine et les clients avec pour indice $i \in \{0 \dots n\}$ et $A = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j\}$ l'ensemble des arcs. L'usine est représentée par 0 et l'ensemble des clients est représenté par $N_c = N / \{0\}$. Un seul type de produit est fabriqué par l'usine pour être ensuite livré aux clients par une flotte homogène de véhicules sur un horizon de planification discret et fini. Les éléments caractéristiques du réseau peuvent être modélisés comme suit :

Ensembles

N : l'ensemble des nœuds (usine et clients) du réseau de distribution. $N = \{0, \dots, n\}$;

N_c : l'ensemble des clients. $N_c = N / \{0\} = \{1, \dots, n\}$;

K : l'ensemble des véhicules de la flotte. $K = \{1, \dots, m\}$. Une flotte de m véhicules ;

T : horizon de planification. $T = \{1, \dots, l\}$. Une horizon de planification de l périodes ;

Paramètres

u coût unitaire de production ;

f coût fixe de production ;

h_i coût unitaire de stockage pour le produit i ;

c_{ij} coût de transport du nœud i au nœud j ;

d_{it} la demande du client i à la période t ;

C capacité de production de l'usine ;

Q capacité maximale du véhicule ;

L_i capacité maximale ou visée de stockage au nœud i ;

I_{i0} stock initial disponible au nœud i .

Variables de décisions

p_t : quantité produite pendant la période t ;

I_{it} : niveau des stocks au nœud i pendant la période t ;

y_t : variable binaire égale à 1 s'il y a production à l'usine ou 0 sinon ;

Z_{0t} : détermine le nombre de véhicules qui quitte l'usine dans la période t ;

Z_{it} : variable binaire, égale à 1 si le client i est visité pendant la période t et 0 sinon ;

x_{ijt} : variable binaire, égale à 1 si un véhicule voyage directement de i vers j pendant la période t ;

q_{it} quantité livrée au client i pendant la période j ;

w_{it} charge du véhicule avant la livraison au client i pendant la période t ;

$$M_t = \min \{ C, \sum_{j=t}^l \sum_{i \in N_c} d_{ij} \} ;$$

$$\widetilde{M}_{it} = \min \{ L_i, Q, \sum_{j=t}^l d_{ij} \} ;$$

Formulation de base issue des travaux de (Bard et Nananukul 2009b; 2010; Adulyasak, Cordeau, et Jans 2015a).

$$(PRP1) \min \sum_{t \in T} (up_t + fy_t + \sum_{i \in N} h_i I_{it} + \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ijt}) \quad (1.57)$$

S. T

$$I_{0,t-1} + p_t = \sum_{i \in N_c} q_{it} + I_{0t} \quad \forall t \in T \quad (1.58)$$

$$I_{it-1} + q_{it} = d_{it} + I_{it} \quad \forall t \in T \quad (1.59)$$

$$. p_t \leq M_t y_t \quad \forall t \in T \quad (1.60)$$

$$. I_{0t} \leq L_0 \quad \forall t \in T \quad (1.61)$$

$$. I_{it-1} + q_{it} \leq L_i \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.62)$$

$$q_{it} \leq \widetilde{M}_{it} z_{it} \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.63)$$

$$. \sum_{j \in N} x_{ijt} = z_{it} \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.64)$$

$$. \sum_{j \in N} x_{jit} + \sum_{j \in N} x_{ijt} = 2 z_{it} \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (1.65)$$

$$. z_{0t} \leq m \quad \forall t \in T \quad (1.66)$$

$$. w_{it} - w_{jt} \geq q_{it} - \widetilde{M}_{it}(1 - x_{ijt}) \quad \forall (i, j) \in A, \forall t \in T \quad (1.67)$$

$$0 \leq w_{it} \leq Q z_{it} \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.68)$$

$$. p_t, I_{it}, q_{it} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (1.69)$$

$$. y_t, x_{ijt} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N, \forall t \in T \quad (1.70)$$

$$. z_{it} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.71)$$

$$. z_{0t} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall t \in T \quad (1.72)$$

Dans la formulation sans indice de véhicule du PRP, l'expression (1.57) désigne la fonction objective. Elle est la somme des coûts de production, de mise en course, de stockage et du transport. Les équations (1.58) et (1.59) désignent respectivement les équations de gestion de

stock à l'usine et chez les clients. Les contraintes (1.60) permettent de déterminer la quantité produite à l'usine lorsqu'il y a production. Les inéquations (1.61) et (1.62) permettent de limiter les quantités maximales pouvant être stockées respectivement à l'usine et chez les clients. Les contraintes (1.63) indiquent qu'une quantité positive est livrée au client si celui-ci est visité à une période t . Les équations (1.64) traduisent que chaque client est visité au plus une fois par période. Les équations (1.65) régulent le flux de véhicules qui rendent visite à un client à une période donnée. Les contraintes (1.66) limitent le nombre de véhicules sortant de l'usine à chaque période, ce nombre doit être inférieur au nombre maximal de véhicules m . Les inégalités (1.67) sont les restrictions de chargement des véhicules et contraintes d'élimination de la sous-tours sous la forme des inégalités Miller-Tucker-Zemlin (Miller, Tucker, et Zemlin 1960). Les contraintes (1.68) sont les contraintes de limitation de la charge des véhicules. Les contraintes (1.69), (1.70), (1.71) et (1.72) permettent de définir les variables de décision. Dans la littérature, les équations (1.67) et (1.68) sont le plus souvent remplacées par d'autres équations d'élimination de sous-tours. Nous avons par exemple les contraintes d'élimination de sous-tours proposées par (Adulyasak, Cordeau, et Jans 2014a). Ces équations se présentent comme suit :

$$Q \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijt} \leq \sum_{i \in S} (Qz_{it} - q_{it}), \forall S \subseteq N_c, |S| \geq 2, \forall t \in T \quad (1.73)$$

Cependant l'utilisation de ce type d'équation augmente la taille du problème à cause du nombre de sous ensemble S à évaluer.

1.6.2.2 Formulation avec indices des véhicules (trois indices) :F|k

Dans la formulation avec indice de véhicule, les variables q_{ikt} , z_{ikt} et x_{ijkt} gardent leurs interprétations respectivement par rapport aux variables q_{it} , z_{it} et x_{ijt} . Les contraintes d'élimination de sous-tours (1.67) et (1.68) sont remplacées par les contraintes (1.83). La formulation du PRP avec indice de véhicule ci-dessous est basée sur les travaux de (Mourad Boudia, Louly, et Prins 2008; M. Boudia, Louly, et Prins 2007).

$$(PRP2) : \min \sum_{t \in T} (up_t + fy_t + \sum_{i \in N} h_i I_{it} + \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \sum_{k \in K} x_{ijkt}) \quad (1.74)$$

S. C

$$I_{0,t-1} + p_t = \sum_{i \in N_c} \sum_{k \in K} q_{ikt} + I_{0t} \quad \forall t \in T \quad (1.75)$$

$$I_{it-1} + \sum_{k \in K} q_{ikt} = d_{it} + I_{it} \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.76)$$

$$p_t \leq M_t y_t \quad \forall t \in T \quad (1.77)$$

$$I_{0t} \leq L_0 \quad \forall t \in T \quad (1.78)$$

$$I_{it-1} + \sum_{k \in K} q_{ikt} \leq L_i \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.79)$$

$$q_{ikt} \leq \widetilde{M}_{it} z_{ikt} \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.80)$$

$$\sum_{k \in K} z_{ikt} = 1 \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (1.81)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jikt} + \sum_{j \in N} x_{ijkt} = 2 z_{ikt} \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (1.82)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijkt} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq N_c, |S| \geq 2, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (1.83)$$

$$\sum_{i \in N_c} q_{ikt} \leq Q z_{0kt} \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (1.84)$$

$$p_t, I_{it}, q_{ikt} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (1.85)$$

$$y_t, x_{ijkt}, z_{ikt} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (1.86)$$

1.6.2.3 Variantes du PRP

La version classique du PRP consiste à satisfaire la demande de plusieurs clients sur l'horizon de planification à moindre coût sans rupture de stock chez les clients. Cependant, plusieurs cas réels de gestion des stocks impliquent la prise en compte de la possibilité de rupture de stock chez le client. Cela se traduit le plus souvent par des commandes en souffrances (arriérée de commandes) chez les clients. Ces pénuries temporaires de produit peuvent être exprimées par des coûts d'attente en fonction de la tolérance de chaque client. Ce problème de production et de tournées de véhicules avec arriérés ou demande en souffrance est connu sous le nom de PRP *with Backlogging* (PRPB) ou PRP *with Backordering* (PRP-B). Dans une étude du PRP-B (Chand et al. 2007, 20), les auteurs ont étudié un problème de dimensionnement de lots dynamique avec prise en compte du coût d'arriéré dépendant du client et du coût de distribution des produits. Une autre étude avec pénalisation des demandes en souffrance après rupture de stock a été conduite par (Brahimi et Aouam 2016). Le modèle multi-produits a été présenté par (Zhang et al. 2017). Une étude basée sur la pratique d'une grande entreprise Européenne a conduit des chercheurs à proposer un modèle de planification de chaîne d'approvisionnement dans lequel, la production de plusieurs types de produits et la signature de contrats de réservation de capacité sont prises en compte (van Norden et van de Velde 2005). Dans ce modèle, une capacité de transport des produits est réservée pour chaque période de l'horizon de planification à un prix garanti. Cependant, si la capacité nécessaire au transport des produits d'une période dépasse la capacité réservée, alors une capacité de transport suffisante est contactée sur le marché à un prix plus élevé que le prix garanti. En plus, de l'objectif de

minimisation du coût global de production, de stockage et de distribution, certaines études prennent en compte d'autres objectifs supplémentaires faisant de ces études des modèles multi-objectifs. Parmi ces études, un modèle bi-objectif a été proposé par (Casas-Ramírez et al. 2018). Les auteurs ont proposé un modèle de planification de chaîne d'approvisionnement dans lequel, équilibrer la charge de travail entre les usines et les dépôts est pris en compte en plus de l'objectif habituel de minimisation des coûts. Un autre modèle bi-objectif a été proposé par (Jamshidi, Fatemi Ghomi, et Karimi 2012) pour la planification d'une chaîne d'approvisionnement dans laquelle l'accent a été particulièrement mis sur la réduction des gaz à effet de serre. Les objectifs du problème ont été de réduire, d'une part, les émissions de dioxyde de carbone et de monoxyde de carbone par les véhicules et l'usine, et d'autre part, le coût de production, de stockage et de distribution. Un modèle bi-objectif avec prise en compte de l'empreinte carbone a également été proposé par (Kumar et al. 2016). Dans leur étude, la réduction des émissions est équivalente à une réduction de la consommation en carburant. La prise en compte de l'empreinte carbone a également été étudiée par (Qiu, Qiao, et Pardalos 2017), cependant les auteurs ont agrégé au coût global de production, de stockage et de distribution, une structure de coût liée au flux des véhicules pour éviter de résoudre un problème multi-objectifs. Les modèles avec plusieurs usines ont été examinés par (Bhatnagar, Chandra, et Goyal 1993; Chan, Chung, et Wadhwa 2005; Varthanan, Murugan, et Kumar 2010). Pour les modèles avec fenêtre de temps, voir (Fu, Aloulou, et Triki 2017; Kumar et al. 2016; Vahdani, Niaki, et Aslanzade 2017). Un modèle de production, de stockage et de distribution avec prise en compte de la collecte et livraison (*Pickup and Delivery*) a été proposé par (Qiu, Ni, et al. 2018a). Dans ce travail, chaque client possède une demande de livraison d'un nouveau produit et une demande de collecte d'un produit pour la fabrication d'un autre produit. Le but de l'étude a été de minimiser le coût global de production, de stockage et de distribution de tous les produits. C'est un modèle avec centre de transformation multiple (transformation et retransformation), multi-clients avec des flottes de véhicules hétérogènes. Une extension du modèle classique du PRP dans laquelle, il y a production de plusieurs produits différents a été étudiée par (Qiu, Wang, et al. 2018b). Dans ce travail, les auteurs ont utilisé une flotte homogène pour la livraison des produits. Un problème de production et de tournées de véhicules stochastique a été présenté par (Adulyasak, Cordeau, et Jans 2015b). Les auteurs ont étudié l'incertitude de la demande en subdivisant le processus global de prise de décision en deux étapes. Dans la première étape, il se sont focalisés sur les décisions de planification de la mise en course de l'unité de production et des visites des clients. Puis dans la deuxième étape, ils ont déterminé les quantités produites et livrées à chaque client. Tandis que la plupart des travaux

se focalisent sur la distribution des produits, des études dans le domaine du montage de véhicules se sont concentrées sur la collecte des pièces détachées chez plusieurs fournisseurs pour approvisionner le dépôt d'une usine de montage de véhicules (Chitsaz, Cordeau, et Jans 2019; 2020). Ce problème est connu sous le nom de problème d'assemblage et de tournées de véhicules ou *Assembly Routing Problem* (ARP). Dans ces études, les auteurs ont proposé un modèle de planification conjointe de la collecte des pièces chez les fournisseurs et de l'assemblage des produits finis capables de répondre aux contraintes de stockage imposées par la production.

1.7 Approche de Résolution du PRP

Plusieurs approches ont été proposées pour la résolution des problèmes de production et de tournées de véhicules. Malgré la complexité non polynomiale de ces problèmes, des algorithmes de résolution exacte ont été proposés pour des problèmes de tailles faibles et moyennes. Plusieurs heuristiques et métaheuristiques permettant d'obtenir rapidement des solutions réalisables non-forcément optimales pour le PRP ont également été proposées pour la résolution des problèmes de grande taille. Dans la présente section, nous proposons une revue de littérature des méthodes de résolution du problème de production et de tournées de véhicules. La section est organisée de la façon suivante : la sous-section 1.7.1 présente les méthodes exactes de résolution du PRP et la sous-section 1.7.2 décrit les méthodes approchées utilisées pour résoudre le problème.

1.7.1 Méthode de résolution Exacte

Les algorithmes exacts sont des algorithmes qui sont réputés pour garantir une solution optimale à un problème d'optimisation combinatoire donné tout en prouvant l'optimalité de la solution (Puchinger et Raidl 2005). Cependant, le temps de calcul de ces méthodes exactes croît de façon spectaculaire avec la taille des instances. Pour les problèmes difficiles tels que les problèmes intégrés de production et de tournées de véhicules qui conduisent à une explosion combinatoire, seules les instances de tailles relativement petites peuvent être résolues par les méthodes exactes. Les méthodes de résolution exactes mises à contribution pour la résolution des problèmes de production et de tournées de véhicules sont les suivantes :

1.7.1.1 Relaxation Lagrangienne (RL)

La Relaxation Lagrangienne est une méthode de résolution exacte qui consiste à dualiser des contraintes d'un problème à l'aide des multiplicateurs lagrangiennes et de décomposer le

problème en sous-problèmes capables d'être résolus plus facilement. Dans sa forme basique, elle est présentée comme suit : Soit (P), le problème d'affectation généralisé formulé sous la forme du programme en nombres entiers suivant :

$$Z = \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1.87)$$

s. c

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, j = 1, \dots, n. \quad (1.88)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} \leq b_i, i = 1, \dots, m. \quad (1.89)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \forall i \in \{1, \dots, m\} \text{ et } \forall j \in \{1, \dots, n\} \quad (1.90)$$

Dans ce problème, les paramètres c_{ij} , a_{ij} sont des matrices $m \times n$ et b_i est une matrice $m \times 1$. Chaque x_{ij} est une variable binaire. L'égalité (1.87) est la fonction objectif. Les contraintes (1.88) représentent l'ensemble des contraintes d'égalités du problème et les contraintes (1.89) représentent l'ensemble des contraintes d'inégalités du problème. Dans ce modèle où la structure des contraintes est partitionnée en contraintes d'égalité et contraintes d'inégalité, deux modèles naturels de relaxation lagrangienne peuvent être formulés en dualisant les contraintes d'égalité d'une part, ou en dualisant les contraintes d'inégalité d'autre part. La dualisation d'une contrainte consiste à l'ajouter à la fonction objectif grâce aux multiplicateurs lagrangien. La premier RL peut donc être obtenue en dualisant les contraintes d'égalités (1.88).

$$Z_{D1}(u) = \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} + \sum_j^n u_j (\sum_{i=1}^m x_{ij} - 1) \quad (1.91)$$

s. c (1.89) et (1.90).

D'où

$$Z_{D1}(u) = \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (c_{ij} + u_j) x_{ij} - \sum_j^n u_j \quad (1.91)$$

s. c (1.89) et (1.90).

Cette RL réduit le problème initial (P) à m 0-1 problème de sac à dos capable d'être résolu en un temps proportionnel à $n \sum_{j=1}^m b_j$. La deuxième RL s'obtient en dualisant les contraintes d'inégalité (1.89).

$$Z_{D2}(v) = \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^m v_i (\sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} - b_i) \quad (1.92)$$

s. c (1.88), (1.90) et $v \geq 0$.

D'où

$$Z_{D2}(v) = \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (c_{ij} + v_i a_{ij}) x_{ij} - \sum_{i=1}^m v_i b_i \quad (1.92)$$

s. c (1.88), (1.90) et $v \geq 0$.

Outre les contraintes d'égalité ou d'inégalité, cette dualisation des contraintes peut également s'appliquer aux contraintes violées lors de la procédure de résolution d'un programme en nombre entier (Fisher 1981). Pour plus de détails sur l'utilisation de la Relaxation Lagrangienne dans la résolution des problèmes généraux d'optimisation combinatoire, voir (Shapiro 1979; 1971). Dans le domaine de la planification conjointe de la production, du stockage et de la distribution, la Relaxation Lagrangienne a été utilisée par (Fumero et Vercellis 1999), pour la résolution d'un problème intégré de LSP et de VRP. La chaîne d'approvisionnement consiste en une unité de production (usine) qui produit plusieurs produits qu'elle livre aux clients, aux détaillants et aux dépôts périphériques afin de satisfaire des demandes déterministes. Les coûts aux dépôts sont constitués par un coût variable, fonction de la quantité produit et un coût fixe de mise en course lié à la préparation de l'unité de production pour effectuer la production d'une période. En plus des coûts de productions, il y a également les coûts de stockages et les coûts de distribution des produits. Avec la RL, les auteurs ont décomposé le problème en quatre sous-problèmes. Parmi ces sous-problèmes, nous avons le problème de production ou LSP (PROD) pour déterminer quand et combien produire, le problème de distribution (DIS) pour déterminer la quantité du type de produit à apporter à chaque client dans le respect de sa capacité de stockage, le problème de stockage (INV) et le problème de routage des véhicules (ROU) dans le réseau de distribution. Pour résoudre ces sous problèmes, les auteurs ont utilisé une procédure d'inspection pour résoudre le sous-problème PROD ; puis, ils ont utilisé une procédure gloutonne pour le sous-problème INV. Le sous-problème DIS a été résolu avec un solveur de programmation linéaire et le sous-problème ROU a été résolu par l'utilisation des techniques de la programmation linéaire par sa relaxation en un problème de coût minimum du réseau. Des tests sur des instances aléatoirement générées et portant sur un nombre de périodes $T \in \{5,8\}$, un nombre de produit $J \in \{5,7,10\}$ et le nombre de clients $W \in \{8,10,12\}$ ont permis de mettre en évidence, l'efficacité de la RL sur une résolution heuristique avec un écart d'optimalité moyen de 5.5%.

1.7.1.2 Branch and cut (B&C)

le B&C est une procédure de Séparation et d'Evaluation Progressive (*Branch and Bound*) à laquelle on inclut une génération de coupes. C'est la méthode la plus utilisée parmi les méthodes

exactes de résolution du PRP. Il a été utilisé pour résoudre un problème de PRP dans lequel, la capacité du véhicule et la capacité de production de l'usine n'ont pas été prises en compte (Ruokokoski et al. 2010). Pour le modèle avec la prise en compte de la capacité d'un unique véhicule utilisé pour le transport d'un seul type de produit et dans lequel la capacité de production n'est pas prise en compte, voir (Claudia Archetti et al. 2011). Le modèle avec un véhicule a été étendu au modèle avec utilisation de plusieurs véhicules par (Adulyasak, Cordeau, et Jans 2014b). Qiu et al., ont récemment présenté trois algorithmes de B&C pour faire face à divers problèmes de PRP. Le premier est un problème de PRP dans lequel, la logistique inverse et la remise à neuf sont considérées (Qiu, Ni, et al. 2018b). Le deuxième est un problème de production et de distribution de produits périssables (Qiu, Qiao, et Pardalos 2018). Enfin, le troisième problème est un problème de production de plusieurs types de produits avec l'utilisation de plusieurs véhicules homogènes avec la prise en compte du coût de mise en course lorsqu'il y a production ou lorsqu'on passe de la production d'un produit à un autre (Qiu, Wang, et al. 2018b). La phase cruciale dans la mise en œuvre d'un algorithme exact réside dans l'élimination des sous-tours dans le parcours des véhicules. Un sous tour dans un problème de VRP, IRP ou de PRP est la tournée d'un véhicule dans laquelle chaque client est visité une seule fois (c'est-à-dire être Hamiltonien) sans que la tournée ne passe par le dépôt de distribution. Pour la suppression de ces sous-tours, des contraintes supplémentaires appelées contraintes d'élimination des sous-tours ou Subtour Elimination Constraints (SEC) sont formulées et ajoutées au modèle mathématique du problème étudié. On appelle séparation des SEC, le processus d'élimination des sous-tours dans le parcours d'un véhicule. Trois méthodes ou libraires ont été proposées pour la séparation exacte ou heuristique des SEC. Parmi ces méthodes, nous avons quatre heuristiques développées à la base pour la résolution du problème de VRP avec prise en compte de la capacité du véhicule (CVRP) (Lysgaard, Letchford, et Eglese 2004) ; une séparation exacte par l'utilisation de la coupe S-T minimale de la librairie concorde ainsi qu'une approche heuristique développée par (D. Applegate et al. 2011; 2005) et une approche 'polyhedrale' de séparation des SEC proposée dans (Padberg et Rinaldi 1991). Les algorithmes exacts utilisés pour la résolution des PRP utilisent dans la plupart des cas, l'une de ces approches de séparation des SEC. Le Tableau 1.1 présente les travaux sur l'utilisation des méthodes exactes de résolution ainsi que le type de formulation mathématique du modèle et la méthode de séparation utilisée. La notation $F|k$ désigne la formulation avec indice de véhicule et la formulation $F|nk$ désigne la formulation sans indice de véhicule. Ces notations peuvent être enrichies par la précision du type de politique d'approvisionnement utilisé dans la formulation mathématique du modèle. Ainsi, avec la politique de réapprovisionnement OU, on

peut obtenir les notations du type $F(OU)|k$ et $F(OU)|nk$ et les notations du type $F(ML)|k$ et $F(ML)|nk$ pour les politiques de réapprovisionnement ML. Voir (Adulyasak, Cordeau, et Jans 2014b) pour les détails sur la notation des formulations mathématiques.

Tableau 1. 1: Procédures d'élimination des sous-tours

Travaux	Modèle	Méthode de résolution	Méthode de séparation utilisée
(Ruokokoski et al. 2010)	$F nk$	B&C	(D. L. Applegate et al. 2007) et (D. Applegate et al. 2005)
(Claudia Archetti et al. 2011)	$F nk$	B&C	(Padberg et Rinaldi 1991)
(Adulyasak, Cordeau, et Jans 2014b)	$F k$ et $F nk$	B&C	(D. Applegate et al. 2011)
(Qiu, Ni, et al. 2018b)	$F k$	B&C	(Lysgaard, Letchford, et Eglese 2004)
(Qiu, Qiao, et Pardalos 2018)	$F nk$	B&C	(Lysgaard, Letchford, et Eglese 2004)
(Qiu, Wang, et al. 2018b)	$F nk$	B&C	(Lysgaard, Letchford, et Eglese 2004)
(Adulyasak, Cordeau, et Jans 2015b)	$F k$	Décomposition de Bender	(D. Applegate et al. 2011)

1.7.1.3 Branch and Price (B&P)

Le B&P est une méthode de résolution exacte permettant d'inclure au schéma classique de l'algorithme de Branch and Bound (B&B), la décomposition de Dantzig-Wolfe (George B. Dantzig et Wolfe 1960) par la prise en compte des variables entières plus connue sous le nom de génération de colonne (Barnhart et al. 1998; Vanderbeck et Wolsey 1996; Vanderbeck 2000). Comme la Relaxation Lagrangienne, la génération de colonne est particulièrement efficace quand il est possible de partitionner l'ensemble des contraintes en sous-ensembles de contraintes permettant de définir les sous-problèmes du problème global. Ainsi, le problème global est reformulé en un problème-maître restreint dont la solution est utilisée pour résoudre les sous-problèmes relatifs à chaque sous-ensemble de contraintes de façon itérative. Dans le domaine des problèmes de la production et de tournées de véhicules (PRP), le B&P a été utilisé par (Bard et Nananukul 2010). Les auteurs ont reformulé le problème global en un problème-maître restreint prenant en compte, les décisions de production et de stockage. Puis, ils ont

décomposé le problème de tournées de véhicules (VRP) multi-périodes en sous-problèmes VRP par période (*Single Period VRP (SVRP)*). Des tests sur des instances allant à 10 clients sur 6 périodes et 5 véhicules ont permis de mettre en évidence, un écart d'optimalité en hausse de 0.43% par rapport à la résolution du modèle global.

1.7.2 Méthodes Approchées de résolution

1.7.2.1 Méthodes heuristique

Dans la résolution des problèmes d'optimisation combinatoire, une heuristique est une stratégie intuitive ou basée sur l'expérience permettant d'explorer de façon intelligente, l'espace des solutions afin d'obtenir la meilleure solution approchée possible sur un temps de calcul raisonnable. Dans la pratique, on utilise une heuristique lorsque l'obtention d'une bonne solution rapide est plus pertinente que de trouver la meilleure solution sur un temps de calcul excessif. Plusieurs heuristiques ont été proposées pour le problème de production et de tournées de véhicules.

a) Heuristique de décomposition

Une heuristique de décomposition consiste à découper le problème global en sous-problèmes résolus de façon séquentielle. Une des premières stratégies de composition proposée dans les problèmes de PRP est celui de (Chandra 1993; Chandra et Fisher 1994) pour la résolution d'un PRP prenant en compte, la fabrication de plusieurs types de produits. Les auteurs ont décomposé le PRP en deux sous-problèmes de CLSP et de VRP. Ils ont ensuite résolu le LSP à l'optimal et ont utilisé une heuristique avec une procédure de 3-opt (Lin 1965) pour résoudre le problème de VRP sur chaque période de l'horizon de planification. Une version plus améliorée de cette décomposition a été introduite par (Lei et al. 2006) pour la planification d'un PRP avec plusieurs usines et l'utilisation d'une flotte de véhicules hétérogènes pour le transport des produits. Les auteurs ont résolu le problème en deux étapes. Dans la première étape, ils ont résolu un problème de LSP en y ajoutant la décision de livrer directement les clients depuis les usines. Dans la deuxième phase, ils ont utilisé une heuristique de résolution du VRP pour déterminer l'ordonnancement des visites de chaque client par chaque véhicule sur chaque période de l'horizon de planification. Des tests effectués sur des instances allant jusqu'à douze clients, deux véhicules et 4 périodes ont permis de mettre en évidence, l'efficacité de cette méthode de décomposition aussi bien en matière de qualité de la solution que du temps de calcul comparativement à la résolution du modèle global. Une autre stratégie de décomposition du problème consiste à déterminer les quantités produites de sorte qu'elles puissent couvrir les demandes des périodes avenir (Mourad Boudia, Louly, et Prins 2008). Dans le travail utilisant

cette méthode de décomposition, les auteurs ont utilisé l'algorithme de (Wagner et Whitin 1958) pour la résolution du LSP et ont utilisé les heuristiques d'échanges et de 3-opt pour la partie VRP. Des tests effectués sur des instances allant jusqu'à 200 clients sur 20 périodes ont permis de mettre en évidence, une réduction du coût global de production et distribution variant entre 10% et 15 % par rapport à la première méthode de décomposition dite de type H1.

b) Heuristique basée sur la Programmation Mixte en Nombre Entier (PMNE ou MIP)

Une méthode de décomposition en sous-programmes mixtes en nombres entiers a été proposée par (Claudia Archetti et al. 2011) dans la comparaison des politiques d'approvisionnement OU et ML. Les auteurs ont décomposé le problème global en un ULSP et un IRP. Ils ont d'abord résolu le problème d'IRP de façon heuristique en fixant les quantités produites à la demande périodique. Puis, ils ont résolu le ULSP en transférant les quantités produites d'une période à une autre à la recherche d'une éventuelle amélioration du coût global de production et de distribution. Ils ont évalué la performance de leur algorithme en comparant ces résultats avec ceux des meilleurs résultats obtenus avec le B&C sur des instances de 14 clients sur 6 périodes. Il ressort de cette évaluation que l'algorithme mis en place pour résoudre la décomposition du problème en ULSP et IRP permet d'obtenir un écart d'optimalité de 1% par rapport à la méthode de B&C en un temps extrêmement court. Ils ont, en outre, montré que la politique de réapprovisionnement ML permettait d'obtenir des coûts globaux inférieurs à ceux obtenus avec la politique de réapprovisionnement OU sur des horizons de planification relativement courts. Les résultats obtenus avec la politique de réapprovisionnement ML sont toujours meilleurs que ceux obtenus avec la politique OU même si l'écart entre les deux coûts décroît avec le nombre de périodes de l'horizon de planification. Une version itérative de l'heuristique basée sur la programmation mixte en nombres entiers a été implémentée par (Absi et al. 2015) pour la résolution d'un PRP avec une politique de réapprovisionnement ML. Le réseau de production et de distribution est constitué d'une usine sans contrainte de capacité de production produisant un seul type de produit. La livraison est assurée par une flotte de véhicules homogènes à capacité limitée. Les auteurs ont résolu le problème en décomposant le problème global en deux sous problèmes. Le premier sous-problème consiste à résoudre un problème de LSP dans lequel, les quantités délivrées et les dates de visite de chaque client sur l'horizon de planification sont déterminées. Une fois les quantités produites, les quantités stockées, les quantités délivrées et les dates de livraison fixées, le deuxième sous-problème consiste à résoudre le TSP en déterminant un ordonnancement des visites des clients sur chaque période de l'horizon de planification. Ces deux sous-problèmes sont combinés dans un processus itératif jusqu'à ce que

le nombre maximal d'itérations soit atteint. A la fin de chaque processus itératif, un mécanisme de diversification est appliqué et le processus global est répété jusqu'à ce que le critère d'arrêt global soit atteint. Les résultats obtenus ont permis d'établir que la méthode itérative basée sur le MIP produit de meilleurs résultats que les algorithmes basés sur le MIP n'utilisant pas un processus itératif.

1.7.2.2 Métaheuristique de résolution

Les métaheuristiques sont des algorithmes d'optimisation combinatoire très souvent inspirées des processus naturels et qui utilisent d'autres heuristiques de recherche opérationnelles pour accroître leurs performances. Ils permettent de résoudre les problèmes difficiles pour lesquels il n'existe pas de méthode classique et performante de résolution. Les métaheuristiques sont spécialement conçues pour trouver la meilleure solution globale approchée possible à un problème d'optimisation complexe donnée. Ainsi, contrairement aux heuristiques, ils possèdent des mécanismes de diversification leur permettant d'éviter d'être bloqué dans un optimal local. Les différentes métaheuristiques utilisées pour l'optimisation des problèmes de production et de tournées de véhicules sont les suivantes.

a) Recherche à voisinage variable ou *Variable Neighborhood Search* (VNS)

La VNS est une méthode de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire basée sur l'exploration du voisinage de chaque meilleure solution de façon itérative (Mladenović et Hansen 1997). La VNS a été utilisé dans la résolution d'un problème intégré de production, de stockage, de distribution et de tournées de véhicules (Qiu, Wang, et al. 2018a). Pour la résolution de ce problème, les auteurs ont procédé en deux étapes. Dans la première phase qui consiste à construire une solution initiale, ils ont décomposé le problème en un problème de production et de livraison (quantité) résolu avec un écart d'optimalité de 1% par un solveur MIP et un problème de VRP résolu avec l'algorithme de (Clarke et Wright 1964). Après une amélioration de cette solution initiale, ils ont procédé à une amélioration itérativement par l'exploration du voisinage de chaque meilleure solution courante.

b) *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS)

Introduite par (Ropke et Pisinger 2006), l'ALNS est une métaheuristique utilisée pour la résolution des problèmes d'optimisation combinatoire. Elle est une adaptation de la méthode connue sous le nom de *Large Neighborhood Search* (LNS) introduite pour la première fois par (Shaw 1997). Dans la planification intégrée des chaînes d'approvisionnement, l'ALNS a été utilisée par (Adulyasak, Cordeau, et Jans 2014c) pour la résolution du PRP classique. Les auteurs ont utilisé les instances de (Claudia Archetti et al. 2011) et ceux de (M. Boudia, Louly,

et Prins 2007) pour évaluer l'efficacité de leur algorithme. Il s'agit des instances de 14, 50 et 100 clients sur 6 périodes et des instances de 50, 100 et 200 clients sur 20 périodes. Les résultats sur les instances d'Archetti et al., ont révélé un écart d'optimalité global de 0.91%. Une comparaison des heuristiques testées sur les instances de Boudia et al., ont permis de montrer que l'ALNS développée a amélioré les résultats sur 99% des instances.

c) Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP)

Introduite par (Feo et Resende 1995), le GRASP est une métaheuristique itérative. Chaque itération est de façon basique constituée de deux phases. Dans la première phase, une solution réalisable est construite. Cette solution n'est pas optimale, d'où l'introduction d'une deuxième phase de recherche locale permettant d'explorer le voisinage de la solution obtenue dans la première phase pour une éventuelle amélioration. Dans le domaine de la planification de la production et des tournées de véhicules (PRP), le GRASP a été utilisé par (M. Boudia, Louly, et Prins 2007) pour la résolution d'un problème de production, de stockage et de distribution. L'objectif de l'étude est de minimiser le coût global constitué par le coût de mise en course, de stockage et de distribution. Dans la première phase de construction de la solution initiale, un plan séquentiel de production et de livraison est généré. Les auteurs ont ensuite utilisé plusieurs heuristiques pour adapter les quantités produites à la demande et aux capacités de stockage. Ils ont, en outre, développé une heuristique économique pour déterminer les meilleures tournées dans le plan de distribution. Dans la deuxième phase, une recherche locale constituée de procédures d'insertions, d'échanges dans une même période, d'échanges entre période et du 3-opt ont été implémentées. Ils ont également utilisé une version réactive du GRASP et la version avec réorientation du parcours pour l'amélioration de la solution obtenue avec la version classique du GRASP. Des tests effectués sur 90 instances générées aléatoirement et comportant 50, 100 et 200 clients sur 20 périodes ont permis d'établir l'efficacité du GRASP sur les méthodes traditionnelles de décomposition.

d) Algorithme génétique (AG)

L'AG est une stratégie stochastique de résolution des problèmes d'optimisation complexes qui tire meilleure partie des concepts issus de la génétique naturelle et de la théorie de l'évolution. Dans une étude portant sur la planification de la production, des stocks et la distribution de plusieurs produits (Mak 1995, 95), les auteurs ont utilisé un AG pour la résolution du problème intégré de LSP et VRP. Ils ont, par ailleurs, proposé une programmation en nombres entiers pour la minimisation du coût total du système. Des tests effectués sur de petites instances ont permis de trouver un écart d'optimalité de 1.739% par rapport à la méthode de B&B. Un modèle

de chaîne d'approvisionnement multi-usines avec plusieurs clients a été proposé par (Chan, Chung, et Wadhwa 2005). Dans cette chaîne d'approvisionnement, les produits sont livrés directement de l'usine aux clients. Les auteurs ont développé un AG hybride pour faire face à la minimisation du coût global de production et de distribution. Ils ont utilisé un opérateur de croisement à plusieurs points de coupure. Ce nombre de points de coupure est égal à la longueur du chromosome divisée par 4 avec une probabilité de croisement de 15%. Une étude sur une chaîne d'approvisionnement à trois échelons (usine, dépôt et client) a été effectuée par (Behnam Fahimnia, Luong, et Marian 2012). C'est un modèle multi-produits, multi-usines, multi-dépôts avec plusieurs clients qui prend en compte, les coûts de rupture de stock. Les auteurs ont utilisé un algorithme génétique pour résoudre le problème. C'est une AG avec une structure chromosomique arborescente à trois niveaux. La méthode de sélection utilisée dans leur travail est une méthode de sélection par tournoi élitique. Pour ce qui concerne les opérateurs génétiques, ils ont utilisé une procédure de mutation multi-niveaux et multipoints avec une procédure de mutation non-uniforme et une procédure d'échange avec des taux respectifs de 0.6% ; 0.13% ; 0.1%. Un autre travail sur l'AG hybride pour la planification d'une chaîne d'approvisionnement à deux échelons (usine, client) multi-produits, multi-usines avec plusieurs clients sur un horizon de planification discret a été proposé par (Gen et Syarif 2005). Les auteurs ont utilisé une structure arborescente pour décrire le chromosome représentant une solution du problème (hst-GA). Ils ont utilisé un opérateur de mutation par inversion et un opérateur de croisement à un seul point de coupure pour la diversification de la population. Des tests effectués avec une probabilité de mutation de 0.2% et une probabilité de croisement de 0,4% ont permis d'établir que l'AG hybride avec une structure chromosomique arborescente (hst-AG) est plus préformante, que l'AG traditionnelle utilisant une structure chromosomique arborescente (st-AG).

e) Recherche taboue ou Tabu Search TS

La recherche taboue est une métaheuristique très efficace pour la résolution des problèmes d'optimisations complexe. Introduite par (Glover 1997), elle adopte une stratégie de recherche itérative avec exploration du voisinage de chaque solution à chaque itération. L'efficacité de la TS réside dans l'utilisation d'une liste dite taboue pour conserver les solutions déjà explorées dans le but de les "oubliées" dans la suite de la procédure de recherche afin d'éviter d'être bloqué dans un optimal local. Une TS a été utilisé pour résoudre un problème à deux échelons (usine, clients) dans une chaîne d'approvisionnement (Bard et Nananukul 2009a). C'est un problème avec une usine et plusieurs clients avec l'utilisation d'une flotte homogène pour le

transport des produits. Dans l'étude, les auteurs ont utilisé une TS avec une liste taboue de taille variable appelée TS réactive (*Reactive TS (RTS)*) pour résoudre le problème. Dans l'implémentation de la procédure de la TS, ils ont produit une solution initiale qui a été améliorée par la suite de façon itérative avec des procédures de recherches locales telles que la procédure d'échanges et la procédure de transferts. La meilleure solution de chaque itération est ensuite consignée dans une liste taboue pour éviter le problème d'optimal local. Un autre travail portant sur l'utilisation de la TS avec reconnexion de chemin (*path relinking*) a été proposé par (Armentano, Shiguemoto, et Løkketangen 2011) pour le problème de PRP. Ils ont construit une solution initiale en appliquant les algorithmes de (Wagner et Whitin 1958) pour le plan de production et celui de (Clarke et Wright 1964) pour le plan de livraison des clients. Il ont également utilisé une procédure de recherche locale semblable à celle utilisée par (Bard et Nananukul 2009a).

f) Algorithme Mémétique (AM)

Le manque d'efficacité de l'Algorithme Génétique face à la Recherche Taboue a conduit certains chercheurs à incorporer des procédures de recherche locale au schéma classique de L'Algorithme Génétique. Cette puissante version de l'AG introduite par (Moscato et Cotta 2003) utilise les techniques de recherche locale pour accroître son efficacité face aux autres méthode de résolution des problèmes complexes. Un Algorithme Mémétique avec gestion de la population a été implémenté par (Mourad Boudia, Louly, et Prins 2006) pour la résolution d'un PRP dans lequel, le coût de mise en course, le coût des stocks et le coût de distribution ont été pris en compte. Les auteurs ont utilisé les algorithmes de (Wagner et Whitin 1958) et celui de (Clarke et Wright 1964), pour respectivement établir les plans de production et de distribution dans la construction de chaque solution de la population initiale. Ils ont ensuite utilisé un tournoi binaire comme procédure de sélection. Un opérateur de croisement à deux points de coupure générant un seul enfant a également été utilisé. Pour la phase de recherche locale, les auteurs ont utilisé les procédures 3-opt, de transfert et d'échange pour l'intensification de la recherche de la meilleure solution. Le concept de gestion de la population dans ce travail est défini de la façon suivante : Soit $d(A, B)$, la distance entre les solutions A et B dans l'espace des solution P et $D_p(C) = \min \{d(A, C), A \in P\}$ la distance de la nouvelle solution C à toutes les solutions de la population P . Ainsi, dans l'Algorithme Mémétique avec gestion de la population, une nouvelle solution C remplace une autre dans P si $D_p(C)$ est supérieure à un certain seuil α ($D_p(C) \geq \alpha$). Une version dynamique de l'AM avec gestion de la population dans laquelle un ajustement dynamique de α selon l'orientation de la recherche

locale a été implémenté par (M. Boudia et Prins 2009). Des tests effectués sur des instances de 50, 100 et 200 clients ont permis de mettre en évidence l'efficacité de l'AM avec gestion de population sur la méthode traditionnelle de décomposition et le GRASP. Un AM constitué d'un AG et l'utilisation d'un algorithme de Recuit Simulé (*Simulated Annealing*) pour la recherche locale a été proposé par (Varthanan, Murugan, et Kumar 2010). Dans cette étude, les auteurs ont utilisé une procédure de sélection par tournoi avec un opérateur de croisement à plusieurs points de coupure. Ils ont également utilisé une procédure d'échange à faible probabilité comme opérateur de mutation. Des tests effectués sur plusieurs instances ont permis de montrer l'efficacité de l'AM sur l'AG, le SA et les résultats obtenus avec un solveur commercial du nom de LINGO. Cependant, l'AM prend plus de temps de calcul pour trouver la meilleure solution acceptable que l'AG et le SA. Un AM a été proposé pour un problème de PRP multi-échelons (3 échelons) par (B. Fahimnia, Farahani, et Sarkis 2013). Les auteurs ont utilisé une structure chromosomique arborescente pour représenter les solutions du problème. Ils ont également fait usage d'une procédure de sélection par tournoi, et une procédure non-uniforme par simple basculement comme opérateur de mutation. Ils ont en plus développé des procédures 2-opt et 3-opt comme méthode de recherche locale. Des tests effectués sur 4 usines, 6 dépôts, 5 clients et 12 périodes ont permis d'établir l'efficacité de la AM avec un écart d'optimalité de 10.2% sur la méthode traditionnelle de résolution qui consiste à décomposer le problème en LSP et VRP et de les résoudre séquentiellement.

1.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu les différents problèmes de planification générale des chaînes d'approvisionnement. Il s'agit des problèmes de tournée (TSP et VRP), du problème de dimensionnement de lots (LSP), du problème intégré de stockage et de tournées de véhicules (IRP) et du problème intégré de production et de tournées de véhicules (PRP). Pour chacun de ces problèmes, nous avons présenté les différentes extensions trouvées dans la littérature et nous avons mis en évidence, les différents modèles mathématiques sous forme de programmation linéaire mixte en nombre entier. Nous avons en outre présenté une revue de littérature sur les différentes approches de résolution des problèmes de production et de tournées de véhicules dont fait partie la présente thèse. Ainsi, nous avons dans un premier temps vu les méthodes de résolution exacte, puis, nous avons fait le tour des heuristiques et métaheuristiques utilisés pour la résolution du problème de production et de tournées de véhicules.

Dans le chapitre suivant, nous présenterons le problème de production et de tournées de véhicules avec dépôt externe et nous présenterons une méthode de branchement et de coupe pour sa résolution.

Chapitre 2

Modélisation et résolution exact du problème de production et de tournées de véhicules avec dépôt externe (EDPRP)

Sommaire

2.1 Introduction.....	55
2.2 Description du problème et formulation mathématique	55
2.3 Algorithme de Branch and Cut pour la résolution de l'EDPRP	60
2.3.1 Inégalités valides	60
2.3.2 Algorithme de branchement et de coupe (B&C).....	62
2.3.3 Ordre de priorité sur les variables	68
2.3.4 Expérimentation et résultat.....	69
2.4 Conclusion	73

2.1 Introduction

Comme tous les problèmes de tournées de véhicules, le problème de production et de tournées de véhicules avec dépôt externe est un problème NP-difficile. Ce problème encore appelé *External Depot Production Routing Problem* (EDPRP) est une extension du problème de production et de tournées de véhicules dans laquelle, les demandes déterministes de plusieurs clients sont satisfaites par une flotte de véhicules homogènes à partir d'un dépôt plus facile d'accès que l'emplacement de l'usine de production. Dans cette extension du PRP, la flotte de véhicules commence et finit toujours sa course au dépôt. Elle a pour rôle de collecter les produits dans une usine de production sans capacité de stockage pour l'approvisionnement du dépôt et de livrer les produits aux clients. Pour ce problème, l'objectif est de produire un plan global de production, stockage et de distribution capable de minimiser la somme des coûts de production, de stockage et des tournées de véhicules sur un horizon de planification fini. Obtenir un tel plan nécessite la modélisation du problème sous la forme d'un programme mixte en nombre entier (MIP) et de valider ce modèle par simulation sur un jeu de données réelles ou théoriques. Afin de mener à bien la modélisation mathématique de l'EDPRP, nous organisons ce chapitre comme suit : La section 2.2 porte sur la description des contraintes du problème sous la forme d'équation ou d'inéquation. La section 2.3 présente un algorithme de B&C comme méthode exacte de résolution pour simuler le modèle sur un jeu d'instances théoriques.

2.2 Description du problème et formulation mathématique

Soit $G = (N, A)$ un graphe complet dans lequel N représente l'ensemble des nœuds formés par l'usine, le dépôt et les clients avec pour indice $i \in \{0 \dots n+1\}$ et $A(N) = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j\}$ l'ensemble des arcs dans N . L'usine est représentée par $n+1$, le dépôt est indexé par 0 et l'ensemble des clients est représenté par $\{1, \dots, n\}$.

Ensembles

Nous posons :

$N_c = \{1, \dots, n\}$ l'ensemble des clients ;

$N_{dc} = \{0, \dots, n\}$ l'ensemble constitué par le dépôt et les clients ;

$N_{cu} = \{1, \dots, n+1\}$ l'ensemble constitué par les clients et l'usine ;

$N = \{0, \dots, n+1\}$ l'ensemble constitué par le dépôt, les clients et l'usine ;

$T = \{1, \dots, l\}$ l'ensemble des périodes (jours) de l'horizon de planification ;

$K = \{1, \dots, m\}$ l'ensemble des véhicules ;

Indices

i, j représentent les indices pour les nœuds de l'ensemble N ;

t est l'indice des différentes périodes de l'horizon de planification T ;

k est l'indice pour chaque véhicule d'une flotte homogène de véhicules ;

Paramètres

u : coût unitaire de production ;

f : coût fixe de production ;

h_i : coût unitaire de stockage au nœud i ;

c_{ij} : coût de transport pour un véhicule qui voyage directement du nœud i au nœud j ;

d_{it} : la demande du client i à la période t ;

C : capacité de production de l'usine ;

Q : capacité maximale du véhicule ;

L_i : capacité maximale ou visée de stockage au nœud i ;

I_{i0} : stock initial disponible au nœud i ;

$MU_t = \min \{ C, \sum_{i \in N_c} \sum_{\tau=t}^l d_{i\tau} \}, \forall t \in T$: quantité maximale de produit pouvant être fabriquée à l'usine au cours de la période t ;

$MC_{it} = \min \{ L_i, Q, \sum_{\tau=t}^l d_{i\tau} \}, \forall i \in N_1, \forall t \in T$: quantité maximale de produit pouvant être reçue par le client i pendant la période t ;

Variable de décisions

p_t : quantité produite pendant la période t ;

I_{it} : niveau des stocks au nœud i pendant la période t ;

q_{ikt} : quantité livrée au nœud i par le véhicule k pendant la période t ;

y_t : variable binaire égale à 1 s'il y a production à l'usine à la période t ou 0 sinon ;

Z_{ikt} : variable binaire, égale à 1 si le nœud i est visité par le véhicule k pendant la période t ou 0 sinon ;

x_{ijkt} : variable binaire, égale à 1 si le véhicule k voyage directement du nœud i vers le nœud j pendant la période t ou 0 sinon ;

Hypothèses et Formulation Mathématique

Un modèle mathématique pour un problème de production et de tournées de véhicules est un ensemble d'équations et d'inéquations permettant de décrire le plan de production, de stockage

et de distribution en vue de minimiser le coût global de ces trois opérations sur l'horizon de planification. Ce coût global représenté par la fonction objectif dans le modèle se décline en la somme des coûts de production constituée d'un coût fixe de production et d'un coût variable de production à l'usine, des coûts de stockage des produits au dépôt et chez les clients et des coûts de tournées de véhicules. u étant le coût unitaire des produits fabriqués à l'usine et p_t la quantité de produits fabriqués à la période t , up_t ($\forall t \in T$) désigne le coût variable (fonction du nombre de produit fabriqué) de production par période. De même, fy_t et $\sum_{i \in N} h_i I_{it}$ ($\forall t \in T$) désignent respectivement le coût fixe de production à la période t et le coût des stocks au dépôt et chez tous les clients à la période t . Le coût de transport par période est égal à la somme des coûts associés à chaque trajet de véhicule dans l'opération de livraison et de collecte des produits. Le coût global à minimiser sur T est décrit par l'équation (2.1).

$$Z = \min \sum_{t \in T} (up_t + fy_t) + \sum_{t \in T} \sum_{i \in N} h_i I_{it} + \sum_{t \in T} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ijkt} \quad (2.1)$$

La minimisation de ce coût global est soumise aux hypothèses ou contraintes suivantes :

- Contraintes liées à la production

Hypothèses 1

La quantité de produit pouvant être fabriquée à chaque période est limitée par le minimum entre la capacité maximale de production de l'usine et la quantité de produits restant à produire pour satisfaire les demandes restantes sur l'horizon de planification.

$$p_t \leq MU_t y_t, \forall t \in T \quad (2.2)$$

Hypothèses 2

A chaque fois qu'il y a production à l'usine, toute la quantité de produits fabriquée est collectée pour être stockée au dépôt.

$$p_t = \sum_{k \in K} q_{0kt}, \forall t \in T \quad (2.3)$$

Hypothèses 3

Pour chaque période de production, le nombre de véhicules utilisé pour la collecte des produits à l'usine est inférieur ou égal à la taille de la flotte des véhicules.

$$\sum_{k \in K} z_{n+1,kt} \leq m y_t, \forall t \in T \quad (2.4)$$

- Contraintes liées au stockage

Hypothèses 4

A chaque période, le stock de la période précédente du dépôt et la quantité reçue de l'usine permettent d'effectuer les livraisons aux clients et de constituer un nouveau stock pour la période courante.

$$I_{0,t-1} + p_t = I_{0t} + \sum_{i \in N_c} \sum_{k \in K} q_{ikt}, \forall t \in T \quad (2.5)$$

Hypothèses 5

Pour chaque période, chaque client utilise son stock de la période précédente et la quantité reçue du dépôt pour satisfaire sa demande et constituer un nouveau stock.

$$I_{it-1} + \sum_{k \in K} q_{ikt} = d_{it} + I_{it}, \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (2.6)$$

Hypothèses 6

Pour chaque période donnée, les quantités de produits distribuées aux clients doivent être issues du stock de la période précédente du dépôt. Cela veut dire que les quantités reçues par le dépôt à une période donnée ne sont pas distribuées aux clients au cours de la même période.

$$\sum_{i \in N_c} \sum_{k \in K} q_{ikt} \leq I_{0t-1}, \forall t \in T \quad (2.7)$$

Hypothèses 7

Pour chaque période, la quantité de produits stockés au dépôt ou chez chaque client ne peut dépasser la capacité maximale de stockage du dépôt ou de chaque client.

$$I_{it} \leq L_i, \forall i \in N_{dc}, \forall t \in T \quad (2.8)$$

- Contraintes liées aux tournées de véhicules

Hypothèses 8

La charge de chaque véhicule retenu pour la livraison des clients ne peut dépasser sa capacité maximale.

$$\sum_{i \in N_c} q_{ikt} \leq Q_{z_{0kt}}, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2.9)$$

Hypothèses 9

A chaque période, la charge de chaque véhicule qui visite l'usine pour une collecte de produit ne doit pas dépasser la charge maximale du véhicule.

$$q_{0kt} \leq Q_{z_{n+1,kt}}, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2.10)$$

Hypothèses 10

Pour chaque période, la quantité de produits livrés à chaque client doit être inférieure ou égale au minimum entre la charge du véhicule, la capacité maximale de stockage du client et le reste des demandes à satisfaire sur l'horizon de planification. Cette hypothèse permet de mettre en œuvre la politique de réapprovisionnement ML.

$$q_{ikt} \leq MC_{it} z_{ikt}, \forall i \in N_c, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2.11)$$

Hypothèses 11

A chaque période, tous les véhicules qui passent à l'usine pour une collecte de produit doivent être vides avant d'arriver à l'usine.

$$q_{n+1,kt} = 0, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2.12)$$

Hypothèses 12

Si un véhicule visite un nœud à une période donnée, alors il n'y a qu'un seul chemin pour aller directement de ce nœud à un autre nœud.

$$\sum_{j \in N} x_{ijkt} = z_{ikt}, \forall i \in N, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2.13)$$

Hypothèses 13

Si un véhicule visite un nœud à une période donnée, alors il n'y a qu'un seul chemin entrant et un seul chemin sortant de ce nœud.

$$\sum_{j \in N} x_{jikt} + \sum_{j \in N} x_{ijkt} = 2 z_{ikt}, \forall i \in N, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2.14)$$

Hypothèses 14

Chaque client est visité au plus, une fois par période.

$$\sum_{k \in K} z_{ikt} \leq 1, \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (2.15)$$

Hypothèses 15

Pour chaque période, les véhicules ne sont pas autorisés à visiter un client juste après avoir fini de visiter l'usine.

$$x_{n+1jkt} = 0, \forall j \in N_c, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2.16)$$

Hypothèses 16

Pour chaque période et chaque véhicule, le nombre d'arc dans chaque sous-ensemble des clients est inférieur ou égal au nombre de clients dans ce sous-ensemble moins un. Cette hypothèse a été formulée pour la première fois par (Gendreau, Laporte, et Semet 1998) pour le TSP sélectif et a pour but d'éliminer les sous-tours susceptibles d'apparaître dans la tournée d'un véhicule.

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijkt} \leq |S| - 1, \forall S \subseteq N_c, |S| \geq 2, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2.17)$$

- Contraintes de non-négativité et de définition des variables de décision

Hypothèses 17

Les quantités produites à l'usine, stockées au dépôt ou chez les clients et transportées par chaque véhicule doivent avoir une valeur positive.

$$p_t, I_{it}, q_{ikt} \geq 0, \forall i \in N, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2.18)$$

Hypothèses 18

Les variables de décisions permettant de savoir s'il y a production à l'usine, si un véhicule a voyagé directement d'un nœud à un autre ou si un client a été visité pendant une période donnée, sont des variables binaires.

$$y_t, x_{ijkt}, z_{ikt} \in \{0,1\}, \forall i, j \in N, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2.19)$$

2.3 Algorithme de Branch and Cut pour la résolution de l'EDPRP

2.3.1 Inégalités valides

Pour cette première phase de résolution du modèle, nous utilisons un algorithme de B&C et nous retenons les inégalités valides et les étapes suivantes :

Inégalité valide 1

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T} z_{ikt} \geq 1, \forall i \in N_c \quad (2.20)$$

Ces contraintes indiquent que chaque client doit être visité au moins une fois sur l'horizon de la planification.

Inégalités valide 2

$$z_{ikt} \leq z_{0kt}, \forall i \in N_{cu}, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2.21)$$

Ces contraintes indiquent que si un véhicule k ne sort pas de l'usine 0 sur la période t , alors il ne visitera aucun client sur cette même période.

Inégalités valide 3

$$x_{ijkt} \leq z_{ikt} \text{ et } x_{ijkt} \leq z_{jkt}, \forall (i, j) \in A(N), \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2.22)$$

Ces contraintes indiquent qu'aucun chemin n'entrera et ne sortira de chez un client si celui-ci n'est pas visité pendant une période donnée.

Inégalités valide 4

$$x_{ijkt} \leq q_{jkt} \text{ et } x_{n+1,0kt} \leq q_{0kt}, \forall i \in N_{dc}, \forall j \in N_c, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2.23)$$

Ces contraintes permettent d'éviter que les véhicules fassent des visites à vide. Ainsi, si la quantité livrée à un nœud est nulle, alors le chemin qui mène à ce nœud est enlevé de la tournée.

Inégalités valide 5

$$x_{ijkt} + x_{jikt} \leq 1, \forall (i, j) \in A(N_c), \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2.24)$$

Ces contraintes indiquent que seul un arc permet de relier deux nœuds de type client.

Inégalités valide 6

$$z_{0,k+1,t} \leq z_{0kt}, \forall k \in 1, \dots, m-1, \forall t \in T \quad (2.25)$$

Ces inégalités sont les contraintes de rupture de symétrie ou *Symmetry -Breaking Constraints* (SBC) (valide pour véhicule homogène) (Adulyasak, Cordeau, et Jans 2014a; Coelho et Laporte 2013b). Cette inégalité assure que le véhicule $k+1$ ne puisse quitter le dépôt si le véhicule k n'est pas utilisé.

Inégalités valide 7

$$I_{i,t-s-1} \geq \sum_{j=0}^s d_{i,t-j} \left(1 - \sum_{k \in K} \sum_{j=0}^s z_{i,k,t-j}\right) \forall i \in N_c, \forall t \in T, \forall k \in K, s = 0, 1, \dots, t-1$$

(Claudia Archetti et al. 2011; 2007) (2.26)

Cette équation pose que s'il n'y a pas de livraison dans l'intervalle $[t-s, t]$, alors le niveau des stocks à la période $t-s-1$ doit être suffisant pour satisfaire la demande dans cet intervalle.

L'introduction de cette contrainte a permis de renforcer la partie LSP du réapprovisionnement des clients et d'obtenir une meilleure borne inférieure.

2.3.2 Algorithme de branchement et de coupe (B&C)

Pour la résolution du problème, nous ajoutons les contraintes (2.20), (2.21), (2.22), (2.23), (2.24), (2.25), (2.26) au modèle initial défini par la fonction objectif (2.1) et les contraintes (2.2)–(2.19) et laissons tomber la contrainte (2.17) des SEC. La relaxation du programme linéaire (PL) est ensuite résolue. Notre approche pour l'élimination des sous-tours se décline en deux étapes. A chaque nœud de l'arbre de recherche du B&C, nous vérifions à la première étape, si la tournée d'un véhicule k à une date t contient un sous-tour. Ensuite, à la deuxième étape, nous ajoutons les SEC et *Relinking Constraints* (RC) correspondants pour ce véhicule k à la date t lorsqu'un sous-tour est détecté. Dans la suite de cette partie, l'utilisation de « * » fait référence à une composante de la solution du PL à un nœud de l'arbre de recherche du B&C.

2.3.2.1 Elimination des sous tours

La difficulté dans la résolution exacte d'un PRP réside dans l'élimination des sous-tours dans l'itinéraire d'un véhicule. Cette difficulté est la même pour tout problème de tournées tels que le TSP, le VRP ou le IRP. Plusieurs contraintes d'élimination de sous-tours ou *Subtour Elimination Constraints* (SEC) ont été proposées pour éliminer les sous-tours dans les problèmes de PRP. Dans la formulation du modèle mathématique à deux indices présentée dans le chapitre précédent, les contraintes (2.67) introduites par (Miller, Tucker, et Zemlin 1960) et (2.68) que nous rappelons ici, sont utilisées respectivement comme SEC et limitation de la charge des véhicules. Dans ces contraintes, w_{it} est la charge du véhicule avant de visiter le client i à la date t et $x_{ijt} \in \{0,1\}$ est une variable binaire qui prend la valeur 1 lorsque le véhicule voyage directement du client i au client j et 0 sinon.

$$w_{it} - w_{jt} \geq q_{it} - \tilde{M}_{it}(1 - x_{ijt}), (i, j) \in A, \forall t \in T \quad (2.67)$$

$$0 \leq w_{it} \leq Qz_{it}, \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (2.68)$$

Selon la contrainte (2.67), si un véhicule voyage directement de i vers j , alors la différence entre la charge du véhicule avant d'atteindre le client i et la charge du véhicule avant d'atteindre le client j est supérieure ou égale à la quantité livrée au client i ($w_{it} - w_{jt} \geq q_{it}$). La suppression des sous-tours obtenue avec la combinaison des contraintes (2.67) et (2.68) est illustrée par la Figure 2.1. Exemple soit $q_{1t}=10$, $q_{2t}=20$ et $q_{3t}=15$ les quantités respectives que doivent recevoir les clients 1, 2 et 3. En supposant que le client 1 est visité avant le client 2 et que le

client 2 est visité avant le client 3, on a $w_{1t} = 10 + 20 + 15 = 45$, $w_{2t} = 45 - q_{1t} = 45 - 10 = 35$ et $w_{3t} = 35 - q_{2t} = 35 - 20 = 15$. Vu que le véhicule voyage directement du client 3 au client 1, on devait avoir $w_{3t} - w_{1t} \geq q_{3t}$. Or $w_{3t} - w_{1t} = 15 - 45 = -30$ et $q_{3t} = 15$. C'est-à-dire, $w_{3t} - w_{1t} \leq q_{3t}$, ce qui est impossible car cela viole la contrainte (2.67). La seule alternative réalisable consiste à briser un lien entre deux clients

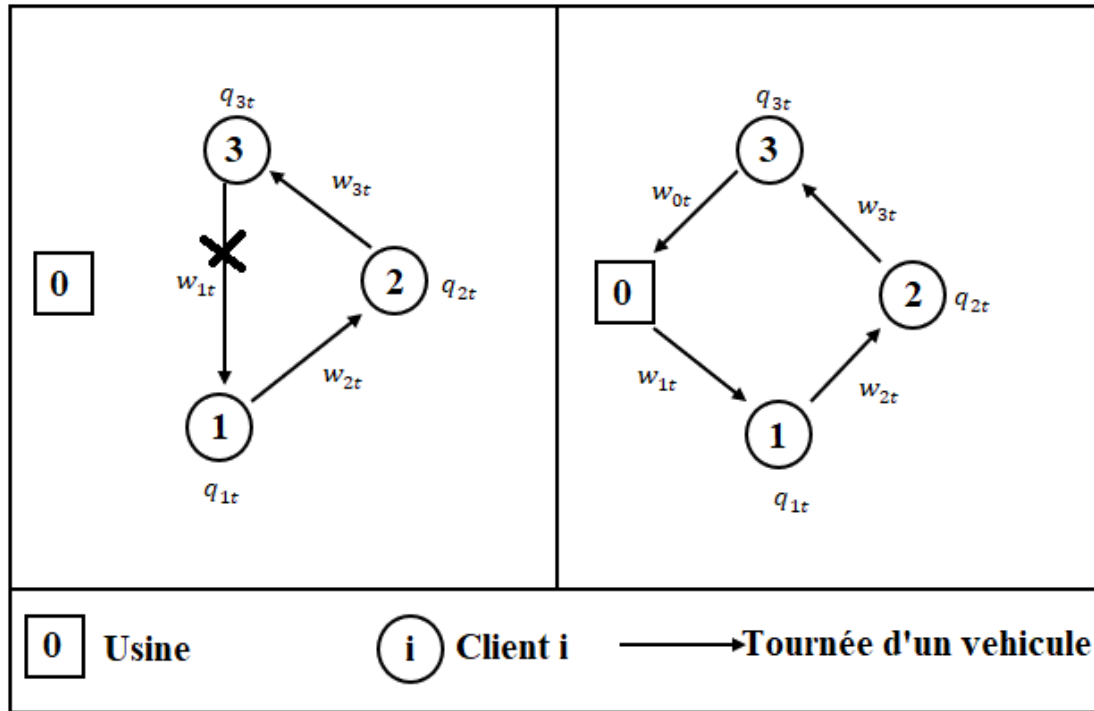


Figure 2. 1: Illustration de la suppression des sous-tours avec les contraintes (2.67)et (2.68) comme le montre la Figure 2.1 gauche. Sur cette partie de la figure, on brise le lien entre les clients 1et 3 et on les relie à l'usine comme le montre la Figure 2.1 droit. Bien que les contraintes (2.67) et (2.68) éliminent les sous-tours dans la plupart des cas, elles conduisent à une fragilisation de la partie du problème concernant les tournées de véhicules (Toth et Vigo 2002). Pour pallier cette insuffisance, plusieurs contraintes d'élimination de sous-tour ont également été proposées. On a les contraintes de capacité fractionnée ou *Fractional Capacity Constraints* (FCC) décrites par les contraintes (2.27) et les contraintes généralisées d'élimination des sous-tours fractionnées ou *Generalized Fractional Subtour Elimination Constraints* (GFSEC)(2.28). Introduite par (Chandra et Fisher 1994) et repris par (Letchford et Salazar-González 2006), les contraintes (2.27) peuvent éliminer les sous-tours de la façon suivante : Soit un réseau de distribution constitué de trois clients et d'une usine .

$$\sum_{i \notin S} \sum_{j \in S} x_{ijt} \geq \sum_{j \in S} q_{jt} / Q, \forall S \subseteq N_c, |S| \geq 1, t \in T \quad (2.27)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijt} \leq |S| - \sum_{i \in S} q_{it} / Q, \forall S \subseteq N_c, |S| \geq 1, t \in T \quad (2.28)$$

Supposons qu'il y a formation de sous-tours impliquant les clients 1, 2 et 3 comme le montre la Figure 2.2. Soit $q_{1t} + q_{2t} + q_{3t} = Q$. On aura $(q_{1t} + q_{2t} + q_{3t})/Q = 1$. Et les contraintes (2.27) s'écriront $x_{01t} + x_{02t} + x_{03t} = (q_{1t} + q_{2t} + q_{3t})/Q = 1$, d'où $x_{01t} + x_{02t} + x_{03t} = 1$. Ainsi, un des clients sera forcé d'être connecté à l'usine 0. Cela entraîne l'élimination du sous-tour comme le montre la Figure 2.2.

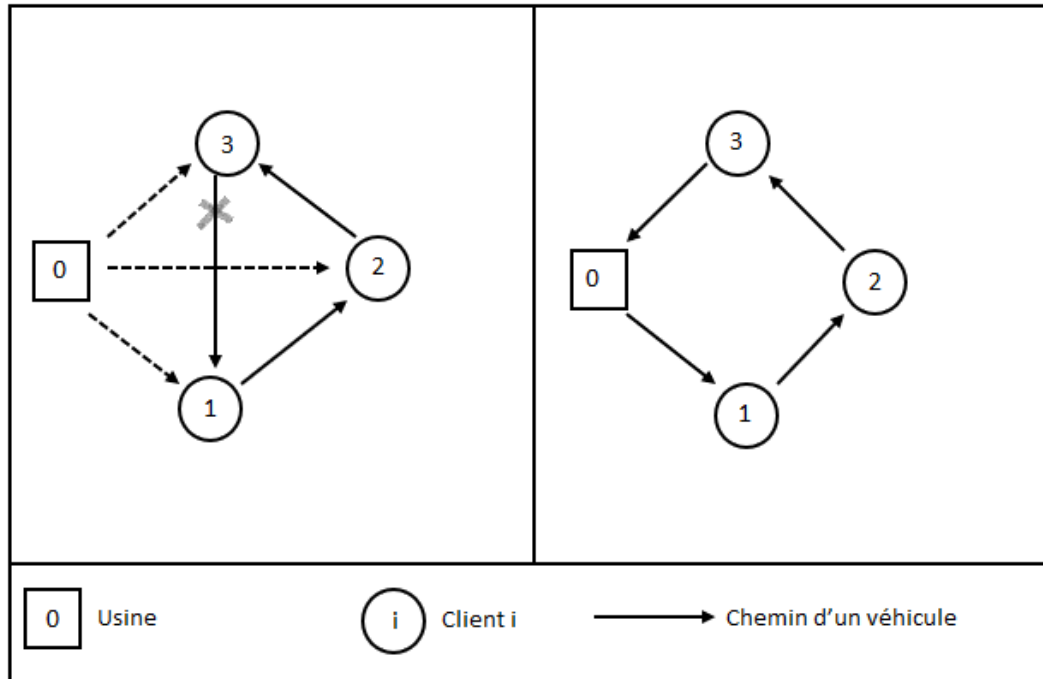


Figure 2. 2: Suppression des sous-tours avec les contraintes FCC (2.27)

Alors que les contraintes FCC se basent sur la capacité du véhicule pour éliminer les sous-tours, les GFSEC se basent sur le nombre d'arcs dans les sous-ensembles S des clients pour éliminer les sous-tours. Ainsi, les membres gauches des inégalités caractérisant les FGSEC définissent les arcs dans S et les membres droits désignent une limite du nombre d'arcs dans S . Soit $(q_{1t} + q_{2t} + q_{3t})/Q = 1$. Avec $|S| = 3$ ($|S|$ est le nombre de clients dans S), on a $x_{12t} + x_{21t} + x_{23t} + x_{32t} + x_{13t} + x_{31t} \leq 2$. Le nombre d'arcs actifs dans S ($x_{ijt} = 1, \forall i, j \in S$) doit être inférieur ou égal à deux. Cela permet d'éliminer les sous-tours dans tout sous-ensemble S des clients comme le montre la Figure 2.3. Dans un VRP, la quantité $\sum_{i \in S} q_{it} / Q$ est arrondie à l'entier supérieur car elle est le quotient des paramètres du problème. La quantité $q_{it}, \forall t \in T$ désigne les demandes déterministes du client i sur l'horizon de planification T . Cependant, arrondir cette quantité à l'entier supérieur dans un IRP ou un PRP est inadapté car les quantités $q_{it}, \forall t \in T$ sont des variables de décision du problème. Ces variables sont fortement influencées par la politique de réapprovisionnement (OU/ML) et de la pratique du VMI mise en place dans la chaîne d'approvisionnement.

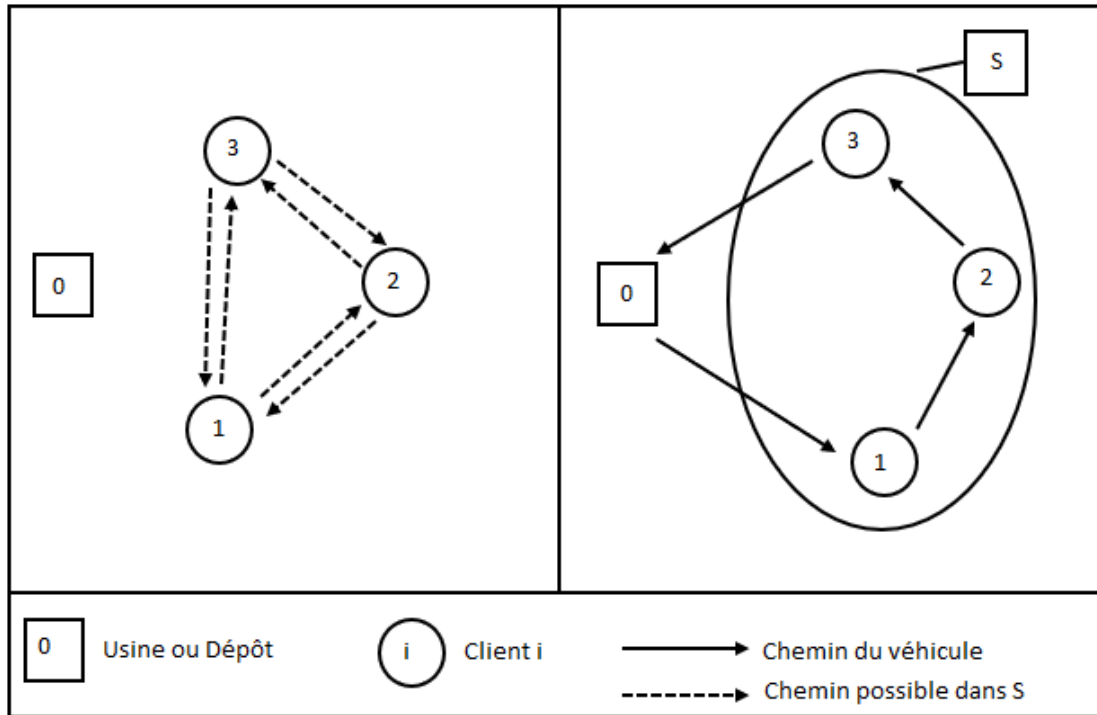


Figure 2. 3: Suppression des sous-tours avec les contraintes GFSEC (2.28)

De ce fait, d'autres SEC plus adaptés pour les problèmes de IRP et de PRP ont été proposées. Dans les travaux de (Adulyasak, Cordeau, et Jans 2014b), des SEC permettant d'éviter l'utilisation de la fraction $\sum_{i \in S} q_{it} / Q$ ont été proposées (voir contraintes (2.29)). Des SEC beaucoup plus adaptées issues du TSP ont également été proposées pour le PRP et le IRP. Parmi ces SEC, les plus utilisées sont ceux issues de la formulation de (Mourad Boudia, Louly, et Prins 2008; M. Boudia, Louly, et Prins 2007) (2.30) et les SEC développées pour le TPS sélective (Gendreau, Laporte, et Semet 1998) (2.31). Ces dernières sont obtenues en remplaçant la quantité $|S|$ par $\sum_{i \in S} z_{it}$ et 1 par z_{et} dans (2.30). Pour une formulation avec les indices de véhicules, les variables x_{ijt}, z_{it} et z_{et} sont remplacées par x_{ijkt}, z_{ikt} et z_{ekt} avec k représentant l'indice du véhicule ($k \in \{1, \dots, m\}$ ou m est la taille de la flotte).

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijt} \leq \sum_{i \in S} (Qz_{it} - \sum_{i \in S} q_{it}), \forall S \subseteq N_c, |S| \geq 1, t \in T \quad (2.29)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijt} \leq |S| - 1, \forall S \subseteq N_c, |S| \geq 1, t \in T \quad (2.30)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijt} \leq \sum_{i \in S} z_{it} - z_{et}, \forall S \subseteq N_c, |S| \geq 1, \forall e \in S, t \in T \quad (2.31)$$

Dans la présente thèse, nous adoptons donc les SEC de types (2.30) prenant en compte l'indice de chaque véhicule. Les procédures de détection et de suppression des sous tours sont décrites dans la section suivante.

a) Détection de sous-tours

Notre algorithme de détection de sous-tours prend en entrée les vecteurs Z^* et x^* puis produit en sortie l'ensemble ST_{kt}^* des clients impliqués dans un sous-tour pour le véhicule k à la période t (si cet ensemble existe). La méthode de détermination des ST_{kt}^* se décrit comme suit :

Pour tout vecteur Z^* et x^* de la solution du PL, pour chaque véhicule k et chaque période t , nous définissons le graphe correspondant $G_{kt}^*(N_{kt}^*, A_{kt})$ ou $N_{kt}^* = \{ i \in N : Z_{ikt}^* > 0 \}$ et, $A_{kt}(N_{kt}^*) = \{ (i,j) \in A(N) : x_{ijkt}^* > 0 \}$. L'Algorithme 2.1 décrit la construction de N_{kt}^* .

Algorithme 2.1 : Construction de N_{kt}^*

```

1:  $N_{kt}^* \leftarrow \emptyset$ 
2: If ( $Z_{0kt}^* > 0$ ) then
3:   foreach (i in N)
4:     If ( $Z_{ikt}^* > 0$ ) then
5:        $N_{kt}^* \leftarrow i$ 
6:     endif
7:   endfor
8: endif
9: end

```

Soit ST_{0kt}^* , l'ensemble des points dont les arcs forment le cycle hamiltonien dans G_{kt}^* passant par $i=0$. Notons $ST_{0kt}^* = \{ i \in N_{kt}^* : 0 \in N_{kt}^* \}$ un tel ensemble et $ST_{kt}^* = \{ i \in N_{kt}^* : i \notin ST_{0kt}^* \}$ $\} = N_{kt}^* / ST_{0kt}^*$ avec $ST_{0kt}^* \cap ST_{kt}^* = \{\emptyset\}$ et $N_{kt}^* = ST_{0kt}^* \cup ST_{kt}^*$ comme l'illustre la Figure 2.4.

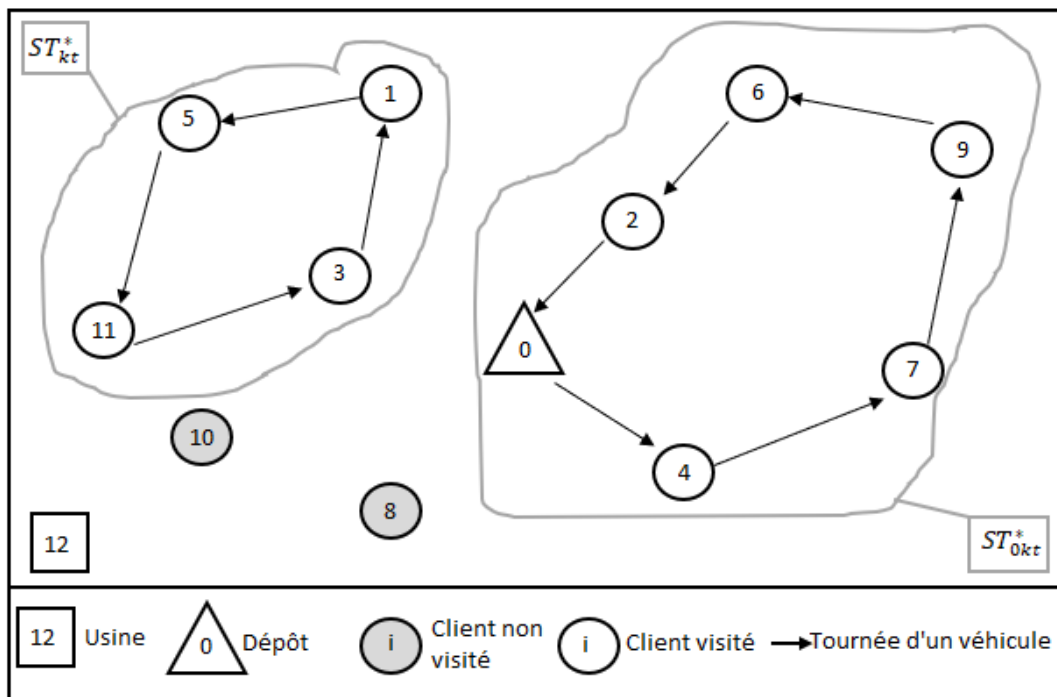


Figure 2. 4: Partitionnement des clients visités par le véhicule k à la période t

Nous avons ainsi partitionné N_{kt}^* en deux cycles. Le cycle principal ST_{0kt}^* et le sous-tour ST_{kt}^* à éliminer. Sur la Figure 2.4, nous avons une chaîne de production et de distribution constituée d'une usine (12), d'un dépôt (0) et de onze clients avec un exemple de parcours d'un véhicule k à une période t . Théoriquement, le véhicule qui sort du dépôt doit décrire un cycle hamiltonien passant par chaque client visité à la date t . Cependant, nous constatons ici la formation d'un cycle $0-4-7-9-6-2-0$ que nous appelons cycle principal et d'un cycle $1-5-11-3-1$ que nous appelons sous-tour pour le véhicule k à la période t . La finalité de la séparation des SEC consiste donc à éliminer le sous-tour du parcours du véhicule pour la période k si un tel sous-tour existe en le connectant au tour principal. Un exemple de tournée sans sous-tour pour le véhicule k à la période t (cycle hamiltonien) peut être représenté comme suite : $0-4-7-9-6-2-1-5-11-3-0$. Pour éliminer le sous-tour ST_{kt}^* , nous construisons le tour principal ST_{0kt}^* et nous en déduisons ST_{kt}^* vu que $ST_{kt}^* = N_{kt}^* / ST_{0kt}^*$. La construction de ST_{0kt}^* est décrite par l'Algorithme 2.2.

Algorithme 2.2 : Construction de ST_{0kt}^*

```

1 :  $ST_{0kt}^* \leftarrow \emptyset$  ;  $i \leftarrow 0$ 
2: If ( $Z_{0kt}^* > 0$ ) then
3:   repeat
4:      $ST_{0kt}^* \leftarrow i$ 
5:     foreach (j in  $N_{kt}^*$  and  $i \neq j$ )
6:       If ( $x_{ijkt}^* > 0$ ) then
7:          $i \leftarrow j$ 
8:       endif
9:     endfor
10:  until ( $i = 0$ )
11: endif
12: end

```

Détecter un sous-tour dans l'itinéraire d'un véhicule k pendant la période t revient donc à construire ST_{kt}^* . Si $|ST_{kt}^*| \geq 2$ alors un sous-tour vient ainsi d'être détecté dans le parcours du véhicule k sur la période t . Pour l'élimination de ST_{kt}^* , la procédure suivante sera adoptée :

b) Ajout des SECs

si $|ST_{kt}^*| \geq 2$ alors les contraintes (2.32) sont ajoutées.

$$\sum_{(i,j) \in A_{kt}(ST_{kt}^*)} x_{ijkt} \leq |ST_{kt}^*| - 1, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (2.32)$$

c) Ajout des RCs

Pour que notre procédure de B&C élimine entièrement tous les sous-tours, nous introduisons les contraintes suivantes : si $|ST_{kt}^*| \geq 1$ alors ajouter les contraintes (2.33). Grâce à ces contraintes, nous connectons à chaque itération, le premier élément de ST_{kt}^* à un élément du tour principal ST_{0kt}^* et un élément de N_{kt}^* jusqu'à ce que de ST_{kt}^* soit entièrement vide. Les contraintes (2.32) et (2.33) sont utilisées simultanément selon $|ST_{kt}^*|$ pour l'élimination totale des sous-tours et les points isolés.

$$\sum_{j \in ST_{0kt}^*} x_{jikt} + \sum_{j \in N_{kt}^* / \{i\}} x_{ijkt} = 2 z_{ikt} \quad \forall k \in K, \forall t \in T, \text{ et } i \text{ le premier élément de } ST_{kt}^* \quad (2.33)$$

2.3.3 Ordre de priorité sur les variables

Des tests sur six ordres de branchements nous ont permis de choisir l'ordre suivant : nous nous branchons en premier sur les z_{ikt} puis, sur les variables y_t et enfin sur les variables x_{ijkt} comme dans (Adulyasak, Cordeau, et Jans 2014a; Qiu, Wang, et al. 2018b). L'algorithme de B&C développé ici est résumé comme suit :

Algorithme 2.3 : Branch-and-Cut (BC)	
1:	Initialize the upper bound U^* and the incumbent solution.
2:	Initialize the node pool N with the root node.
3:	Generate and insert all known valid inequalities into the program at the root node of the search tree
4:	repeat
5:	Selection: Select the next node in N to evaluate and remove it from N
6:	Lower bound: Solve the LP relaxation at the current node,
7:	if current solution is feasible then
8:	if $U_l > U^*$ then
9:	go to the termination check.
	else
10:	$U^* \leftarrow U_l$.
11:	Update the incumbent solution.
12:	Prune nodes with lower bound $U > U^*$
	end
	end
13:	Cut generation :
14:	if the current solution of the LP relaxation contains $ ST_{kt}^* \geq 1$, then
15:	If $ ST_{kt}^* \geq 2$, then
	Add corresponding SECs (2.32) as described in 2.3.2.1.a)
	end
16:	Add corresponding RCs (2.33) as mentioned in 2.3.2.1.b)
	end
17:	Branching: if $U_l > U^*$, go to the termination check.
	until $N = \emptyset$ or time limit is met (termination check)
18:	Stop with the optimal solution and the corresponding cost U^* .

2.3.4 Expérimentation et résultat

2.3.4.1 Expérimentation

L'algorithme de B&C a été implémenté en C++ avec CPLEX 12.6 sur un ordinateur personnel 64 bits Intel Pentium Dual Core 1.60 GHz avec 4 Go de RAM. Un seul processus a été utilisé dans les expérimentations et la durée de chaque test est limitée à 7200 secondes (2 heures). Ces expérimentations ont pour but d'évaluer l'efficacité de notre modèle. Les instances utilisées dans ce travail sont tirées d'une adaptation des instances utilisées pour le Multivehicle Production and Inventory Routing Problems (MVPRP). Pour plus de détails sur les instances utilisées dans ce travail, voir (Adulyasak, Cordeau, et Jans 2014a). Les caractéristiques des instances sont résumées dans le Tableau 2.1. Etant donné que toutes les livraisons aux clients sont effectuées sur la base des quantités en stocks au dépôt, nous avons défini un stock initiale au dépôt supérieur à zéro contrairement aux instances de bases.

Tableau 2. 1: Caractéristique des instances pour l'EDPRP

n	l	m	C	L_0	Q	n	l	m	C	L_0	Q
10	3/6	2	304	152	198	30	3/6	4	768	384	171
10	3/6	3	304	152	132	35	3/6	3	948	474	276
15	3/6	2	470	235	198	35	3/6	4	948	474	207
15	3/6	3	470	235	132	40	3/6	3	1256	628	360
20	3/6	2	540	270	283	40	3/6	4	1256	628	216
20	3/6	3	540	270	189	45	3	3	1438	719	360
25	3/6	2	700	350	283	45	3	4	1438	719	207
25	3/6	3	700	350	189	50	3	3	1348	674	360
30	3/6	3	768	384	228	50	3	4	1348	674	270

De plus, le dépôt n'a pas la même situation géographique que l'usine. Ainsi, nous avons donc fixé le niveau du stock initial au dépôt pour toute les instances à $I_{00} = 0.5 * (\frac{\sum_{t \in T} \sum_{i \in N_c} d_{it}}{l})$ et nous établissons la position de l'usine à (0,0). Nous avons en tout 32 instances appliquées à 4 classes de situations soit au total $32 \times 4 = 128$ instances. Cependant, seules les $12 \times 4 = 48$

premières instances sont utilisées pour les tests relatifs à l’algorithme du B&C. La première classe est constituée d’instances standards. La deuxième et la troisième classes ont les mêmes caractéristiques que la première classe. Cependant, la deuxième classe possède un coût unitaire de production (UPC) élevé et la troisième classe possède un coût de transport élevé (UTC). La quatrième classe est semblable à la première et à la deuxième classe à l’exception du coût unitaire de stockage (UIC) qui est nul. Les caractéristiques des classes sont résumées dans le Tableau 2.2.

Tableau 2. 2: Caractéristique des classes des instances

Classes	UPC	UIC	UTC
Classe 1	Standard	Standard	Standard
Classe 2	Elevé	Standard	Standard
Classe 3	Standard	Standard	Elevé
Classe 4	Standard	Nul	Standard

2.3.4.2 Résultats et discussions

Les tests effectués sur 48 instances ont permis d’obtenir des résultats avec des écarts d’optimalité moyens compris entre 0.34 et 15.36 sur des temps de calculs moyens allant de 4.19 secondes à 7200 secondes. Le coût total moyen de production, de stockage et de distribution est de 77464.54 avec un écart d’optimalité moyen de 6.34 sur un temps de calcul moyen de 3435.89. Ce temps de calcul total moyen est acceptable dans la mesure où la délivrance d’un plan de production, de stockage et de distribution se situe à un niveau décisionnel tactique. Cependant, l’écart d’optimalité total moyen de 6.34 reste élevé comparativement aux travaux utilisant les librairie de (Lysgaard, Letchford, et Eglese 2004) et de (D. Applegate et al. 2011). Il est également important de constater que l’algorithme de B&C mis en place dans notre travail n’a pu résoudre toutes les instances proposées. En notant (n, l, m) le regroupement des instances sur les quatre classes d’instances représentées par chaque ligne du Tableau 2.3, nous constatons que la ligne $(15, 3, 2)$ possède trois classes d’instances non résolues. De même, les lignes $(20, 3, 2)$, $(20, 6, 2)$, $(15, 3, 3)$ et $(20, 3, 3)$ possèdent respectivement 2, 1, 1 et 2 classes d’instances non résolues. Cela fait un taux de $(9/48)*100 = 18.75\%$ d’instances non-résolues. De plus, certaines instances n’ont pu être résolues dans la limite du temps de calcul imparti (7200 seconde). Les résultats de ces instances sont non optimaux pour le modèle considéré car une augmentation du temps de calcul aurait pu entraîner une réduction de l’écart d’optimalité des instances soumises aux tests. La ligne $(10, 6, 2)$ du Tableau 2.3 montre que 2 classes d’instances

n'ont pas été résolues à l'optimum sur les quatre classes de 10 clients sur 6 périodes avec 2 véhicules. De façon globale, nous avons 12/48 classes d'instances non optimales, ce qui fait un taux de 50%. Le Tableau 2.4 met en évidence la part des coûts totaux de production dans les coûts globaux des opérations.

Tableau 2. 3: Coûts totaux moyen de Production, de Stockage et de Distribution

Instances			B&C		
n	l	m	TOTAL Cost	GAP	CPU
10	3	2	33581.75	10.06	4.19
15	3	2	23163 ^[2,3,4]	13.57	18.27
20	3	2	33700.5 ^[1,2]	14.15	55.85
10	6	2	83259.5	0.34	5332.63 ⁽²⁾
15	6	2	112744.5	1.36	6698.81 ⁽²⁾
20	6	2	150748 ^[1]	5.09	7201.99 ⁽³⁾
10	3	3	35600	3.18	12.9
15	3	3	48238 ^[3]	0.59	126.18
20	3	3	85802 ^[1,3]	0.9	174.75
10	6	3	81877.5	2.56	7202.29 ⁽⁴⁾
15	6	3	112395.75	8.9	7201.79 ⁽⁴⁾
20	6	3	128464	15.36	7201.01 ⁽⁴⁾
Moyenne			77464.54	6.34	3435.89

[-] classe d'instances non résolus

(-) nombre d'instances non résolus à l'optimal

Dans ce tableau, nous constatons que les coûts de productions n'ont pas été sensibles à la variation du nombre de véhicules dans les lignes (n=10,l=3), (n=10,l=6) et (n=15,l=6). Les autres lignes montrent une croissance du coût de production due à une augmentation du nombre de véhicules à l'exception de la ligne (n=20,l=6) qui montre une réduction de 17.45% ($100 * (95002.5 - 115080) / 115080 = -17.45$). De façon générale, le passage de l'utilisation de deux véhicules à trois véhicules à engendré une hausse globale des coûts moyens de production de $100 * (377575 - 306892.5) / 306892.5 = 23.03\%$. Les coûts de production représentent les $100 * (684467.5 / 916376) = 74.69\%$ des coûts globaux de production, de stockage et de distribution.

Tableau 2. 4: Coûts moyens de production

Coûts de Production : B&C			
m	m=2	m=3	Total
n= 10 et l = 3	23107.5	23107.5	46215
n= 15 et l = 3	12450	38800	51250
n= 20 et l = 3	10980	75390	86370
n= 10 et l = 6	63082.5	63082.5	126165
n= 15 et l = 6	82192.5	82192.5	164385
n= 20 et l = 6	115080	95002.5	210082.5
Total	306892.5	377575	684467.5

Une analyse globale des coûts de stockage présentés dans le Tableau 2.5 permet d'établir une augmentation des quantités stockées de $100 * (38313.75 - 31053) / 31053 = 23.38\%$ avec le passage de l'utilisation de deux véhicules à 3 véhicules pour assurer la collecte et la distribution des produits aux clients. Les stocks constituent $100 * (69366.75 / 916\ 376) = 7.57\%$ des coûts globaux.

Tableau 2. 5: Coûts moyens de stockage

Coût de Stockage : B&C			
m	m=2	m=3	Total
n= 10 et l = 3	1977.5	1989	3966.5
n= 15 et l = 3	3566	2473	6039
n= 20 et l = 3	2724	2350	5074
n= 10 et l = 6	7227.5	7318.25	14545.75
n= 15 et l = 6	13085	10814	23899
n= 20 et l = 6	2473	13369.5	15842.5
Total	31053	38313.75	69366.75

Contrairement aux coûts de production et coûts de stockage qui affichent des augmentations avec le nombre de véhicules, les coûts de transport (voir Tableau 2.6) présentent une diminution globale de 11.12% ($100 * (76488.5 - 86053.25) / 86053.25 = -11.12\%$). Les coûts de transports constituent ici, les $100 * (162541.75 / 916\ 376) = 17.74\%$ des coûts globaux .

Tableau 2. 6: Coûts moyen de Transport

Coût de Transport : B&C			
m	m=2	m=3	Total
n= 10 et l = 3	8496.75	10503.5	19000.25
n= 15 et l = 3	7147	6965	14112
n= 20 et l = 3	19996.5	8062	28058.5
n= 10 et l = 6	12949.5	11476.75	24426.25
n= 15 et l = 6	17467	19389.25	36856.25
n= 20 et l = 6	19996.5	20092	40088.5
Total	86053.25	76488.5	162541.75

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un modèle pour le problème de production et de tournées de véhicules avec dépôt externe. Le problème est une extension du modèle classique du PRP dont une revue de la littérature a été effectuée dans le chapitre précédent. La chaîne d'approvisionnement à modéliser est constituée d'une usine sans capacité de stockage qui produit un seul type de produit. Les produits fabriqués sont ensuite stockés au dépôt avant d'être livrés aux clients. Dans ce modèle, chaque véhicule d'une flotte homogène de véhicules commence et finit sa tournée au dépôt. Ce problème NP-difficile a été modélisé sous la forme d'une programmation linéaire mixte en nombres entiers. Nous avons ensuite présenté une première méthode de résolution du problème en utilisant un algorithme de B&C. Des tests effectués sur des instances de petites tailles ont permis de mettre en évidence, l'efficacité de notre modèle. Cependant, les résultats obtenus avec notre procédure de B&C comportent quelques insuffisances. La première insuffisance est la non-utilisation d'heuristique pour générer une solution initiale. Cela aurait pu permettre de trouver au moins une solution pour chaque instance ayant fait l'objet de tests avec la méthode de B&C et de ce fait faciliter la résolution des 18.75% des instances non-résolues. La deuxième insuffisance concerne le niveau d'écart d'optimalité moyen (6.34%) et du temps de calcul moyen (3435.89). L'utilisation d'une heuristique d'amélioration non-coûteuse en temps de calcul aurait pu accroître la convergence de l'algorithme tout en améliorant son écart d'optimalité et son temps de calcul. Selon les résultats des tests avec le B&C, nous constatons que 74.69 % des coûts globaux sont affectés à la production et seulement 7.57% et 17.74 sont respectivement attribués aux stocks et au

transport des produits. Dans le chapitre suivant, nous mettrons en œuvre, des méthodes de résolution approchées telles que la méthode heuristique de décomposition à deux étapes et un algorithme mémétique pour la résolution de toutes les instances du jeu de données utilisées pour la réalisation des tests.

Chapitre 3

Méthodes de résolution approchées pour l'EDPRP

Sommaire

3.1 Introduction.....	76
3.2 Méthode de décomposition à deux étapes (TPDH) pour la résolution de l'EDPRP ...	77
3.2.1 Phase I : Résolution du modèle LSP_DS&DC	77
3.2.2 Phase II : Résolution du TSP.....	78
3.2.3 Exemple d'application du TPDH	82
3.2.4 Expérimentation et résultat.....	85
3.3 Algorithme Mémétique pour la résolution de l'EDPRP.....	91
3.3.1 Encodage et évaluation de la solution	91
3.3.2 Construction de la Population initiale	93
3.3.3 Procédure de sélection et de croisement	94
3.3.4 Exemple d'application de la procédure de croisement et de réparation.....	96
3.3.5 Recherche locale	100
3.3.6 Description global de l'AM.....	100
3.3.7 Expérimentation et résultats	101
3.4 Conclusion	112

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons modélisé le problème de production et de tournées de véhicules avec dépôt externe sous la forme d'un programme linéaire mixte en nombres entiers et nous avons présenté un algorithme de branchement et de coupe (B&C) pour sa résolution. Les solutions obtenues ne contiennent pas de sous-tours dans les tournées de véhicules. Cependant, la méthode de branchement et de coupe proposée a été expérimentée sur des instances de tailles relativement faibles du jeu de données compte tenu de la complexité NP-difficile de l'EDPRP. Nous avons également obtenu des écarts d'optimalités et les temps de calculs élevés. Pour résoudre toutes les instances du jeu de données, nous proposons deux méthodes de résolution approchées afin de comparer leurs résultats. La première méthode est une heuristique de décomposition à deux étapes ou *Two Phases Decomposition Heuristic* (TPDH). La méthode de décomposition mise en œuvre dans ce chapitre pour résoudre le problème de production et de tournée avec dépôt externe est similaire à celui de (Lei et al. 2006). Le problème est résolu en deux phases. Dans la première phase, un PL du LSP avec Livraison directe et collecte directe (LSP_LD&CD) est résolu à l'optimal. A la fin de cette phase, les décisions de production (dates de production, quantités produites et quantités stockées) sont fixées. De même, les quantités récupérées à l'usine ou délivrées par chaque véhicule à chaque client sur chaque période de l'horizon de planification sont déterminées. La deuxième phase consiste donc à résoudre un problème de TSP pour chaque véhicule sur chaque période de l'horizon de planification. Un algorithme génétique est mis en œuvre pour résoudre la deuxième phase du problème. La deuxième méthode est un Algorithme Mémétique. Cette méthode est une métaheuristique permettant de résoudre le problème de façon globale. Afin de mener à bien la résolution approchée du problème faisant l'objet de la présente thèse, nous organisons ce chapitre de la façon suivante : la section 3.2 présente une description du TPDH ainsi que la comparaison de certains de ces résultats à ceux du B&C. La section 3.3 présente les différentes étapes de l'AM et la comparaison de ces résultats avec ceux du TPDH sur toutes les instances du jeu de données.

3.2 Méthode de décomposition à deux étapes (TPDH) pour la résolution de l'EDPRP

3.2.1 Phase I : Résolution du modèle LSP_DS&DC

La première phase de la méthode de décomposition à deux étapes consiste à modéliser le sous-problème de LSP_LD&CD sous la forme d'un PLMNE et le résoudre à l'optimum. Le PLMNE se présente comme suit :

$$Z = \min \sum_{t \in T} (up_t + f y_t) + \sum_{t \in T} \sum_{i \in N} h_i I_{it} + \sum_{t \in T} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ijkt} \quad (3.1)$$

S. T

$$p_t \leq MU_t y_t \quad \forall t \in T \quad (3.2)$$

$$p_t = \sum_{k \in K} q_{0kt} \quad \forall t \in T \quad (3.3)$$

$$\sum_{k \in K} z_{n+1,kt} \leq m y_t \quad \forall t \in T \quad (3.4)$$

$$I_{0,t-1} + p_t = I_{0t} + \sum_{i \in N_c} \sum_{k \in K} q_{ikt} \quad \forall t \in T \quad (3.5)$$

$$I_{it-1} + \sum_{k \in K} q_{ikt} = d_{it} + I_{it} \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (3.6)$$

$$\sum_{i \in N_c} \sum_{k \in K} q_{ikt} \leq I_{0t-1} \quad \forall t \in T \quad (3.7)$$

$$I_{it} \leq L_i \quad \forall i \in N_{dc}, \forall t \in T \quad (3.8)$$

$$\sum_{i \in N_c} q_{ikt} \leq Q z_{0kt} \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (3.9)$$

$$q_{0kt} \leq Q z_{n+1,kt} \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (3.10)$$

$$q_{ikt} \leq MC_{it} z_{ikt} \quad \forall i \in N_c, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (3.11)$$

$$q_{n+1,kt} = 0 \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (3.12)$$

$$\sum_{k \in K} z_{ikt} \leq 1 \quad \forall i \in N_c, \forall t \in T \quad (3.13)$$

$$x_{0ikt} + x_{i0kt} = 2 z_{ikt} \quad \forall i \in N_{cu}, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (3.14)$$

$$x_{ijkt} = 0 \quad \forall (i,j) \in A(N_{cu}), \forall k \in K, \forall t \in T \quad (3.15)$$

$$p_t, I_{it}, q_{ikt} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (3.16)$$

$$y_t, x_{ijkt}, z_{ikt} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (3.17)$$

Les contraintes décrites ici ont une interprétation similaire à celle du modèle du problème entier vu dans le chapitre précédent. Au modèle mathématique ci-dessus, nous avons ajouté les contraintes (2.20), (2.21), (2.25), (2.26) et les contraintes de rupture des tournées à vide :

$$z_{jkt} \leq q_{jkt} \text{ et } z_{n+1,kt} \leq q_{0kt}, \forall j \in N_c, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (3.18) \text{ et } (3.19)$$

Le modèle LSP_LD&CD est résolu selon les conditions fixées dans la partie expérimentation. Les résultats concernant la visite de l'usine ou de chaque client par chaque véhicule sur chaque période (z_{ikt}^{**}) sont réutilisés pour servir d'entrée pour la phase II. Dans cette partie, « ** » désigne des composantes de la solution du PL de la phase 1 de la méthode de décomposition.

3.2.2 Phase II : Résolution du TSP

3.2.2.1 Encodage du chromosome et population initiale

Un chromosome ici représente la tournée d'un véhicule k à la période t de l'horizon de planification. Le chromosome complet pour la résolution du TSP est un vecteur contenant les indices du dépôt 0, de l'usine ($n+1$) et des clients $i \in \{ 1, 2, \dots, n \}$. Soit R_p^{kt} le chromosome représentant la tournée du véhicule k à la période t . P est l'indice de parcours de R_p^{kt} . Le premier élément et le dernier élément de R_p^{kt} est l'indice du dépôt représenté par 0. L'avant dernier élément de R_p^{kt} est l'usine si le véhicule k passe par l'usine avant de retourner à l'usine ($z_{n+1,kt}^{**} > 0$). Les autres éléments de R_p^{kt} contiennent les indices des clients. La Figure 3.1 et La Figure 3.2 représentent respectivement un chromosome de la tournée d'un véhicule passant par l'usine et un chromosome avec une tournée de véhicule ne passant pas par l'usine. Pour des raisons de simplicité, nous adoptons un chromosome vectoriel simplifié ne contenant pas le dépôt et l'usine (voir Figure 3.3).

R_p^{kt}	0	2	5	6	4	7	...	n	n+1	0
------------	---	---	---	---	---	---	-----	---	-----	---

Figure 3. 1 : chromosome vectoriel complet contenant l'usine.

R_p^{kt}	0	2	5	6	4	7	...	n	0
------------	---	---	---	---	---	---	-----	---	---

Figure 3. 2 : chromosome vectoriel complet ne contenant pas l'usine.

Cela permet de faciliter le processus de croisement et de mutation vu que l'usine et le dépôt ne peuvent pas changer de position. La Figure 12 est une illustration du chromosome vectoriel simplifié de la tournée d'un véhicule k à la période t . Pour construire un chromosome, nous

considérons l'ensemble $N_{kt}^{**} = \{i \in N_c, z_{ikt}^{**} > 0\}$ des clients visités par le véhicule k à la période t.

R_p^{kt}	2	5	6	4	7	...	n
------------	---	---	---	---	---	-----	---

Figure 3. 3 : chromosome vectoriel simplifié

Chaque chromosome à R_p^{kt} est obtenu par ajout de tous les éléments de N_{kt}^{**} tirés successivement de façon aléatoire et sans répétition. Soit POP_g la population des chromosomes à la génération g avec $g \in \{0, 1, \dots, \text{NbrGen}\}$ avec POP_0 la population initiale et POP_{NbrGen} la population de la dernière génération des chromosomes. Soit POP_Size la taille de la population POP_g ($\forall g \in \{0, 1, \dots, \text{NbrGen}\}$). La population initiale POP_0 est donc constituée de POP_Size chromosomes générés aléatoirement avec les éléments de N_{kt}^{**} .

3.2.2.2 Evaluation d'un chromosome

$c_{ij} = c[i][j]$ est la matrice des coûts lorsqu'un véhicule voyage directement de i vers j. La force ou l'adaptation (fitness) d'un chromosome R_p^{kt} est égale au coût de la tournée du véhicule k à la période t. Si le véhicule k ne passe pas par l'usine ($z_{n+1,kt}^{**} = 0$) à la date t, alors l'évaluation de R_p^{kt} prend en compte le dépôt et se traduit par la relation suivante.

$$fitness = Cout_{R^{kt}} = c[0][R_1^{kt}] + \sum_{p=2}^{|R^{kt}|} c[R_{p-1}^{kt}][R_p^{kt}] + c[R_{|R^{kt}|}^{kt}][0] \quad (3.1)$$

Cependant, si la tournée du véhicule k à la période t passe par l'usine ($z_{n+1,kt}^{**} > 0$), alors l'usine et le dépôt sont pris en compte dans l'évaluation du chromosome et nous obtenons la relation suivante.

$$fitness = Cout_{R^{kt}} = c[0][R_1^{kt}] + \sum_{p=2}^{|R^{kt}|} c[R_{p-1}^{kt}][R_p^{kt}] + c[R_{|R^{kt}|}^{kt}][n+1] + c[n+1][0] \quad (3.2)$$

3.2.2.3 Sélection par Roue de Roulette

A chaque individu ou chromosome i d'une génération g nous associons une probabilité $Prob_i$ proportionnelle à son adaptation ou fitness F_i . On a donc,

$$Prob_i = \frac{F_i}{\sum_{j \in POP_g} F_j} \quad (3.3)$$

$Prob_i$ représente la chance (la probabilité) d'un chromosome i à être sélectionné au cours de la génération g pour prendre part à l'opération de croisement pour la constitution de la population $g+1$.

3.2.2.4 Procédure de croisement

Nous adoptons une procédure de croisement à un seul point de coupure aléatoirement choisi dans l'intervalle $[1, |N_{kt}^{**}| - 1]$ avec $|N_{kt}^{**}| > 2$. Chaque opération de croisement donne naissance à deux enfants. Soit deux chromosomes A et B. Pour effectuer le croisement des chromosomes A et B, on tire de façon aléatoire un entier β entre 1 et $|A| - 1 = 7 - 1 = 6$. Sur la Figure 3.4, $\beta = 3$ et le croisement de A et B donnent deux enfants E_1 et E_2 . Sur la Figure 3.5, chaque enfant est constitué par la partie droite d'un parent et la partie gauche d'un autre parent par rapport au point de découpe.

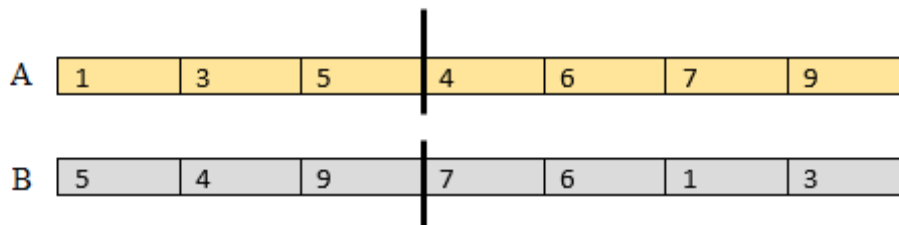


Figure 3. 4: Point de découpe des chromosomes A et B

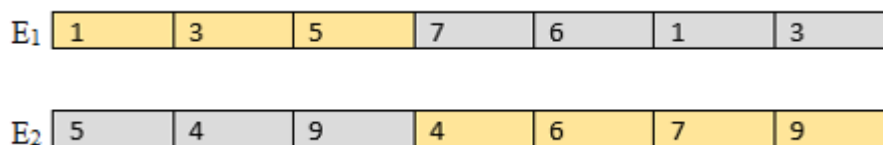


Figure 3. 5 : Croisement de A et B

3.2.2.5 Procédure de réparation du chromosome

Après une procédure de croisement, il peut arriver qu'un chromosome enfant possède des anomalies. Ces anomalies sont décrites par une redondance ou une absence de certains clients dans la chaîne du chromosome considéré. Pour résoudre ce problème, nous vérifions que chaque élément de N_{kt}^{**} apparait exactement une fois dans R_p^{kt} . Ainsi, un vecteur des clients redondants D et un vecteur des clients Absents M dans R_p^{kt} sont construits. Chaque doublon $D[i]$ de D est ensuite recherché une seule fois dans R_p^{kt} pour être remplacé par l'élément absent $A[i]$ de A. Pour la réparation du chromosome E_1 par exemple, on determine $D=[1,3]$ et $M=[4,9]$

puis on recherche chaque élément de D dans E_1 qu'on remplace par l'élément correspondant dans M . Après réparation on obtient un chromosome E_1 sans redondance et manque de clients dans sa présentation comme le montre la Figure 3.6.

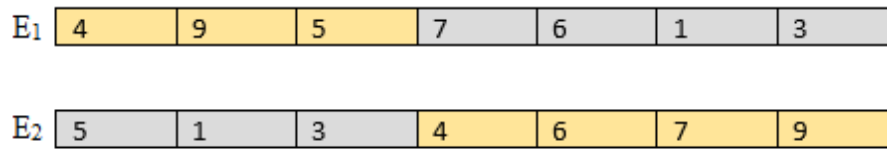


Figure 3. 6: E_1 et E_2 après réparation

3.2.2.6 Procédure de mutation

La procédure de mutation consiste à sélectionner de façon aléatoire, deux clients dans un chromosome enfant et d'échanger leurs positions. La Figure 3.7 illustre une mutation de E_1 . Sur cette figure, un simple échange d'emplacement est effectué de façon aléatoire entre deux clients de la chaîne du chromosome E_1 .

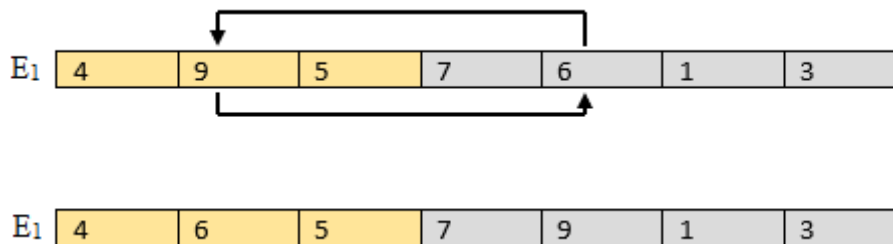


Figure 3. 7: Mutation de E_1

3.2.2.7 Schéma globale de l'algorithme Génétique

Nous appliquons AG_{kt} lorsque $|N_{kt}^{**}| > 2$. Et le coût total des tournées de véhicules est égal à la somme des coûts de distribution de chaque véhicule k pour chaque période t . Le coût de transport d'une collecte directe à l'usine ou d'un parcours pour lequel $1 \leq |N_{kt}^{**}| \leq 2$ (un ou deux clients visités) reste inchangé et n'a donc pas besoin d'une amélioration par AG_{kt} . Cependant, lorsque $|N_{kt}^{**}| > 2$ le coût de distribution pour le parcours du véhicule k à la période t est égal au fitness du meilleur chromosome de la dernière génération de la population après résolution avec l' AG_{kt} . Ce coût remplace le coût de la tournée de chaque véhicule k pour chaque période t contenu dans l'équation (3.1) de la fonction objectif de la première phase. L'AG pour chaque véhicule k à chaque période t (AG_{kt}) est décrit par la Figure 3.8.

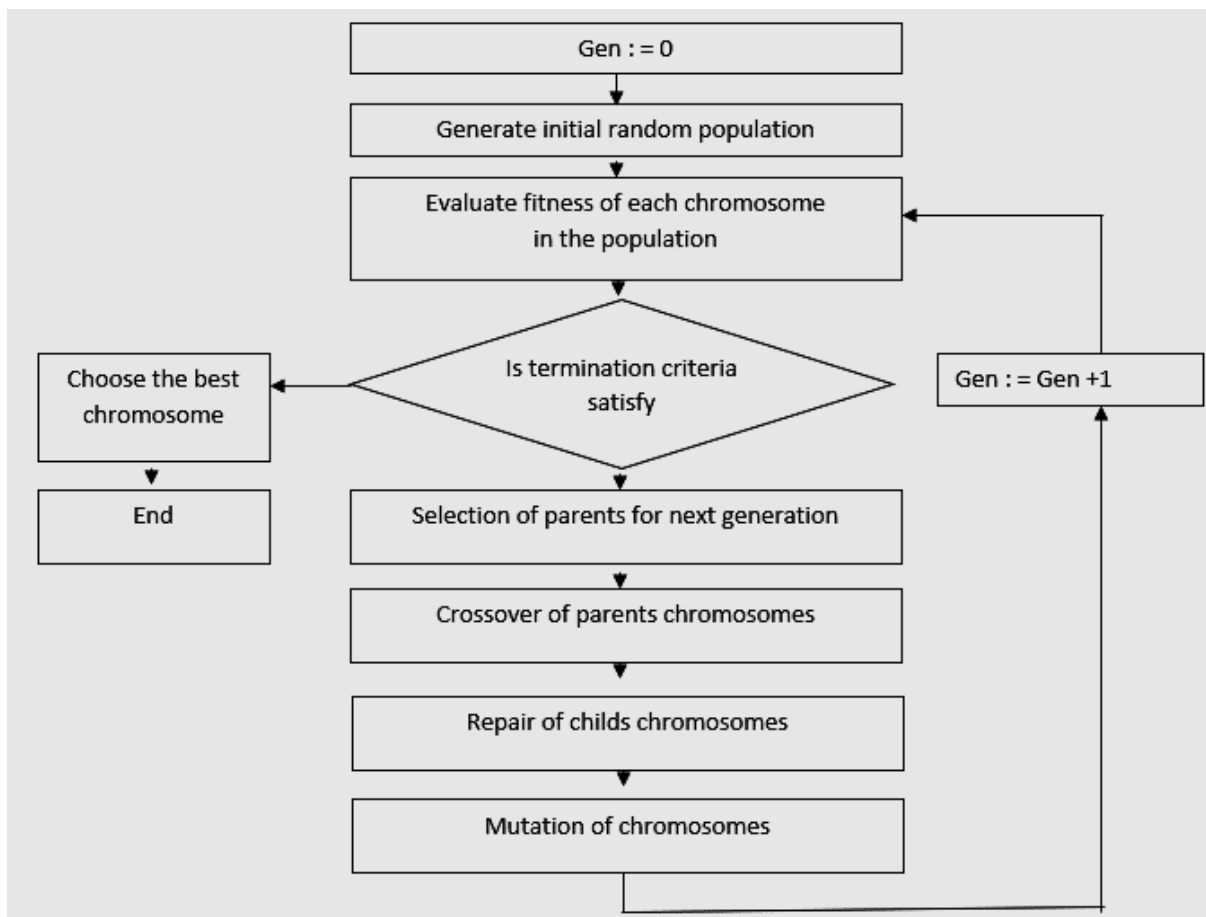


Figure 3. 8: AG sur le parcours du véhicule k sur la période t (AG_{kt})

3.2.3 Exemple d'application du TPDH

Soit le jeu de données du Tableau 3.1. Dans ce tableau, la ligne i désigne les différents nœuds du réseau de distribution. Ici, $i=0$ désigne le dépôt, $i \in \{1, \dots, 10\}$ est un client et $i=11$ est l'usine. La ligne d_{it} représente la demande de chaque client i sur chacune des 3 périodes de l'horizon de planification. La ligne I_{i0} est le stock initial de chaque client i et la ligne L_i représente la

Tableau 3. 1: Instance ($n=10, k=2, l=3$)

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
d_{it}	-	10	15	15	7	13	16	22	13	19	22	-
I_{i0}	76	5	15	15	3	13	40	55	6	47	44	-
L_i	152	30	60	60	21	52	112	154	39	133	132	-

capacité maximale de stockage de chaque client i . l'utilisation du TPDH pour l'optimisation du problème de planification intégrée de la production et des tournées de véhicules se décline en deux phases. Dans la première phase, la résolution du problème de LSP avec livraison directe et collecte directe est réalisée avec l'utilisation du solveur CPLEX. Dans cette première phase,

il s'agit de déterminer les visites ainsi que les quantités livrées sur chaque période de la planification. Ainsi, pour le jeu de données du Tableau 3.1 avec $C=304$ (C capacité maximale de production à l'usine) et $Q = 198$ (Q capacité maximale de chaque véhicule), les visites pour cette instance sont décrites par la Figure 3.9 et les quantités livrées sont résumées dans le Tableau 3.2. Selon la distribution des produits dans le Tableau 3.2, les clients 5 et 8 sont visités par le véhicule $k = 1$. Avec un stock initial de 13 produits et une demande de 13 produits, le client 5 utilisera son stock initial pour satisfaire sa demande de la période $t = 1$ et constituera un nouveau stock avec la quantité reçue (13 produits).

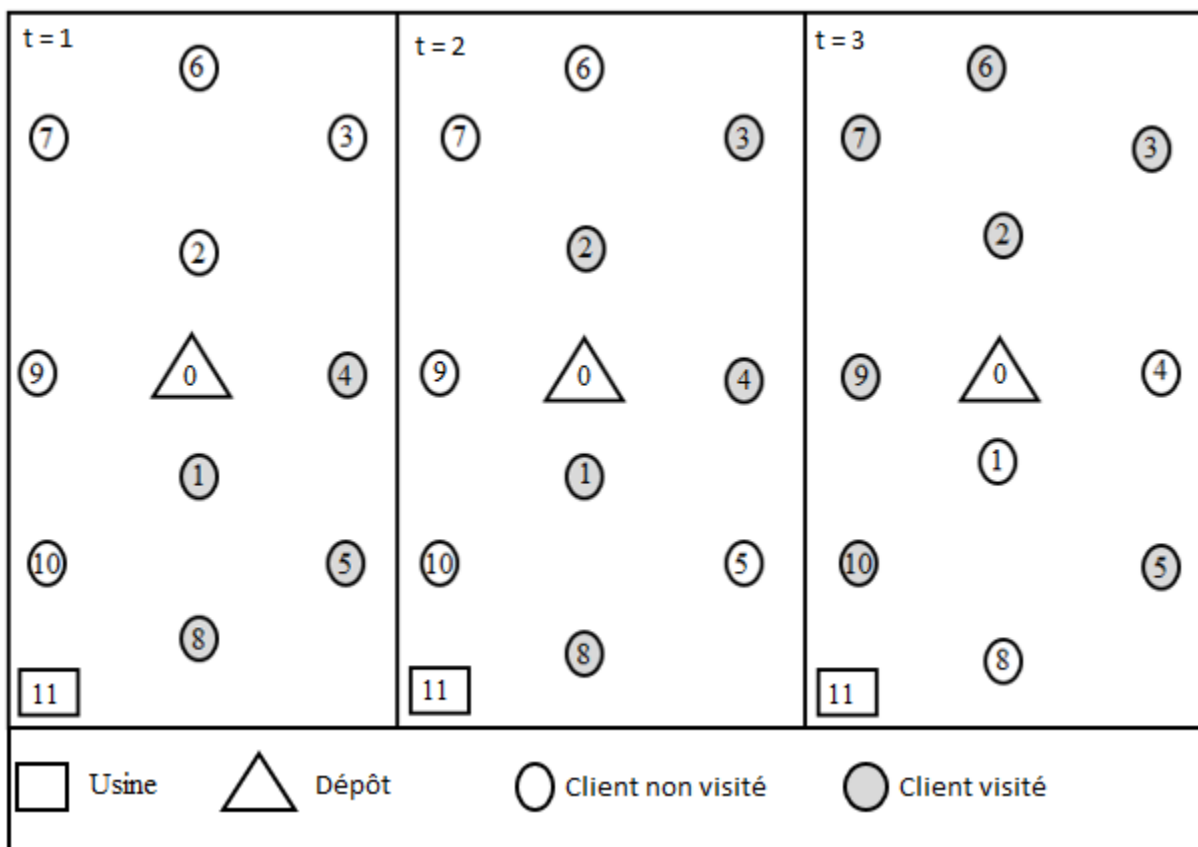


Figure 3. 9: Visite des clients sur chaque période de l'horizon de planification

Cependant, avec une demande de 13 produits et un stock initial de 6 produits, le client 8 risque d'être en rupture de stock s'il ne reçoit pas de produit pour la période $t=1$. Grâce à la quantité reçue (20 produits) le client 8 utilisera $6 + 7$ produits pour satisfaire sa demande courante et constituer un stock pour la période courante ($20 - 7 = 13$ produits). La quantité 137 livrée au dépôt par le véhicule $k = 1$ à la période $t = 1$ signifie que l'usine est visitée par le véhicule $k = 1$ à la date $t = 1$ pour la collecte de produit. Les clients 1 et 4 risquent également une rupture de stock s'ils ne sont pas livrés à la première période. Avec une demande de 10 produits et un stock initial de 5 produits, le client 1 reçoit 17 produits par le véhicule $k=2$ à la période $t=1$.

Cela lui permet de satisfaire sa demande en utilisant son stock initial ($I_{1,0}=5$) et les 5 produits reçus à la période $t=1$ puis de constituer un nouveau stock de 12 produits ($17-5=12$). De même, pour le client 4, la demande est de 7 produits alors que le stock initial est de 3 produits.

Tableau 3. 2: Quantités délivrées à chaque client sur l'horizon de planification

$q_{i,k,t}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
k=1,t=1	137					13			20			
k=2,t=1		17			11							
k=1,t=2		8	15	15	7				13			
k=1,t=3				15				11			22	
k=2,t=3			15			13	8			10		

En recevant une quantité de 11 produits, le client 4 arrive à satisfaire sa demande courante et constituer un nouveau stock de 7 produits ($11 - 4 = 7$). De façon particulière, on constate que le client 6 à l'instar des clients 7, 9 et 10 a été visité une seule fois. Pour ce type de client, la quantité en stock était suffisante pour couvrir les deux premières périodes. Ainsi, pour le client 6 qui a une demande de 16 produits par période et un stock initial de 40 produits, le stock à la fin de la première période est de 24 produits ($40-16=24$). A la fin de la deuxième période, le client 6 détient 8 produits en stock ($24 - 16 = 8$). Les 8 produits en stock en début de la troisième période, ($t = 3$) ne sont pas suffisants pour satisfaire la demande de la troisième période d'où la réception d'une quantité de 8 produits à la troisième période. Ces explications sont valables également pour chaque client visité par chaque véhicule sur chaque période de l'horizon de planification dans le respect de la capacité maximale de chaque véhicule et la capacité maximale de stockage de chaque client. Une fois que les visites de chaque véhicule sur chaque période déterminées et que les quantités livrées au dépôt et aux clients fixées, la deuxième phase consiste à déterminer le plus court chemin parcouru par chaque véhicule pour effectuer ses livraisons sur chaque période de l'horizon de planification en utilisant un algorithme génétique. Sur la Figure 3.10 qui ne prend pas en compte le positionnement des clients dans le jeu de données (simple illustration des visites), on a le parcours de chaque véhicule sur chaque période de l'horizon de planification. A la première période, le véhicule $k=1$ sort du dépôt, puis visite successivement les clients 5 et 8 avant de passer à l'usine pour la collecte de produits et finit sa course au dépôt en réapprovisionnant le dépôt en produits. Le véhicule $k=2$ a visité deux clients à la première période en commençant et en finissant sa course au dépôt. A la deuxième période, seul le véhicule $k=1$ est assigné à la livraison des produits. Sur la Figure 3.10, le parcours du véhicule $k=1$ sur les trois périodes de l'horizon de planification est en bleu et celui du véhicule $k=2$ est en rouge.

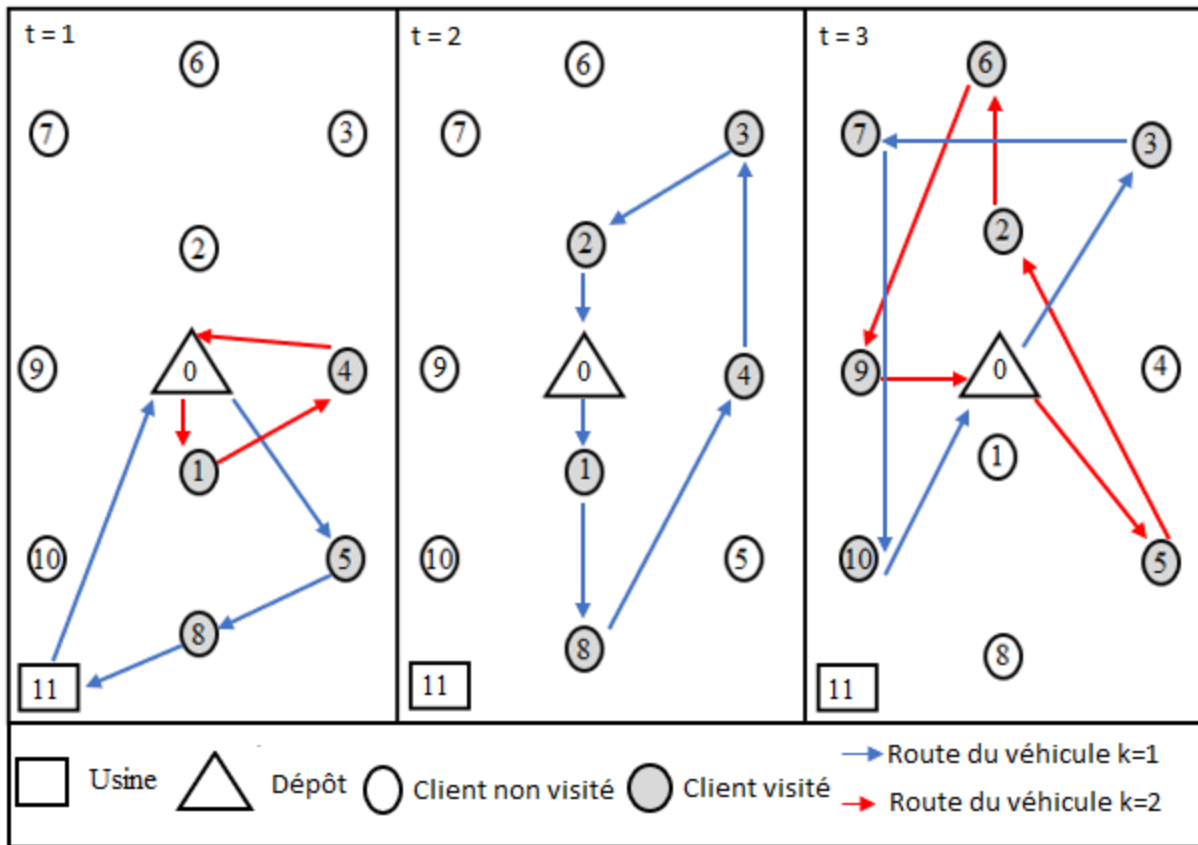


Figure 3. 10: TSP pour chaque véhicule k à la période t

3.2.4 Expérimentation et résultat

3.2.4.1 Expérimentation

L'algorithme de décomposition a été implémenté en C++ avec CPLEX 12. 6 sur un ordinateur personnel 64 bits Intel Pentium Dual Core 1.60 GHz avec 4 Go de RAM. Un seul processus a été utilisé dans les expérimentations et la durée de chaque test est limitée à 3600 secondes (1 heure) pour la phase de résolution du LSP. Pour la deuxième phase, la probabilité de croisement (pc) et la probabilité de mutation (pm) sont respectivement fixées par convention à 70% et 30% (Eiben et Smit 2011). Ces expérimentations ont pour but d'évaluer l'efficacité du TPDH sur les 48 premières instances et proposer les solutions sur les 128 instances décrites dans le chapitre précédent.

3.2.4.2 Résultat et discussions

Les tests effectués sur 48 instances de petites tailles ont permis de dresser les tableaux 3.3, 3.4 et 3.5 représentant respectivement les tableaux comparatifs des coûts de production, de stockage et de distribution (tournées de véhicules) de la méthode de décomposition à deux étapes (TPDH) par rapport à la méthode de B&C. Dans chaque ligne de ces tableaux, n représente le nombre de clients visité sur l'horizon de planification, l est le nombre de périodes de l'horizon de

planification et m représente le nombre de véhicules utilisé pour la livraison des produits. Les colonnes %TE représentent le Taux d'Evolution des coûts obtenus avec la méthode de TPDH par rapport aux coûts obtenus avec la méthode de B&C. Soit $C_{B\&C}$ et C_{TPDH} les coûts obtenus respectivement avec la méthode de B&C et TPDH. On a $\%TE = 100 * \frac{C_{TPDH} - C_{B\&C}}{C_{B\&C}}$. Dans le Tableau 3.3 (Production) 51148.75 ; 62929.17 et 114077.92 représentent respectivement les coûts moyens pour $m=2$, $m=3$ et le coût moyen global de production obtenu avec le B&C. Ces trois coûts moyens sont élevés par rapport aux coûts obtenus avec le TPDH qui sont de 50648.75 pour le coût moyen avec 2 véhicules, 60137.50 pour le coût moyen avec 3 véhicules et de 110786.25 pour le coût moyen global de production. Dans la colonne %TE_ $m = 2$, nous constatons que tous les coûts sont restés invariants sauf le coût moyen de l'instance ($n=15, l=3, m=2$) qui a subi une réduction de 24.10% en matière d'évolution relative des coûts obtenus avec le TPDH par rapport à ceux obtenus avec le B&C. De façon générale, on observe des %TE moyens de -4.02, -3.88 et -4.25 qui représentent respectivement une baisse du coût de production de 4.02% pour $m=2$, 3.88% pour $m=3$ et 4.25% pour le coût global de production. Ces %TE montrent que l'utilisation de 2 véhicules a plus contribué à la baisse des coûts de production que l'utilisation de 3 véhicules.

Tableau 3. 3: Comparaison du coût de production du B&C par rapport au TPDH

Coût de Production									
	B&C			TPDH (MILP+AG)			%TE		
Instances	m=2	m=3	Totaux	m=2	m=3	Totaux	%TE_ m=2	%TE_ m=3	%TE
n= 10 ; l= 3	23107.5	23107.5	46215	23107.5	23107.5	46215	0.00	0.00	0.00
n= 15 ; l= 3	12450	38800	51250	9450	37800	47250	-24.10	-2.58	-7.80
n= 20 ; l= 3	10980	75390	86370	10980	60390	71370	0.00	-19.90	-17.37
n= 10 ; l= 6	63082.5	63082.5	126165	63082.5	63082.5	126165	0.00	0.00	0.00
n= 15 ; l= 6	82192.5	82192.5	164385	82192.5	82192.5	164385	0.00	0.00	0.00
n= 20 ; l= 6	115080	95002.5	210082.5	115080	94252.5	209332.5	0.00	-0.79	-0.36
Moyenne	51148.75	62929.17	114077.92	50648.75	60137.50	110786.25	-4.02	-3.88	-4.25

Dans le Tableau 3.4 (Stocks), 5175.50 ; 6385.63 et 11561.13 représentent respectivement les coûts moyens de stockage avec $m=2$, $m=3$ et coût moyen global obtenus avec la méthode de B&C. A l'instar des coûts de production, les coûts moyens de stockage obtenus avec la méthode

de B&C sont plus élevés que ceux du TPDH. Les coûts moyens de stockage sont de 4761.18 pour m=2, 6299.34 pour m=3 et de 11060.52 pour le coût global moyen de stockage obtenus avec le TPDH. De façon générale, les coûts moyens avec l'utilisation de 2 véhicules sont en baisses de 5.83% (-5.83% dans le tableau) alors que les coûts moyens avec l'utilisation de 3 véhicules sont en baisse de 0.79% (-0.79% dans le tableau). Cela montre également comme dans le cas des coûts de production que l'utilisation de 2 véhicules a fortement impacté la réduction du coût global des stocks que l'utilisation de 3 véhicules. Le coût global moyen des stocks a donc subi une réduction de 3.98% pour le TPDH par rapport au B&C.

Tableau 3. 4: Comparaison des coûts de stockage entre le B&C et le TPDH

Coûts de stockage									
Instances	B&C			TPDH (MILP+AG)			%TE_ m=2	%TE m=3	%TE
	m=2	m=3	Totaux	m=2	m=3	Totaux			
n= 10 ; l= 3	1977.5	1989	3966.5	1827.75	1827.75	3655.5	-7.57	-8.11	-7.84
n= 15 ; l= 3	3566	2473	6039	3375	2466	5841	-5.36	-0.28	-3.28
n= 20 ; l= 3	2724	2350	5074	2493.5	2493.5	4987	-8,46	6.11	-1.71
n= 10 ; l= 6	7227.5	7318.25	14545.75	7430	7451	14881	2.80	1.81	2.30
n= 15 ; l= 6	13085	10814	23899	10974.8	11055.8	22030.6	-16.13	2.24	-7.82
n= 20 ; l= 6	2473	13369.5	15842.5	2466	12502	14968	-0.28	-6.49	-5.52
Moyenne	5175.50	6385.63	11561.13	4761.18	6299.34	11060.52	-5.83	-0.79	-3.98

Dans le Tableau 3.5 (Transport), on constate une augmentation générale du coût moyen de distribution obtenu avec le TPDH par rapport au B&C à l'exception des coûts des instances (n=20, l=3, m=2), (n=20, l=3, m=3) et (n=20, l=6, m=2). En passant de 14342.21 pour le B&C à 14651.50 pour le TPDH. On observe une augmentation de 2.86% du coût de distribution (coût de transport) avec l'utilisation de deux véhicules. De même le coût total moyen de distribution avec l'utilisation de 3 véhicules montre une augmentation de 14,49% en passant de 12748.08 pour le B&C à 14926.13 pour le TPDH. De façon globale, on observe une augmentation du coût global de distribution qui passe de 27090.29 pour le B&C à 29577.63 pour le TPDH avec un Taux d'Evolution global de 8.69%.

Tableau 3. 5: Comparaison des coûts de transport : B&C contre TPDH

Coûts de transport									
	B&C			TPDH (MILP+AG)					
Instances	m=2	m=3	Totaux	m=2	m=3	Taux	%TE_ m=2	%TE_ m=3	%TE
n= 10 ; l = 3	8496.75	10503.5	19000.25	9286	10891.25	20177.25	9.29	3.69	6.19
n= 15 ; l = 3	7147	6965	14112	7203	7415	14618	0.78	6.46	3.59
n= 20 ; l = 3	19996.5	8062	28058.5	19989.5	7593.5	27583	-0.04	-5.81	-1.69
n= 10 ; l = 6	12949.5	11476.75	24426.25	13604	16531.75	30135.75	5.05	44.05	23.37
n= 15 ; l = 6	17467	19389.25	36856.25	17837	22312.25	40149.25	2.12	15.08	8.93
n= 20 ; l = 6	19996.5	20092	40088.5	19989.5	24813	44802.5	-0.04	23.50	11.76
Moyenne	14342.21	12748.08	27090.29	14651.50	14926.13	29577.63	2.86	14.49	8.69

Dans le Tableau 3.6, la colonne jeu de données désigne les instances de données utilisées pour mener les tests. La colonne B&C contient les résultats obtenus avec la méthode de B&C. Ces résultats concernent la somme du coût global de production, de stockage et de distribution sur l'horizon de planification identifié ici par Coût Total, l'écart d'optimalité ou GAP et le temps de calcul pour résoudre l'instance correspondant. De même, les résultats obtenus avec le TPDH sont représentés à travers le Coût Total et le CPU. La colonne %TE contient le taux d'évolution relative des résultats obtenus avec le TPDH par rapport au B&C. On a, d'une part, le taux d'évolution du coût total identifié par %TE_Coût_Total, et d'autre part, le taux d'évolution du temps de calcul désigné par %TE_CPU. Dans ce tableau, on observe que le TPDH a apporté des améliorations sur 41.67 % des instances et donc 58.33% des meilleurs résultats sont ceux obtenus avec le B&C. Cependant, des fortes réductions relatives obtenues avec le TPDH par rapport au B&C sur les instances (n=15, l=3, m=2) et (n=20, l=3, m=3) ont permis d'avoir un Taux d'Evolution de -1.62 caractérisant une baisse globale moyenne de 1.62% des coûts de production obtenus avec le TPDH par rapport au B&C. Pour le temps de calcul (CPU), on constate une baisse sur toutes les instances testées avec une baisse globale de 90.14% du CPU. On observe que 19/48 soit 39.58% des instances n'ont pas été résolues à l'optimum avec le B&C à cause de la limitation du temps de calcul qui était de 7200 secondes. Avec l'écart d'optimalité moyen global de 6.34 obtenu avec le B&C, Il apparait clairement que des améliorations doivent encore être apportées à cette méthode en vue d'améliorer le GAP et réduire son temps de calcul. Au regard des difficultés rencontrées à résoudre les instances de

grandes tailles le reste des tests ont été effectué avec le TPDH. Cela nous a permis d’avoir des résultats sur les 148 instances du jeu de données.

Tableau 3. 6: Moyennes des résultats de B&C Vs TPDH

COÛT TOTAL							
Jeu de Données	B&C			TPDH (MILP+AG)		%TE	
Instances	Coût Total	GAP	CPU	Coût Total	CPU	%TE_Coût_Total	%TE_CP U
(n= 10 ; l = 3 ; m=2)	33581.75	10.06	4.19	34221.25	1.53	1.90	-63.48
(n= 15 ; l = 3 ; m=2)	23163	13.57	18.27	20028	3.92	-13.53	-78.54
(n= 20 ; l = 3 ; m=2)	33700.5	14.15	55.85	33463	3.32	-0.70	-94.06
(n= 10 ; l = 6 ; m=2)	83259.5	0.34	5332.63⁽²⁾	84116.5	10.88	1.03	-99.80
(n= 15 ; l = 6 ; m=2)	112744.5	1.36	6698.81⁽²⁾	111004.25	11.22	-1.54	-99.83
(n= 20 ; l = 6 ; m=2)	150748	5.09	7201.99⁽³⁾	151044	22.69	0.20	-99.68
(n= 10 ; l = 3 ; m=3)	35600	3.18	12.9	35826.5	2.41	0.64	-81.32
(n= 15 ; l = 3 ; m=3)	48238	0.59	126.18	47681	3.14	-1.15	-97.51
(n= 20 ; l = 3 ; m=3)	85802	0.9	174.75	70477	3.03	-17.86	-98.27
(n= 10 ; l = 6 ; m=3)	81877.5	2.56	7202.29⁽⁴⁾	87065.25	13.79	6.34	-99.81
(n= 15 ; l = 6 ; m=3)	112395.75	8.9	7201.79⁽⁴⁾	115560.5	17.44	2.82	-99.76
(n= 20 ; l = 6 ; m=3)	128464	15.36	7201.01⁽⁴⁾	131567.5	2186.8	2.42	-69.63
Moyennes	77464.54	6.34	3435.89	76837.90	190.01	-1.62	-90.14

⁽ⁿ⁾Nombre d’instances ayant dépassés la limite de temps

Dans le Tableau 3.7, **n** représente le nombre de clients, **l** est le nombre de période sur l’horizon de planification, **m** est le nombre de véhicules dans la flotte de véhicules. PROD, INV et TRANS désignent respectivement les coûts moyens de production, de stockage et distribution (transport ou tournées de véhicules) des produits. La colonne Coût Total désigne la somme des coûts moyens de production, de stockage et de tournées de véhicules. CPU est le temps moyen de calcul pour résoudre l’instance correspondant. Avec le TPDH, toutes les instances du jeu de données ont pu être résolues avec une moyenne globale de temps de calcul de 459.51 secondes (7.6585 mn). Les coûts moyens globaux sont de 78748.59 pour le coût moyen de production et 9887.34 pour le coût moyen de stockage et de 24147.83 pour le coût des tournées de véhicules.

Tableau 3. 7:Détailles des résultat moyens des tests pour le TPDH

n	l	m	PROD	INV	TRANS	Coût Total	CPU
10	3	2	23107.5	1827.75	9286	34221.25	1.53
10	3	3	23107.5	1827.75	10891.25	35826.5	2.41
15	3	2	30712.5	2693.25	13162	46567.75	4.37
15	3	3	30712.5	2693.25	15608.75	49014.5	3.05
20	3	2	35685	3321.75	13362.75	52369.5	3.22
20	3	3	35685	3321.75	15991.5	54998.25	2.82
25	3	2	39292.5	4389.75	15547.25	59229.5	4.75
25	3	3	39292.5	4389.75	16880.5	60562.75	4.28
30	3	3	45240	4209	19411	68860	9.64
30	3	4	45240	4209	22833	72282	14.19
35	3	3	66592.5	4662.75	21205	92460.25	7.74
35	3	4	66592.5	4604.25	26470.75	97667.5	8.35
40	3	3	69030	7533.5	22267	98830.5	9.00
40	3	4	69030	7533.5	26193.75	102757.25	9.02
45	3	3	91942.5	7550	24608.25	124100.75	11.57
45	3	4	91942.5	7874.75	31284.5	131101.75	12.12
50	3	3	73027.5	7767.75	29310.75	110106	17,47
50	3	4	73027.5	7767.75	33060	113855.25	15.52
10	6	2	63082.5	7430	13604	84116.5	10.88
10	6	3	63082.5	7451	16531.75	87065.25	13.79
15	6	2	82192.5	10974.75	17837	111004.25	11.22
15	6	3	82192.5	11055.75	22312.25	115560.5	17,44
20	6	2	93502.5	12653.25	20722.5	126878.25	20.21
20	6	3	94252.5	12502	24813	131567.5	2186.80
25	6	2	104422.5	16560.25	21631	142613.75	22.94
25	6	3	104422.5	16281.25	26986.75	147690.5	44.23
30	6	3	118267.5	16857.75	33729.75	168855	143.04
30	6	4	118267.5	16728	40578	175573.5	1330.12
35	6	3	145567.5	21020.5	36776	203364	2839.81
35	6	4	145567.5	20479.5	45154.75	211201.75	3609.94
40	6	3	177937.5	29374.25	39935	247246.75	1561.64
40	6	4	177937.5	28849.25	44744.75	251531.5	2751.36
Moyenne			78748.59	9887.34	24147.83	112783.76	459.51
%			69.82	8.77	21.41		

Cela donne un pourcentage de 69.82 % du coût moyen de production dans le coût total moyen. De même, la part du coût total moyen de stockage et du coût total moyen de distribution dans le coût global moyen sont respectivement de 8.77% et de 21.41%.

3.3 Algorithme Mémétique pour la résolution de l'EDPRP

Bien que très utilisées dans la pratique des industries, les méthodes de décomposition utilisées pour la résolution des problèmes de production et de tournées sont peu performantes face aux méthodes prenant en compte, de façon simultanée, les décisions de dimensionnement de lots (production) et ceux concernant les tournées de véhicules. De ce fait, nous présenterons un algorithme évolutionniste à population présentant les décisions de production et de tournées de véhicules sous la forme d'un modèle unique appelé chromosome pour la résolution du problème de production et de tournées de véhicules avec dépôt externe. Cette métaheuristique appelée Algorithme Mémétique est une amélioration de l'Algorithme Génétique obtenue grâce à l'incorporation des méthodes de recherches locales dans le schéma classique de l'Algorithme Génétique.

3.3.1 Encodage et évaluation de la solution

3.3.1.1 Encodage de la solution

Nous utilisons le tuple (P, Y, X, R) pour décrire une solution complète du problème. Dans ce tuple, P désigne la liste des quantités produites à chaque période t de l'horizon de planification. Chaque quantité produite P_t ou $P[t]$ est un nombre entier naturel compris entre 0 et la capacité maximale de production de l'usine C . Y est une liste de nombres binaires sur chaque période t de l'horizon de planification. $Y_t = 1$ signifie qu'il y a production à l'usine à la date t et $Y_t = 0$ sinon. X est une matrice $(n + 1) \times l$ dans laquelle X_{it} représente la quantité de produits envoyée au dépôt ($i = 0$) ou à un client ($i \in N_c$). X_{it} est un nombre entier naturel compris entre 0 et la capacité maximale de stockage du nœud $i \in N_{dc}$. Il peut être constitué de plusieurs demandes pour le client i . R est une liste d'entiers dans laquelle $R_p \in \{-1\} \cup N$. C'est une liste successive de tournées délimitées par le symbole (0) quand il s'agit de deux tournées appartenant au même jour ou du symbole (-1) quand il s'agit de démarquer deux tournées appartenant à des jours différents. Ainsi, 0 et -1, font également référence au dépôt dans la modélisation de la solution. Le symbole (-1) étant également le délimiteur de jour, une succession de ce symbole indique une période sans tournée de véhicule. La connaissance de R , X et de I_{i0} ($i \in N_c$) permet de calculer I_{it} ($i \in N_c$) pour tout $t \in T$ et de vérifier les contraintes liées à la capacité de stockage des clients L_i ($i \in N_c$), la charge limite des véhicules (Q) ainsi que la limitation du nombre de véhicules de la flotte (m). Avec la connaissance de Y , X et I_{00} , il est également possible de calculer P_t ($t \in T$), I_{0t} ($\forall t \in T$) et de vérifier les contraintes sur la capacité de stockage du

dépôt (L_0). Enfin, avec la connaissance de R, X, Y et P il est possible d'en déduire tous les éléments nécessaires pour évaluer une solution. Avec le jeu de données du Tableau 3.8, un exemple de solution complète pour $n = 10, l = 3, m = 2, C = 304, Q = 198$ est décrit par le Tableau 3.9.

Tableau 3. 8: Exemple d'instance

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
d_{it}	-	10	15	15	7	13	16	22	13	19	22	-
I_{i0}	76	5	15	15	3	13	40	55	6	47	44	-
L_i	152	30	60	60	21	52	112	154	39	133	132	-

Tableau 3. 9: Exemple de chromosome

R	0	1	4	8	11	-1	2	5	3	6	-1	7	9	10	-1
X	-	25	18	33	0	137	30	26	30	8	0	11	10	22	0
Y	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	0	-	-	-	0
P	-	-	-	-	-	137	-	-	-	-	0	-	-	-	0

Dans le tableau 3.9, R est une succession de tournées qui commencent au dépôt (0 ou -1) et se terminent au dépôt sur un horizon de planification de 3 jours (ou trois périodes) délimités par le symbole -1. X_{it} est la quantité envoyée à chaque client ou au dépôt i à la période t. La quantité distribuée aux clients à la première période est de $25 + 18 + 33 = 76$. Cette quantité signifie que la satisfaction de la demande de la première période se fait sur la base des stocks initiaux du dépôt ($I_{00} = 76$). Aucune quantité n'est envoyée à l'usine puisqu'elle est sans capacité de stockage. Cependant, le fait qu'il y ait production à la première période ($Y_{1=1}$) entraîne automatiquement un approvisionnement du dépôt (0 ou -1) avec une quantité de 137 unités de produits d'où $P_1 = 137$. P et Y peuvent donc être représentés par Y [1,0,0] et P [137,0,0].

3.3.1.2 Evaluation de la solution

Le coût d'un individu ou solution Z est déterminé par la formule suivante :

$$\text{Coût}_Z = \sum_{t \in T} (uP_t + fY_t) + \sum_{t \in T} \sum_{i \in N_{dc}} h_i I_{it} + \sum_{p=2}^{|R|} c_{alt(R[p-1]), alt(R[p])} \quad (3.4)$$

Dans cette formule constituée de trois parties, $\sum_{t \in T} (uP_t + fY_t)$ désigne le coût total de production. Ce coût est subdivisé en deux coûts, à savoir le coût variable de production défini par la somme des coûts des productions par période (uP_t) et la somme des coûts fixes lorsqu'il y a production le jour t (fY_t). Nous avons ensuite le coût des stocks exprimé par $\sum_{t \in T} \sum_{i \in N_{dc}} h_i I_{it}$ et enfin, le coût de distribution (transport) représenté par

$\sum_{p=2}^{|R|} c_{[alt(R[p-1])][alt(R[p])]}$. Dans cette dernière partie, $|R|$ représente la taille ou le nombre de symboles dans R et $alt()$ est une fonction telle que $alt(i)=i$ si $i \in N$ et $alt(i) = 0$ si $i = -1$ (délimiteur de jour). Le paramètre $c_{i,j}$ désigne la distance euclidienne entre le nœud i et le nœud j .

3.3.2 Construction de la Population initiale

Soit Pop_size , la taille ou le nombre d'individus (solutions) dans la population initiale Pop_0 . Cette population est constituée d'un nombre Pop_size de solutions aléatoirement générées. Chaque individu de la population initiale est généré en trois étapes décrites comme suit :

Etape 1 : construction de Y

La construction de Y consiste en la détermination des jours de production. Il s'agit ici de déterminer les jours t pour lesquels $Y_t = 1$. Pour atteindre cet objectif, nous allons d'abord déterminer la quantité totale produite sur l'horizon de planification. Cette quantité NP est obtenue par la relation (3.5). Elle est égale à la différence entre la somme des demandes de tous les clients et la somme des stocks initiaux au dépôt et chez les clients.

$$NP = \sum_{t \in T} P_t = \left(\sum_{t \in T} \sum_{i \in N_c} d_{it} - \sum_{i \in N_{dc}} I_{i,0} \right) \quad (3.5)$$

Une fois que la quantité totale à produire est calculée, nous déterminons le nombre de jours nécessaires pour produire cette quantité. Pour éviter un problème d'emballage de bacs durs avec la flotte limitée, nous allons restreindre la capacité de la flotte à 90%. Soit cf la capacité de la flotte. Nous avons donc $cf = 0.9 \times m \times Q$. Soit NY ($NY = \sum_{t \in T} Y_t$), le nombre de jours nécessaires pour produire NP . NY est obtenu par l'équation (3.6).

$$NY = \left\lceil \left(\sum_{t \in T} \sum_{i \in N_c} d_{it} - \sum_{i \in N_{dc}} I_{i,0} \right) / \min(C, cf, L_0) \right\rceil \quad (3.6)$$

Une fois NY déterminé, un nombre NY de jours sont tirés aléatoirement dans $T/\{l\}$. Il est impossible de produire le dernier jour de l'horizon de planification (l) car cette production ne peut être distribuée aux clients. Ici, P peut être déjà initialisé par l'affectation de NP à P_t , avec t la plus petite valeur de t pour laquelle $Y_t = 1$ sans tenir compte de la violation de la capacité maximale de production (C).

Etape 2 : construction jour après jour de P et de X

Pour tout client i , la quantité X_{i1} est initialisée avec la quantité nécessaire pour que I_{i0} et X_{i1} puissent au moins constituer une demande (d_{it} est constant pour tout $t \in T$). Exemple, pour une demande $d_{it} = 10$, si I_{i0} prend les valeurs 5 ; 10 ou 15 alors X_{i1} prendra respectivement les valeurs 5 ; 0 ou 0. Pour chaque période t , en donnant la priorité aux clients en rupture de stock ($I_{it-1} < d_{it}$). Puis, nous agrégeons les demandes pour chaque client i sans toutefois violer sa

capacité limite de stockage L_i , et celle de la flotte cf dans le respect de la quantité de produits disponibles au dépôt le jour précédant $I_{0,t-1}$. Les quantités produites sont ensuite adaptées à la capacité de production puis à la capacité de la flotte et à la capacité de stockage résiduelle du dépôt. Cela permet de résoudre le dépassement de capacité de production autorisée à l'étape 1. Cette démarche est une adaptation de la Programmation Dynamique proposée par Wagner et Whitin (Wagner et Whitin 1958) pour la résolution du problème classique de la planification de la production.

Etape 3 : Construction de R jour après jour

Après la détermination de Y , P et X , les quantités envoyées aux clients par période sont successivement agrégées jusqu'à atteindre la capacité d'un véhicule. Cette opération est répétée jusqu'à la détermination du nombre de véhicules nécessaire à la livraison des produits de chaque période. Cette procédure est une adaptation de l'algorithme économique de Clarke and Wright (Clarke et Wright 1964) à travers l'imposition d'une flotte limitée. A ce stade, R ne contient pas encore l'usine représentée par le nœud $i = n+1$. L'usine est ajoutée à R seulement dans les périodes t pour lesquelles $Y_t = 1$. Le nombre de symbole $n+1$ ajouté est égal au nombre de véhicules nécessaires pour envoyer toute la production de la période au dépôt (pour $Y_t=1$ avec $t \in T \setminus \{l\}$ le nombre de véhicules nécessaires au transport de P_t de l'usine $n+1$ au dépôt 0 est $\lceil P_t/Q \rceil$). Une fois la population initiale constituée, une procédure de sélection et de croisement est mise en place pour la formation de la population des enfants ($CHILDS_0$). Dans cette étude, la taille de la population des enfants est fixée à $POP_size / 2$. La section suivante décrit la procédure de sélection et de croisement des individus de la population POP_0 pour la constitution de $CHILDS_0$.

3.3.3 Procédure de sélection et de croisement

Chaque enfant issu de la génération initiale $CHILDS_0$ est le fruit du croisement de deux individus sélectionnés par une procédure de tournoi binaire. Une sélection par tournoi binaire consiste à retenir le meilleur individu parmi deux individus tirés aléatoirement dans la population POP_0 . Soit A , l'individu retenu après une première procédure de sélection. Une répétition de cette procédure de sélection permet de trouver un deuxième individu B . Puis une procédure de croisement à deux points de coupure des individus A et B est mise en œuvre pour la détermination d'un unique enfant E . La procédure de croisement est décrite comme suit : Notons par (\cdot) l'opérateur d'appartenance. Par cet opérateur écrire $A \cdot R$ signifie que R appartient à A . Notons R_p ou $R(p)$ l'élément de rang p dans R et $R_{p \rightarrow q}$ ou $R(p \rightarrow q)$ la sous liste de R allant

de p à q. Dans ce travail, les points de coupure doivent correspondre uniquement au délimiteur de jour (-1). Pour la détermination des points de coupures, un tirage aléatoire de deux dates $t_1, t_2 \in T/\{l\}$ avec $t_1 \neq t_2$ est effectué. Puis d_1 et d_2 sont déterminés de sorte que $d_1 = \min(t_1, t_2)$ et $d_2 = \max(t_1, t_2)$. Soit $pos(t)$, la fonction qui à chaque date associe sa position dans $A \cdot R$ ($p = pos(t)$). $A \cdot R$ sera segmenté en trois parties. La partie gauche sera identifiée par $A \cdot RL = A \cdot R(1 \rightarrow pos(d_1))$. Le milieu de $A \cdot R$ est représenté par $A \cdot RM = A \cdot R(pos(d_1) + 1 \rightarrow pos(d_2))$ et la partie droite par $A \cdot RR = A \cdot R(pos(d_2) + 1 \rightarrow pos(l))$. De même, l'individu B sera également segmenté selon les valeurs de d_1 et d_2 déterminées pour la segmentation de $A \cdot R$. La construction de l'enfant E issu du croisement de A et B se fait de la façon suivante : Soient $E \cdot RL, E \cdot RM,$ et $E \cdot RR$ les trois parties de $E \cdot R$. Ces trois parties seront initialisées de la façon suivante : $E \cdot RL = B \cdot RL, E \cdot RM = A \cdot RM,$ et $E \cdot RR = B \cdot RR$. Après l'initialisation de $E \cdot R$, une vérification est faite pour corriger les éventuelles anomalies dans sa construction. Contrairement à la stratégie de correction Boudia et Prins (M. Boudia et Prins 2009) basée sur le parcours de $E \cdot R$, nous adoptons une stratégie de correction plus simple basée sur le parcours de N_C . Cette stratégie permet d'identifier rapidement les clients manquants dans $E \cdot R$ et apporter les corrections idoines. La correction de $E \cdot R$ se décline comme suit : soit i l'indice de parcours de N_C, TX_i la quantité totale livrée au client i sur l'horizon de planification T dans $E \cdot X$ et TU_i la quantité totale de produit qui devait être livrée à i sur T . On a $TX_i = \sum_{t \in T} X_{it}$ et $TU_i = \sum_{t \in T} d_{it} - I_{i,0}$. Par une comparaison entre TX_i et TU_i , on regroupe les clients selon les cas ci-dessous et on apporte les corrections suivantes :

Cas 1 ; Si $TX_i = TU_i$, alors il n'y a rien à faire pour le client i . Toutes les demandes $\sum_{t \in T} d_{it}$ sont déjà satisfaites par le stock initial $I_{i,0}$ et les quantités livrées sur T (TX_i).

Cas 2 ; Si $TX_i > TU_i$, alors un parcours inverse de T est effectué (de l vers 1). La quantité $E \cdot X_{it}$ est successivement réduite d'une demande d_{it} . Si pour une période t donnée $E \cdot X_{it}$ tombe à 0 alors i est retiré du parcours contenant i à la date t dans $E \cdot R$ et cette correction s'arrête à la période t à laquelle $TX_i = TU_i$.

Cas 3 ; Si $TX_i < TU_i$ et $TX_i \neq 0$ ($E \cdot R$ contient i), soit $\tau = \frac{I_{i,0} + \sum_{t=1}^{d_{it}} X_{it}}{d_{it}} + 1$ la date de rupture de stock chez i s'il n'est pas approvisionné à partir de la dernière date à laquelle son stock initial couvre ses demandes. Soit $TC_i = TU_i - TX_i$ la quantité nécessaire pour compléter TX_i à TU_i . Puis nous parcourons T de τ vers l . Pour corriger $E \cdot R$, nous effectuons successivement les opérations suivantes :

- (1) Si $I_{i,\tau} \geq TC_i$ Ajouter TC_i à $E \cdot X_{i\tau}$.
- (2) Si Q (la capacité limite du véhicule) est violée, alors on retire i de sa tournée courante
- (3) Tenter une meilleure insertion dans l'une des tournées existantes de la date t. Effectuer une meilleure insertion d'un client i dans une tournée consiste à comparer le coût de tous les trajets obtenus en déplaçant itérativement le client i du début de la tournée à sa fin. La meilleure insertion désignera la position de i offrant le minimum de coût pour la tournée.
- (4) Si la tentative d'une meilleure insertion échoue et que le nombre de véhicules utilisé à la date t est inférieure à m (m est le nombre de véhicules de la flotte), alors une nouvelle tournée est créée.
- (5) Si tous les véhicules de la flotte sont déjà utilisés, alors nous procédons à une fragmentation de la quantité $TC_i + E \cdot X_{it}$. La fragmentation consiste à déterminer la tournée offrant le maximum de capacité résiduelle et d'y insérer le maximum de demandes d_{it} contenue dans $TC_i + E \cdot X_{it}$. Le reste des quantités à livrer (TC_i après mise à jour) est distribué les jours suivants en respectant les étapes (1), (2), (3), (4) et (5).

Cependant si $TX_i = 0$ ($E \cdot R$ ne contient pas i), alors une correction similaire à celle du Cas 3 est mise en œuvre par l'application des étapes (3), (4) et (5).

La procédure globale de correction de E, procède d'abord par le traitement de tous les Cas 2 ($TX_i > TU_i, \forall i \in N_c$) avant le traitement des Cas 3 ($TX_i < TU_i, \forall i \in N_c$). Les clients du Cas 1 ne subiront pas de correction.

3.3.4 Exemple d'application de la procédure de croisement et de réparation

Soit le jeu de données pour (n=10, l=6, k=2) décrit dans le Tableau 3.10. Soit A et B deux solutions construites à partir de la génération d'une solution initiale. Le chromosome A est représenté par le Tableau 3.11 et la solution B est représentée par le Tableau 3.12. soit $t_1 = 3$ et $t_2 = 5$ les points de coupure des chromosomes A et B (t_1 et t_2 correspondent à des dates ou périodes sur l'horizon de planification). L'enfant C sera constitué de trois parties. La partie gauche de C est représentée par $C \cdot RL = B \cdot R(1 \rightarrow pos(t_1))$. Le milieu de C est représenté par $C \cdot RM = A \cdot R(pos(t_1) + 1 \rightarrow pos(t_2))$ et la partie droite de C est représentée par $C \cdot RR = B \cdot R(pos(t_2) + 1 \rightarrow pos(l))$. Le Tableau 3.13 illustre la représentation du chromosome de l'enfant C.

Tableau 3. 10: Jeu de données (n=10,l=6,k=2)

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
d_{it}		10	15	15	7	13	16	22	13	19	22	
I_{i0}	76	10	30	30	7	26	80	110	13	95	88	
L_i	152	30	60	60	21	52	112	154	39	133	132	

Tableau 3. 11: Chromosome A

R	0	1	3	4	8	-	11	-	1	2	3	5	11	-	1	3	4	8	10	-	11	-	6	7	9	-
X	-	20	15	14	26	0	0	151	10	60	30	52	0	152	20	15	21	39	44	0	0	44	16	22	19	0
Y	-	-	-	-	-	0	-	1	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	0	-	1	-	-	-	0
P						0		151						152						44						0

Tableau 3. 12: Chromosome B

R	0	1	2	4	8	-	11	-	3	4	5	8	11	-	1	2	4	7	10	-	11	-	6	8	9	-
X	-	20	15	14	26	0	0	151	60	14	52	26	0	152	30	45	7	22	44	0	0	44	16	13	19	0
Y						0		1						1						0		1				0
P						0		151						152						0		44				0

Tableau 3. 13: Enfant C non-réparé

R	0	1	2	4	8	-	11	-	3	4	5	8	11	-	1	3	4	8	10	-	11	-	6	8	9	-
X	-	20	15	14	26	0	0	151	60	14	52	26	0	152	20	15	21	39	44	0	0	44	16	13	19	0
Y						0		1						1						0		1				0
P						0		151						152						0		44				0

Après constitution du chromosome C, des anomalies peuvent être constatées. Pour réparer le chromosome C, nous parcourons la liste des clients et nous apportons les corrections suivantes :

TU_i est la quantité totale de produits que devait recevoir le client i et TX_i la quantité effectivement reçu par le client i .

Clients pour lesquels $TX_i > TU_i : i \in \{3 ; 4 ; 8\}$

Pour le client $i=3$, on a $TX_i = 60+15=75$ et $TU_i = 15*6 - I_{i0} = 90-30=60$. En parcourant T de $t=6$ à $t=1$, on soustrait une demande TX_i à la date $t=4$ et on obtient $TX_i = 75 - 15 = 60$. Ainsi, la quantité envoyée à i à la période 4 devient $X_{3,4} = 15 - 15 = 0$ et $i=3$ est enlevé de la tournée de la période 4. Le résultat de cette correction est présenté par le Tableau 3.14.

Tableau 3. 14: Correction pour $i=3$ dans C

R	0	1	2	4	8	-	11	-	3	4	5	8	11	-	1	4	8	10	-	11	-	6	8	9	-
X	-	20	15	14	26	0	0	151	60	14	52	26	0	152	20	21	39	44	0	0	44	16	13	19	0
Y						0		1						1					0		1				0
P						0		151						152					0		44				0

Pour le client $i=4$, on a $TX_i = 49$ et $TU_i = 7 * 6 - 7 = 35$. En parcourant T de $t=6$ à $t=1$, on enlève 2 demandes dans TX_i à la période $t=4$ pour obtenir $TX_i = 35$ et $X_{3,4} = 21 - 7 - 7=7$. Voir le Tableau 3.15 pour le chromosome de C après correction du client 4.

Tableau 3. 15: Correction pour $i=4$ dans C

R	0	1	2	4	8	-	11	-	3	4	5	8	11	-	1	4	8	10	-	11	-	6	8	9	-
						1		1						1					1		1				1
X	-	20	15	14	26	0	0	151	60	14	52	26	0	152	20	7	39	44	0	0	44	16	13	19	0
Y						0		1						1					0		1				0
P						0		151						152					0		44				0

Pour le client $i=8$, on a $TX_i = 104$ et $TU_i = 13 * 6 - 13 = 65$. La soustraction successive d'une demande dans TX_i pour égaliser TU_i permet d'obtenir les résultats suivants. La soustraction d'une demande à la période $t=6$ permet d'avoir $TX_i = 104 - 13 = 91$ et $X_{8,6} = 0$ d'où le client 8 est enlevé de la tournée de la période 6. La soustraction de deux demandes dans TX_i à la période $t=4$ permet d'avoir $TX_i = 91 - 13 - 13 = 65$ et $X_{8,4} = 39 - 13 - 13 = 13$. Le résultat de cette correction est présenté dans le Tableau 3.16.

Tableau 3. 16: Correction pour $i=8$ dans C

R	0	1	2	4	8	-	11	-	3	4	5	8	11	-	1	4	8	10	-	11	-	6	9	-
						1		1						1					1		1			1
X	-	20	15	14	26	0	0	151	60	14	52	26	0	152	20	7	13	44	0	0	44	16	19	0
Y						0		1						1					0		1			0
P						0		151						152					0		44			0

Clients pour lesquels $TX_i < TU_i : i \in \{1 ; 2 ; 7\}$

Pour le client $i=1$, $TX_i = 20 + 20 = 40$ et $TU_i = 6 * 10 - 10 = 50$.

On a $TC_i = TU_i - TX_i = 50 - 40 = 10$ d'où TX_i doit être complété (gestion d'un complément) avec une quantité de 10 produits pour atteindre TU_i . On a $\tau = \frac{10+20}{10} + 1 = 4$

$I_{0,1} = I_{0,0} + P_1 - 75 = 76 + 0 - 75 = 1$; $I_{0,2} = I_{0,1} + P_2 + 0 = 1 + 151 - 0 = 152$; $I_{0,3} = I_{0,2} + P_3 + 0 = 152 + 152 - 152 = 152$. La quantité livrée à tous les clients à la période $t=4$ est $20 + 7 + 13 + 44 = 84$ donc $I_{0,4} = I_{0,3} + P_4 - 84 = 152 + 0 - 84 = 68$ et $I_{0,4} > TC_i = 10$. La tournée de la période 4 contient $i=1$ donc on applique (1) en ajoutant TC_i à X_{i4} . On a $TC_i + X_{i4} = 10 + 20 = 30$. Cela modifie la charge du véhicule de 84 à 94 à la période 4 pour une charge maximale de 198. La charge du véhicule n'est pas violée et le processus s'arrête pour le client $i=1$. Le Tableau 3.17 illustre la correction pour le client 1.

Tableau 3. 17: Correction pour i=1 dans C

R	0	1	2	4	8	-	11	-	3	4	5	8	11	-	1	4	8	10	-	11	-	6	9	-
						1		1						1					1		1			1
X	-	20	15	14	26	0	0	151	60	14	52	26	0	152	30	7	13	44	0	0	44	16	19	0
Y						0		1						1					0		1			0
P						0		151						152					0		44			0

Pour le client i=2, $TX_i = 15$ et $TU_i = 60$, d'où $TC_i = 60 - 15 = 45$

On a $\tau = \frac{30+15}{15} + 1 = 4$ et $I_{0,4} = I_{0,3} + P_3 - 94 = 152 + 0 - 94 = 58 > TC_i$. La tournée de la période t=4 ne contient pas i=2 d'où nous appliquons l'étape (3) en effectuant une meilleure insertion de i=2 dans la tournée de la période 4. A la suite de cette insertion, la nouvelle charge du véhicule sera $139 < 198$. La procédure s'arrête pour i=2. Le chromosome obtenu est présenté dans le Tableau 3.18.

Tableau 3. 18: Correction pour i=2 dans C

R	0	1	2	4	8	-	11	-	3	4	5	8	11	-	1	2	4	8	10	-	11	-	6	9	-
						1		1						1						1		1			1
X	-	20	15	14	26	0	0	151	60	14	52	26	0	152	30	45	7	13	44	0	0	44	16	19	0
Y						0		1						1						0		1			0
P						0		151						152						0		44			0

Pour le client i=7, $TX_i = 0$ et $TU_i = 22$, d'où $TC_i = 22 - 0 = 22$

On a $\tau = \frac{110+0}{22} + 1 = 6$ et $I_{0,4} = I_{0,3} + P_3 - 94 = 152 + 0 - 139 = 13$; et $I_{0,5} = I_{0,4} + P_5 - 0 = 13 + 44 = 57$; $I_{0,6} = I_{0,5} + P_6 - (16+19) = 57 + 0 - 35 = 22 \geq TC_i$. La tournée de la période t=6 ne contient pas i=7 d'où nous appliquons l'étape (3) en effectuant également une meilleure insertion de i=7 dans la tournée de la période 6. A la suite de cette insertion, la nouvelle charge du véhicule sera $(16+19+22=57) < 198$. D'où la procédure s'arrête pour i=2. On remarque ici que $I_{0,6} = 0$ après la livraison du client 7. (voir Tableau 3.19)

Tableau 3. 19: Correction pour i=7 dans C

R	0	1	2	4	8	-	11	-	3	4	5	8	11	-	1	2	4	8	10	-	11	-	7	6	9	-
						1		1						1						1		1				1
X	-	20	15	14	26	0	0	151	60	14	52	26	0	152	30	45	7	13	44	0	0	44	22	16	19	0
Y						0		1						1						0		1				0
P						0		151						152						0		44				0

Clients pour lesquels $TX_i = TU_i : i \in \{5 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10\}$.

Pour les clients 5, 6, 8, 9 et 10 il n'y a rien à faire car la quantité théorique à recevoir est égale à la quantité effectivement reçue. Le résultat final de cette procédure de réparation se présente dans la Tableau 3.20.

Tableau 3. 20: Chromosome C réparé

R	0	1	2	4	8	-	11	-	3	4	5	8	11	-	1	2	4	8	10	-	11	-	7	6	9	-
X	-	20	15	14	26	0	0	151	60	14	52	26	0	152	30	45	7	13	44	0	0	44	22	16	19	0
Y						0		1						1						0		1				0
P						0		151						152						0		44				0

3.3.5 Recherche locale

Trois algorithmes de recherche locale ont été développés pour l'implémentation de la phase d'intensification de l'AM. Pour tout $i, j \in N_C$, ces algorithmes peuvent être décrits comme suite :

- SWAP1 (S1) : c'est un algorithme de recherche locale qui permet d'échanger la position de deux clients i et j au cours de la même période t ($\forall t \in T$) dans le respect des capacités des véhicules assignés au transport des produits. Cet échange n'est possible que si le client i et le client j sont visités à la date t sans tenir compte du fait qu'ils appartiennent ou non à la même tournée.
- BESTE INSERTION (BI) : le BI consiste à enlever un client i de sa tournée courante à la date t et de rechercher dans toutes les tournées existantes à la date t la position qui offre le minimum de coût de transport dans le respect de la capacité des véhicules ($\forall t \in T$).
- SWAP2 (S2) : cet algorithme consiste à échanger de façon naïve deux clients i et j visités respectivement à des périodes consécutives t et $t + 1$. La solution obtenue après échange est comparée à la meilleure solution courante si elle n'engendre pas une rupture de stock et respecte les conditions de capacités maximales de production C , de stockage $L_i \forall i \in N_{ac}$ et des véhicules Q ($\forall t \in T/l$).

3.3.6 Description global de l'AM

Soit Pop_g la population de la génération g avec $g \in \{0, 1, \dots, Max_gen\}$ (Pop_0 est la population initiale), Max_gen le nombre maximum de generation, $Childs$ la population des enfants et $Term_Crit$ le critère terminal. L'AM utilisé dans ce travail est décrit par l'Algorithme 3.1

Algorithme 3. 1 : Algorithme Mémétique

```
1 :  $Pop_0 \leftarrow \emptyset$ ,  $Childs \leftarrow \emptyset$  and  $g \leftarrow 0$ .
2 :  $Max\_gen$ : initialize Maximum generation.
3 :  $Term\_Crit \leftarrow false$ .
4 :  $Pop_g \leftarrow$  random generation of  $Pop\_Size$  solutions.
5 : Repeat
6 :   Evaluate fitness of each solution of  $Pop_g$ 
7 :   sort  $Pop_g$  in descending cost order
8 :   If  $g < Max\_gen + 1$ 
9 :     Repeat
10 :      Select two parents A and B in  $Pop_g$  by binary tournament
11 :       $Childs \leftarrow$  Crossover (A,B) and repair the solution (offspring)
12 :      Until  $Childs\_Size = \lfloor Pop\_Size/2 \rfloor$ 
13 :      For c=1 to  $Childs\_Size$ 
14 :        Applies Local search to the element c of  $Childs$ 
15 :      End For
16 :      Replace the  $Childs\_Size$  first elements of  $Pop_g$  by elements of  $Childs$ 
17 :       $Childs \leftarrow \emptyset$ .
18 :       $g \leftarrow g + 1$ .
19 :     Else
20 :        $Term\_Crit \leftarrow True$ .
21 :     End If
22 : Until  $Term\_Crit \leftarrow True$ .
23 : Return the best solution of  $Pop_{Max\_gen}$  (the last element of  $Pop_{Max\_gen}$  )
24 : End
```

3.3.7 Expérimentation et résultats

3.3.7.1 Expérimentation

L'AM décrit à la section 3.3.6 a été implémenté en C++ sur un ordinateur personnel 64 bits Intel Pentium Dual Core 1.60 GHz avec 4 Go de RAM. Les détails sur les instances utilisées dans les différentes simulations sont décrits dans le chapitre 2.

L'opérateur de mutation dans l'AM est remplacé par une recherche locale et la sélection des parents se fait par une procédure de tournoi binaire. Ainsi, les paramètres pertinents de l'AM développé sont la taille de la population (Pop_Size), le nombre maximum de générations (max_gen) et la probabilité avec laquelle la recherche locale (LS_search_prob) est appliquée à chaque solution. Une stratégie d'ajustement des paramètres basée sur des comparaisons expérimentales (testes des combinaisons de trois valeurs désignant la taille de la population, trois valeurs représentant chacune le nombre maximum de génération et trois taux désignant la probabilité des recherches locales) a été réalisée sur les quatre classes d'instances avec 20 clients, six périodes et deux véhicules. Un total de $3 \times 3 \times 3 \times 4 = 108$ tests a permis de retenir

les meilleurs paramètres présentés dans le Tableau 3.21. Cette stratégie de réglage des paramètres est différente de certaines méthodes basées sur le contrôle des paramètres. Pour une meilleure compréhension des stratégies de contrôle des paramètres, voir (Dulebenets et al. 2018).

Tableau 3. 21: Réglage des paramètres pour l'AM

Description des paramètres	Valeurs candidates	Meilleures valeurs
Taille de la population (Pop_Size)	[10 ;20 ;30]	20
Nombre maximal de generation (Max_gen)	[30 ;35 ;40]	35
Probabilité de recherche local (LS_search_prob)	[20% ;30% ;40%]	20%

Le but de cette étude est de comparer les résultats de l'AM avec ceux obtenus avec la méthode de décomposition à deux phases (TPDH) proposée au chapitre 5. A cet effet, plusieurs tests ont été effectués pour évaluer l'efficacité de chaque algorithme de recherche locale ainsi que la combinaison de certains d'entre eux.

3.3.7.2 Résultats et discussions

La Figure 3.11 montre une évolution générale de l'AM pour EDPRP similaire à ceux présentés par (Absi et al. 2015) et (Qiu, Wang, et al. 2018a). Sur cette figure, les instances (1),(2),(3) et (4) sont représentatives des quatre classes d'instances utilisées pour effectuer les tests sur le jeu de données. Ces instances composées de 40 clients ($n=40$), 6 périodes ($l=6$) et 3 véhicules mettent en évidence le comportement général de l'AM. La figure montre que l'algorithme mémétique proposé pour l'EDPRP converge rapidement des solutions relativement mauvaises vers de bonnes solutions.

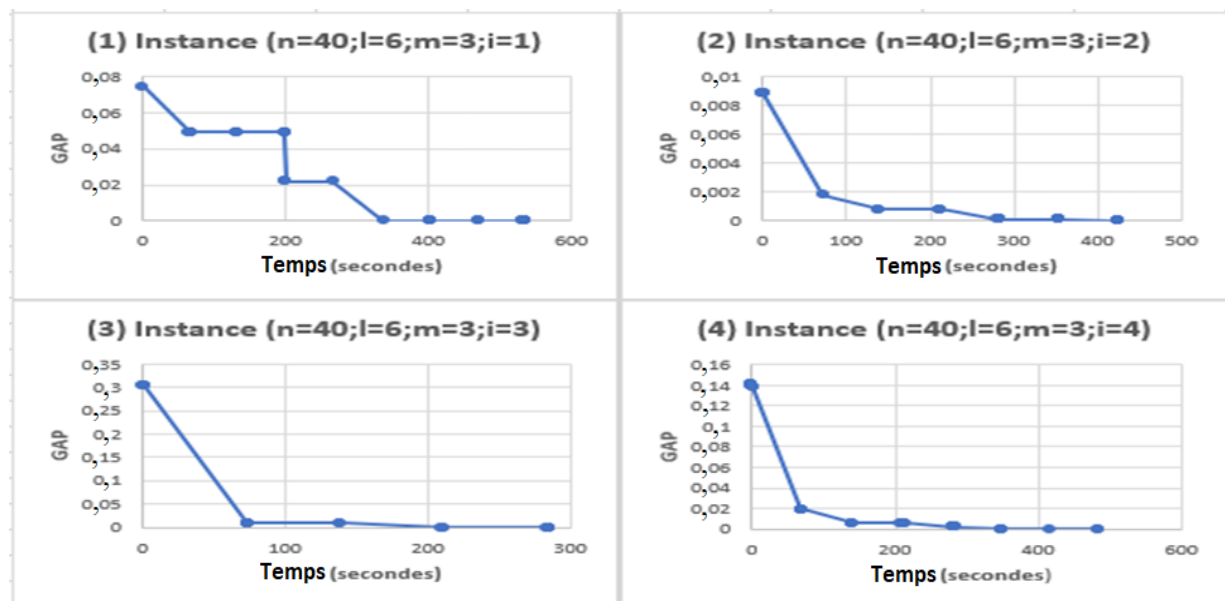


Figure 3. 11 : Comportement de l'AM proposée pour l'EDPRP

Les tests effectués sur 148 instances ont permis d'obtenir les moyennes sur les 4 classes d'instance représentés par les lignes du Tableau 3.22. Dans ce tableau, on a les Taux d'Evolution (%TE) des résultats de l'AM par rapport aux résultats obtenus avec la méthode de décomposition à deux étapes (TPDH). Ce Taux d'Evolution détermine l'évolution relative des résultats de l'AM par rapport au TPDH. La colonne Instance avec les sous colonnes n , l , m désigne les instances utilisées pour les tests avec n clients, l périodes sur l'horizon de planification et m véhicules. Les colonnes SWAP1, BI, SWAP2, BI&SWAP2, SWAP1&SWAP2 et TOUT contiennent les sous colonnes du taux d'évolution du coût total et le taux d'évolution du CPU des algorithmes de recherche locale correspondants. Dans le tableau 3.22, on constate que la combinaison de la recherche locale SWAP1 et SWAP2 (SWAP1&SWAP2) offre le meilleur taux d'évolution avec une baisse globale de 10.50% du coût obtenu avec l'AM par rapport au TPDH. La deuxième meilleure combinaison d'algorithmes de recherche locale est l'utilisation du BI et du SWAP2 (BI &SWAP2) avec une baisse globale de 10.23% sur le coût total de production, de stockage et de tournées de véhicules. Dans cette expérimentation, on constate que la combinaison de toutes les recherches locales est moins efficace que la combinaison de deux d'entre elles. Concernant le temps de calcul, seule l'utilisation de la BI comme méthode de recherche locale offre une baisse du temps de calcul de 36.85% (%TE CPU= -36.85% dans le tableau). Bien qu'ayant produit le plus grand nombre de meilleures solutions, l'AM avec combinaison des recherches locales SWAP1 et SWAP2 met en évidence, une augmentation globale relative de 1759.09 % du temps de calcul par rapport au TPDH. Sur 192 (32 x 6) résultats obtenus sur tous les tests, le TPDH a obtenu de meilleurs résultats sur seulement 3 tests concernant les instances ($n=40, l=3, m=3$) avec l'utilisation des méthodes de recherche locale BI, SWAP2 et la combinaison de SWAP1 et SWAP2 ce qui donne un taux très faible de 1.56 %.

Tableau 3. 22: Comparaison globale des résultats de l'AM avec les résultats du TPDH

Instances			SWAP1		BI		SWAP2		BI&SWAP2		SWAP1&SWAP2		TOUT	
n	l	m	%TE coût	%TE cpu	%TE coût	%TE cpu	%TE coût	%TE cpu	%TE coût	%TE cpu	%TE coût	%TE cpu	%TE coût	%TE cput
10	3	2	-10.01	128.76	-10.01	-83.66	-7.86	96.08	-10.52	128.76	-10.56	357.52	-10.56	439.22
10	3	3	-12.10	76.35	-12.10	-89.63	-10.05	14.11	-12.58	45.23	-12.63	221.58	-12.63	356.43
10	6	2	-9.32	28.68	-9.40	-72.43	-9.51	21.78	-8.99	53.95	-11.15	175.74	-9.53	196.42
10	6	3	-10.22	3.34	-8.71	-72.81	-11.32	3.34	-8.77	21.46	-10.82	104.86	-9.72	168.31
15	3	2	-9.27	191.76	-9.50	-71.40	-11.65	157.44	-12.05	220.37	-12.05	615.10	-12.09	597.94
15	3	3	-13.34	375.41	-12.37	-67.21	-15.17	252.46	-15.56	318.03	-15.36	703.28	-15.56	1137.70
15	6	2	-6.29	321.12	-9.74	-48.75	-10.90	263.19	-8.84	354.55	-7.13	777.90	-7.83	960.61
15	6	3	-11.04	126.49	-12.34	-59.86	-10.25	79.19	-11.90	110.72	-15.02	354.42	-11.43	549.37
20	3	2	-9.04	994.72	-7.61	-14.60	-6.88	746.27	-10.05	730.75	-9.32	1654.66	-4.29	2291.30
20	3	3	-8.98	1150.00	-8.06	15.25	-7.66	919.50	-9.70	1150.00	-10.16	2151.77	-10.12	2346.81
20	6	2	-10.18	424.49	-9.23	-43.10	-10.04	276.05	-11.01	323.06	-10.42	845.08	-10.13	1292.87
20	6	3	-8.67	-95.50	-10.47	-99.52	-8.77	-95.71	-8.44	-95.83	-9.76	-91.39	-8.29	-90.56
25	3	2	-6.49	1347.37	-6.00	5.26	-6.07	963.16	-7.38	942.11	-8.38	2252.63	-8.46	2726.32
25	3	3	-6.85	1161.68	-5.89	-0.70	-7.55	986.45	-9.61	1535.51	-10.26	2674.53	-8.39	2417.52
25	6	2	-2.42	845.95	-2.00	-35.70	-0.85	529.90	-1.43	836.14	-3.65	1292.76	-2.59	1910.68
25	6	3	-3.35	283.79	-4.94	-54.78	-3.73	303.57	-4.95	347.09	-5.85	647.80	-4.14	940.02
30	3	3	-9.67	1004.77	-9.56	-37.76	-10.03	968.46	-11.20	1025.52	-11.54	1738.69	-11.40	4163.49
30	3	4	-12.14	602.96	-11.35	-55.95	-10.93	477.87	-13.56	692.81	-13.95	1293.59	-12.60	1744.61
30	6	3	-12.76	122.49	-12.00	-87.24	-11.98	71.46	-13.02	129.31	-13.57	369.10	-12.53	342.36
30	6	4	-11.31	-75.04	-12.58	-98.18	-12.02	-81.58	-12.46	-74.18	-15.06	-44.38	-12.78	-44.91
35	3	3	-5.65	2228.81	-5.60	29.20	-4.14	1598.97	-5.92	1602.20	-7.34	4325.06	-6.40	3895.48
35	3	4	-8.22	1714.37	-7.10	10.78	-7.27	1367.07	-9.51	1804.19	-9.36	3582.63	-8.71	3828.14
35	6	3	-16.28	-86.51	-16.43	-99.01	-14.23	-86.51	-16.16	-81.12	-16.09	-66.53	-15.32	-62.90
35	6	4	-16.73	-83.45	-16.25	-99.34	-15.05	-86.55	-15.28	-86.78	-16.67	-71.81	-14.98	-73.05
40	3	3	-2.68	2511.11	5.83	22.22	4.56	2313.89	-4.74	2397.22	4.20	5038.89	-2.72	4258.33
40	3	4	-8.32	2491.46	-7.84	69.07	-5.67	2330.71	-9.76	2691.02	-9.97	4079.60	-9.08	4511.97
40	6	3	-12.26	-60.22	-13.56	-97.05	-10.19	-56.30	-13.72	-50.26	-13.69	-20.29	-11.91	-20.79
40	6	4	-13.00	-69.79	-9.60	-98.41	-5.93	-78.51	-12.16	-72.18	-11.85	-40.76	-9.24	-31.78
45	3	3	-4.13	2998.53	-3.69	85.83	-1.48	2259.55	-4.56	2568.54	-4.87	4960.50	-4.68	6125.15
45	3	4	-8.04	2783.66	-7.24	46.45	-5.70	2057.59	-8.18	2282.43	-9.03	4999.01	-8.29	7692.90
50	3	3	-10.72	2953.81	-10.63	-9.85	-9.62	2095.19	-12.13	2181.05	-12.33	4822.72	-11.54	4821.29
50	3	4	-11.36	3142.59	-10.24	33.70	-10.39	2512.76	-13.19	2611.02	-12.51	6586.53	-11.75	6038.85
moyenne			-9.40	923.25	-8.94	-36.85	-8.39	724.40	-10.23	832.58	-10.50	1759.09	-9.68	2044.69

De façon générale, la meilleure solution pour chacune des 32 instances est obtenue avec l'AM. Le Tableau 3.23 donne la répartition des meilleures solutions en fonction de la méthode de recherche locale ou de la combinaison des méthodes de recherches locales utilisée en tenant

compte simultanément du coût global et du temps de calcul. Dans le tableau 3.23, Nbr_BS désigne le nombre de meilleures solutions obtenues avec chaque méthode de recherche locale dans l'implémentation de l'AM. D'après le Tableau 3.22 et le Tableau 3.23, les méthodes de recherche locales BI, SWAP1(S1) et SWAP2(S2) prises individuellement ont eu le même nombre de meilleures solutions dans l'implémentation de l'AM. Ainsi chaque recherche locale prise individuellement a permis d'obtenir 2 meilleurs résultats sur les 32 résultats moyens, soit un taux de 6.25% chacune. La combinaison de toutes les méthodes de recherche locale (TOUT) a également permis d'obtenir deux meilleurs résultats, ce qui correspond également à un taux de 6.25 % ($100 \times (2/32)$). Le plus grand nombre de meilleures solutions a été obtenu avec la combinaison des méthodes de recherche locale SWAP1 et SWAP2. Cette combinaison cumule à elle seule, 17 meilleurs résultats sur les 32 résultats contenu dans le Tableau 3.23, soit un taux de 53.125 %. La seconde meilleure combinaison est celle utilisant le BI et le SWAP2. Cette combinaison a permis de trouver 7 meilleures solutions sur 32 avec un taux de 21.875%. Dans le Tableau 3.24, chaque ligne donne les détails de la meilleure solution pour chaque instance du Tableau 3.22. Les colonnes PROD, INV, TRANS désignent respectivement les coûts moyens de production, de stockage et de transport (tournées de véhicules) de la meilleure solution obtenue avec l'AM. COÛT correspond au coût moyen total de production de stockage et de distribution (transport). RL désigne la recherche locale utilisée pour obtenir ce résultat. De façon globale, le Tableau 3.24 montre que la part du coût de production dans le coût global est de 72.87 % ($100 \times (72758.91/99847.04)$). Le coût global de stockage représente 11.39 % ($100 \times (11372.73/99847.04)$) du coût global et le coût des tournées de véhicules (distribution) détient 15.74% ($100 \times (15715.41/99847.04)$) du coût global.

Tableau 3. 23: Répartition des meilleures solutions en fonction des méthodes de RL

RL	BI	SWAP1	SWAP2	BI & SWAP2	SWAP1 & SWAP2	TOUT	TOTAL
Nbr_BS	2	2	2	7	17	2	32
Percentage	6.25	6.25	6.25	21.875	53.125	6.25	100

Tableau 3. 24: Détails des meilleures solutions trouvées dans tous les tests avec l'AM

MEILLEURES SOLUTIONS DE L'AM								
n	l	m	PROD	INV	TRANS	COÛT	CPU	RL
10	3	2	23107.50	2082.75	5417.00	30607.25	7.00	S1 et S2
10	3	3	23107.50	2082.75	6113.00	31303.25	7.75	S1 et S2
10	6	2	57457.50	8362.75	8919.25	74739.50	30.00	S1 et S2
10	6	3	57465.00	8323.50	11418.25	77206.75	14.25	S2
15	3	2	30712.50	3093.00	7132.50	40938.00	30.50	ALL
15	3	3	30712.50	3127.50	7549.25	41389.25	12.75	BI et S2
15	6	2	72585.00	12454.25	13864.50	98903.75	40.75	S2
15	6	3	70912.50	12483.25	14806.75	98202.50	79.25	S1 et S2
20	3	2	35160.00	3619.00	8325.00	47104.00	26.75	BI2
20	3	3	35685.00	3605.25	10120.50	49410.75	63.50	S1 et S2
20	6	2	83437.50	14668.50	14806.25	112912.25	85.50	BI et S2
20	6	3	83302.50	13913.75	20575.25	117791.50	10.50	BI
25	3	2	39292.50	4639.50	10289.50	54221.50	188.50	ALL
25	3	3	39292.50	4689.00	10365.75	54347.25	118.75	S1 et S2
25	6	2	98797.50	21055.25	17562.50	137415.25	319.50	S1 et S2
25	6	3	98722.50	20701.00	19629.25	139052.75	330.75	S1 et S2
30	3	3	45240.00	4906.00	10768.50	60914.50	177.25	S1 et S2
30	3	4	43890.00	4883.50	13427.50	62201.00	197.75	S1 et S2
30	6	3	104550.00	19301.25	22086.50	145937.75	671.00	S1 et S2
30	6	4	102090.00	19447.00	27596.25	149133.25	739.75	S1 et S2
35	3	3	66592.50	6054.25	13025.50	85672.25	342.50	S1 et S2
35	3	4	66592.50	6082.25	15703.25	88378.00	159.00	BI et S2
35	6	3	121342.50	22354.25	26259.25	169956.00	28.00	Bi
35	6	4	122962.50	22402.75	30497.50	175862.75	597.50	S1
40	3	3	69030.00	8387.00	16724.25	94141.25	224.75	BI2
40	3	4	69030.00	8334.25	15147.25	92511.50	377.00	S1 et S2
40	6	3	153645.00	34040.25	25635.50	213320.75	776.75	BI et S2
40	6	4	153630.00	31440.50	33765.75	218836.25	831.25	S1
45	3	3	91942.50	9505.00	16615.25	118062.75	585.50	S1 et S2
45	3	4	91942.50	9492.50	17831.75	119266.75	618.00	S1 et S2
50	3	3	73027.50	9213.00	14287.50	96528.00	860.00	S1 et S2
50	3	4	73027.50	9182.50	16627.00	98837.00	420.75	BI et S2
Moyennes			72758.91	11372.73	15715.41	99847.04	280.84	
taux			72.87	11.39	15.74			

Les Tableaux 3.25, 3.26 et 3.27 donnent respectivement les détails de la comparaison des coûts de production, de stockage et de distribution. Dans le Tableau 3.25, tous les coûts relatifs à la production obtenus avec l'AM sont inférieurs ou égaux aux coûts de production de la méthode de décomposition à deux étapes (TPDH).

Tableau 3. 25: Comparaison des coûts de production

COÛT DE PRODUCTION					
instances			TPDH	AM	%TE
n	l	m	PROD	PROD	
10	3	2	23107.50	23107.50	0.00
10	3	3	23107.50	23107.50	0.00
10	6	2	63082.50	57457.50	-8.92
10	6	3	63082.50	57465.00	-8.91
15	3	2	30712.50	30712.50	0.00
15	3	3	30712.50	30712.50	0.00
15	6	2	82192.50	72585.00	-11.69
15	6	3	82192.50	70912.50	-13.72
20	3	2	35685.00	35160.00	-1.47
20	3	3	35685.00	35685.00	0.00
20	6	2	93502.50	83437.50	-10.76
20	6	3	94252.50	83302.50	-11.62
25	3	2	39292.50	39292.50	0.00
25	3	3	39292.50	39292.50	0.00
25	6	2	104422.50	98797.50	-5.39
25	6	3	104422.50	98722.50	-5.46
30	3	3	45240.00	45240.00	0.00
30	3	4	45240.00	43890.00	-2.98
30	6	3	118267.50	104550.00	-11.60
30	6	4	118267.50	102090.00	-13.68
35	3	3	66592.50	66592.50	0.00
35	3	4	66592.50	66592.50	0.00
35	6	3	145567.50	121342.50	-16.64
35	6	4	145567.50	122962.50	-15.53
40	3	3	69030.00	69030.00	0.00
40	3	4	69030.00	69030.00	0.00
40	6	3	177937.50	153645.00	-13.65
40	6	4	177937.50	153630.00	-13.66
45	3	3	91942.50	91942.50	0.00
45	3	4	91942.50	91942.50	0.00
50	3	3	73027.50	73027.50	0.00
50	3	4	73027.50	73027.50	0.00
Moyennes			78748.59	72758.91	-5.18

Les coûts de production de 16 instances résolues avec l'AM sont invariants comparativement au coûts de production du TPDH, ce qui correspond à un taux de 50%. De façon générale, on observe une baisse globale moyenne de 5.18% du coût de production obtenu avec la méthode de l'AM par rapport au TPDH. Le Tableau 3.26 représente le tableau des coûts de stockage.

Tableau 3. 26: Comparaison des coûts de stockage : TPDH / AM

COÛT DE STOCKAGE					
Instances			TPDH	AM	%TE
n	l	m	INV	INV	
10	3	2	1827.75	2082.75	13.95
10	3	3	1827.75	2082.75	13.95
10	6	2	7430.00	8362.75	12.55
10	6	3	7451.00	8323.50	11.71
15	3	2	2693.25	3093.00	14.84
15	3	3	2693.25	3127.50	16.12
15	6	2	10974.75	12454.25	13.48
15	6	3	11055.75	12483.25	12.91
20	3	2	3321.75	3619.00	8.95
20	3	3	3321.75	3605.25	8.53
20	6	2	12653.25	14668.50	15.93
20	6	3	12502.00	13913.75	11.29
25	3	2	4389.75	4639.50	5.69
25	3	3	4389.75	4689.00	6.82
25	6	2	16560.25	21055.25	27.14
25	6	3	16281.25	20701.00	27.15
30	3	3	4209.00	4906.00	16.56
30	3	4	4209.00	4883.50	16.03
30	6	3	16857.75	19301.25	14.49
30	6	4	16728.00	19447.00	16.25
35	3	3	4662.75	6054.25	29.84
35	3	4	4604.25	6082.25	32.10
35	6	3	21020.50	22354.25	6.34
35	6	4	20479.50	22402.75	9.39
40	3	3	7533.50	8387.00	11.33
40	3	4	7533.50	8334.25	10.63
40	6	3	29374.25	34040.25	15.88
40	6	4	28849.25	31440.50	8.98
45	3	3	7550.00	9505.00	25.89
45	3	4	7874.75	9492.50	20.54
50	3	3	7767.75	9213.00	18.61
50	3	4	7767.75	9182.50	18.21
Moyennes			9887.34	11372.73	15.38

Pour ces coûts de stockage, on observe une augmentation des coûts moyens de stockage sur toutes les instances. La moyenne globale de ces coûts obtenus avec la méthode TPDH est de 9887.34 comparativement à 11372.73 pour l'AM. L'augmentation moyenne globale des coûts de stockage issus des tests avec l'AM est de 15.38 % relativement au coût obtenu avec la méthode TPDH. Le Tableau 3.27 est le tableau des coûts de distribution ou de transport.

Tableau 3. 27: Comparaison des coûts de distribution

COÛT DE DISTRIBUTION					
Instances			TPDH(H2)	AM	%TE
n	l	m	TRANS	TRANS	
10	3	2	9286.00	5417.00	-41.66
10	3	3	10891.25	6113.00	-43.87
10	6	2	13604.00	8919.25	-34.44
10	6	3	16531.75	11418.25	-30.93
15	3	2	13162.00	7132.50	-45.81
15	3	3	15608.75	7549.25	-51.63
15	6	2	17837.00	13864.50	-22.27
15	6	3	22312.25	14806.75	-33.64
20	3	2	13362.75	8325.00	-37.70
20	3	3	15991.50	10120.50	-36.71
20	6	2	20722.50	14806.25	-28.55
20	6	3	24813.00	20575.25	-17.08
25	3	2	15547.25	10289.50	-33.82
25	3	3	16880.50	10365.75	-38.59
25	6	2	21631.00	17562.50	-18.81
25	6	3	26986.75	19629.25	-27.26
30	3	3	19411.00	10768.50	-44.52
30	3	4	22833.00	13427.50	-41.19
30	6	3	33729.75	22086.50	-34.52
30	6	4	40578.00	27596.25	-31.99
35	3	3	21205.00	13025.50	-38.57
35	3	4	26470.75	15703.25	-40.68
35	6	3	36776.00	26259.25	-28.60
35	6	4	45154.75	30497.50	-32.46
40	3	3	22267.00	16724.25	-24.89
40	3	4	26193.75	15147.25	-42.17
40	6	3	39935.00	25635.50	-35.81
40	6	4	44744.75	33765.75	-24.54
45	3	3	24608.25	16615.25	-32.48
45	3	4	31284.50	17831.75	-43.00
50	3	3	29310.75	14287.50	-51.26
50	3	4	33060.00	16627.00	-49.71
MOYENNE			24147.83	15715.41	-35.60

Contrairement aux coûts de stockage, on observe une baisse du coût de distribution sur tous les résultats obtenus avec l'AM comparatives aux coûts calculés avec le TPDH. Contrairement aux coûts de stockage, on observe une baisse du coût de distribution sur tous les résultats obtenus avec l'AM comparatives aux coûts calculés avec le TPDH. On a une moyenne globale de 24147.83 des coûts avec le TPDH contre une moyenne globale de 15715.41 des coûts obtenus avec l'AM. Le taux d'évolution moyen global du coût de distribution calculé avec l'AM par rapport au coût de distribution calculé avec le TPDH est de -35.60%. Cela traduit une baisse moyenne globale de 35% du coût de distribution obtenu avec l'AM par rapport au TPDH. Le Tableau 3.28 met en évidence, la comparaison du coût total constitué par le coût de production, le coût de stockage et de distribution obtenu avec l'AM par rapport au coût calculés avec le TPDH. Avec un coût global moyen de 112783.76 pour le TPDH contre 99847.04 pour l'AM, on observe une baisse variant entre 3.65 % et 16.73 % sur tous les coûts totaux calculé avec l'AM par rapport au TPDH avec une baisse globale moyenne de 11.07%. Avec un temps de calcul moyen global de 459.51 pour le TPDH contre 280.98 pour l'AM, on observe une augmentation moyenne globale de 1485.59 % du temps de calcul de l'AM par rapport au TPDH. Cela est dû au fait que la moyenne ne tient pas compte de la dispersion relative des temps de calculs.

Tableau 3. 28: Comparaison des coûts globaux de Production de stockage et de distribution

Comparaison du coût total									
Instances				TPDH		AM		% TE	% TE
N°	n	l	m	Coût Total	CPU	Coût Total	CPU		
1	10	3	2	34221.25	1.53	30607.25	7.00	-10.56	357.52
2	10	3	3	35826.50	2.41	31303.25	7.75	-12.63	221.58
3	10	6	2	84116.50	10.88	74739.50	30.00	-11.15	175.74
4	10	6	3	87065.25	13.79	77206.75	14.25	-11.32	3.34
5	15	3	2	46567.75	4.37	40938.00	44.75	-12.09	924.03
6	15	3	3	49014.50	3.05	41389.25	12.75	-15.56	318.03
7	15	6	2	111004.25	11.22	98903.75	40.75	-10.90	263.19
8	15	6	3	115560.50	17.44	98202.50	79.25	-15.02	354.42
9	20	3	2	52369.50	3.22	47104.00	26.75	-10.05	730.75
10	20	3	3	54998.25	2.82	49410.75	63.50	-10.16	2151.77
11	20	6	2	126878.25	20.21	112912.25	85.50	-11.01	323.06
12	20	6	3	131567.50	2186.80	117791.50	10.50	-10.47	-99.52
13	25	3	2	59229.50	4.75	54221.50	188.50	-8.46	3868.42
14	25	3	3	60562.75	4.28	54347.25	118.75	-10.26	2674.53
15	25	6	2	142613.75	22.94	137415.25	319.50	-3.65	1292.76
16	25	6	3	147690.50	44.23	139052.75	330.75	-5.85	647.80
17	30	3	3	68860.00	9.64	60914.50	177.25	-11.54	1738.69
18	30	3	4	72282.00	14.19	62201.00	197.75	-13.95	1293.59
19	30	6	3	168855.00	143.04	145937.75	671.00	-13.57	369.10
20	30	6	4	175573.50	1330.12	149133.25	739.75	-15.06	-44.38
21	35	3	3	92460.25	7.74	85672.25	342.50	-7.34	4325.06
22	35	3	4	97667.50	8.35	88378.00	159.00	-9.51	1804.19
23	35	6	3	203364.00	2839.81	169956.00	28.00	-16.43	-99.01
24	35	6	4	211201.75	3609.94	175862.75	597.50	-16.73	-83.45
25	40	3	3	98830.50	9.00	94141.25	224.75	-4.74	2397.22
26	40	3	4	102757.25	9.02	92511.50	377.00	-9.97	4079.60
27	40	6	3	247246.75	1561.64	213320.75	776.75	-13.72	-50.26
28	40	6	4	251531.50	2751.36	218836.25	831.25	-13.00	-69.79
29	45	3	3	124100.75	11.57	118062.75	585.50	-4.87	4960.50
30	45	3	4	131101.75	12.12	119266.75	618.00	-9.03	4999.01
31	50	3	3	110106.00	17.47	96528.00	860.00	-12.33	4822.72
32	50	3	4	113855.25	15.52	98837.00	420.75	-13.19	2611.02
Moyenne				112783.76	459.51	99847.04	280.84	-11.07	1476.91

La Figure 3.12 met en évidence l'efficacité de l'AM par rapport au TPDH concernant la réduction du coût global de production, de stockage et de distribution. Sur cette figure, l'utilisation de AM permet une réduction du coût global moyen des opérations variant entre 3614 et 35339.

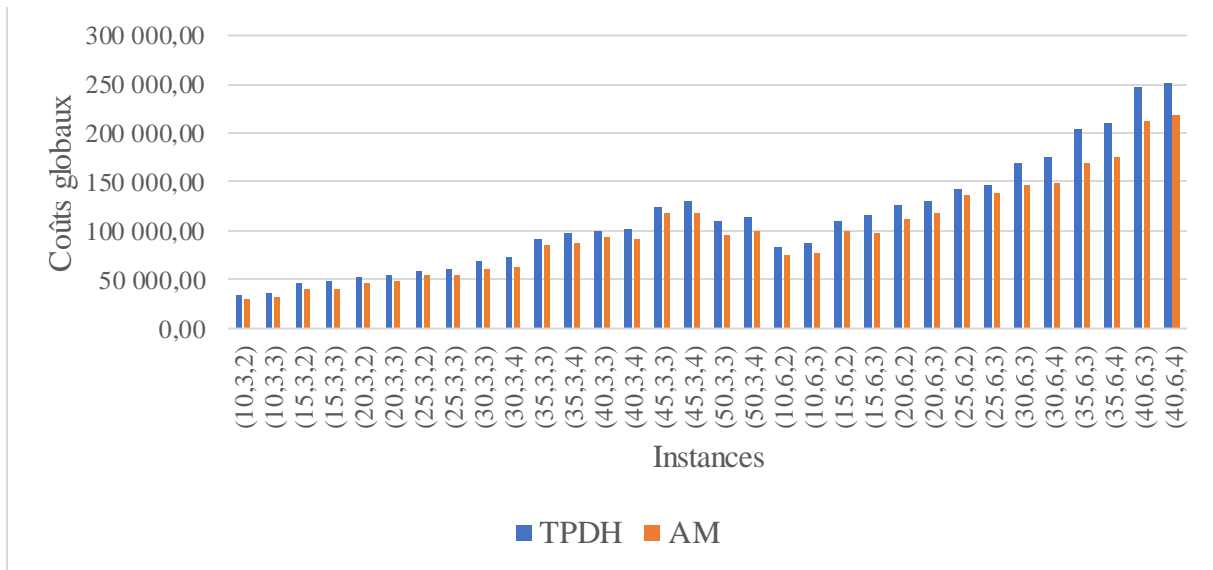


Figure 3. 12 :. Comparaison globale des coûts par instance.

La Figure 3.13 montre une augmentation du temps de calcul avec l'AM sur toutes les instances, sauf les instances (20,6,3), (30,6,4), (35,6,3), (35,6,4), (40,6,3) et (40,6,4). Pour ces instances, 95% du temps de calcul est consommé par la première phase avec l'utilisation de CPLEX pour résoudre un problème de LSP avec livraison directe.

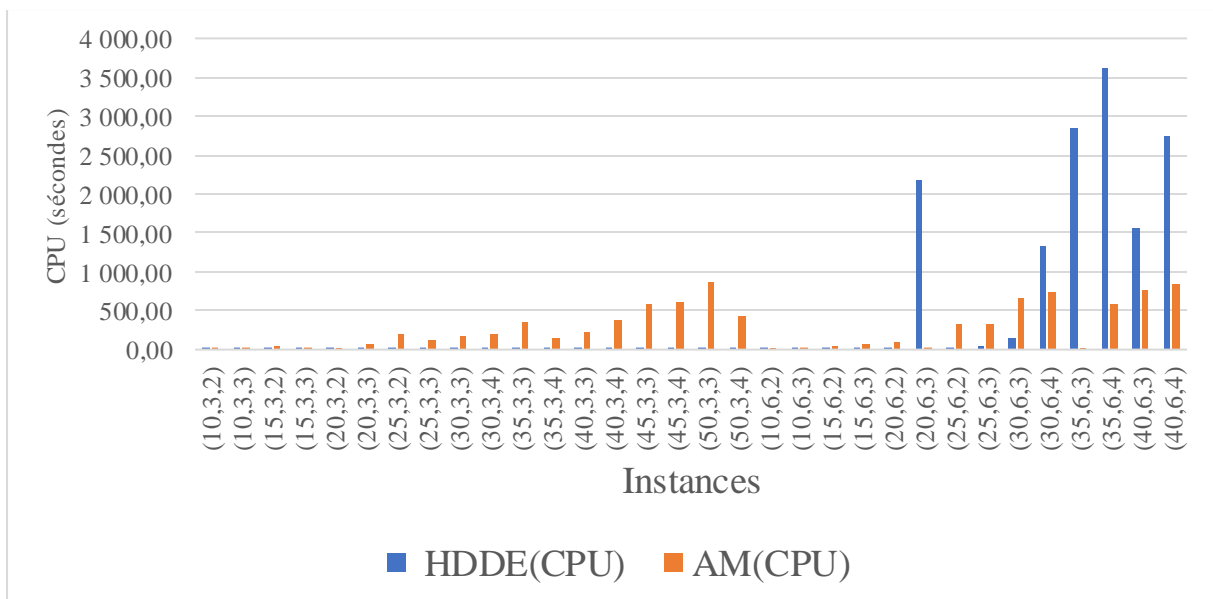


Figure 3. 13 : Comparaison des temps de calcul.

3.4 Conclusion

Dans le présent chapitre, nous avons proposé une méthode heuristique de décomposition à deux étapes (TPDH) et un algorithme mémétique (AM) pour la résolution de l'EDPRP. Le TPDH consiste à découper le problème global de production et de tournées de véhicules en deux sous-

problèmes. Il s'agit d'un problème de production avec incorporation de livraisons directes et un problème du voyageur de commerce. Le sous-problème de production et livraisons directes a été modélisé sous la forme d'un programme linéaire mixte en nombres entiers et a été résolu avec CPLEX. Le sous-problème du voyageur de commerce a été résolu avec l'utilisation d'un algorithme génétique codé en C++. Des tests effectués sur 48 instances ont permis de mettre en évidence une baisse de 1.92% sur le coût global de production, de stockage et de tournées de véhicules en faveur de la méthode de décomposition à deux étapes par rapport au B&C et une baisse du temps de calcul de 90% du TPDH par rapport au B&C. Cependant, la première phase de cette méthode de décomposition n'agrège pas suffisamment les quantités livrées par véhicule pour véritablement permettre à la deuxième phase d'impacter fortement le coût des tournées de véhicules par période. L'AM codé en C++ pour la résolution du problème de production et de tournées de véhicules avec dépôt externe a permis d'obtenir 100% des meilleurs résultats par rapport à la méthode de décomposition à deux étapes sur toutes les 128 instances utilisées pour effectuer les tests avec une baisse globale de 11.07% du coût total de production, de stockage et de distribution. Cependant, cette métaheuristique est très coûteuse en temps de calcul. Elle enregistre une augmentation moyenne globale du temps de calcul de 1485.59% par rapport à la méthode de décomposition à deux étapes.

Conclusion Générale

Contribution

La présente thèse s'intéresse à l'étude d'une extension du problème de production et de tournées de véhicules. Cette extension focalisée sur la gestion d'un dépôt externe est un problème de planification intégrée de la production, du stockage, et de distribution dans lequel, l'usine possède un dépôt externe de stockage des produits et des véhicules afin de faciliter l'activité de distribution des produits aux clients. Pour aborder ce problème, une description du réseau de distribution de la SC est donnée. Puis, une formulation mathématique du problème sous la forme d'une programmation mixte en nombres entiers a été proposée. Enfin, nous avons proposé des algorithmes pour résoudre des instances adaptées des travaux de (Adulyasak, Cordeau, et Jans 2014a). Dans cette thèse, plusieurs contributions organisées en chapitres ont été développées. Dans le Chapitre 1, nous avons présenté une revue de littérature sur les problèmes de planification tactique des chaînes d'approvisionnements. Il s'agit des problèmes de planification de la production et du stockage (LSP), du problème de tournées de véhicules (VRP), du problème de la planification intégrée du stockage et de tournées de véhicules (IRP) et du problème de planification intégrée de production et de tournées de véhicules (PRP). Ce chapitre nous a permis de passer en revue la description de chacun de ces problèmes ainsi que leurs formulations mathématiques, puis, de mettre en évidence, les différentes extensions de chacun d'eux. Il nous a en outre permis d'établir un état de l'art des méthodes de résolution utilisées pour résoudre les problèmes de production et de tournées de véhicules. Il s'agit des méthodes de résolution exactes, des heuristiques et des métaheuristiques développées pour la résolution du modèle classique et des extensions du PRP. Le Chapitre 2 présente une description du problème de production et de tournées de véhicules avec dépôt externe (EDPRP) et la mise en œuvre d'un algorithme de B&C pour sa résolution. Dans ce chapitre, nous avons d'une part modélisé le problème sous la forme d'un programme linéaire mixte en nombre entiers par la traduction des différentes hypothèses du problème en contraintes et la prise en compte d'une fonction objectif minimisant le coût global des opérations de production, de stockage et de distribution. D'autre part, ce chapitre met en évidence, les étapes de développement d'un algorithme de B&C comme méthode exacte de résolution. Dans la procédure de B&C, nous avons proposé une méthode de séparation des contraintes d'élimination des sous-tours basée sur la détection des sous-tours et la reconnexion des nœuds. Bien qu'aucun sous-tour n'ait été

trouvé dans les résultats des simulations de 48 instances pour un nombre maximal de 20 clients, une valeur de l'écart d'optimalité moyenne globale (GAP) de 6.34 montre que des améliorations doivent être apportées à cet algorithme. Le temps moyen global de calcul (CPU) est de 3435.89 secondes. Ce temps est élevé mais reste acceptable dans la pratique puisque nous sommes à un niveau décisionnel tactique. Dans le chapitre 3, nous avons développé un algorithme heuristique de décomposition à deux étapes et un algorithme mémétique pour la résolution de l'EDPRP. Ces algorithmes ont été développés pour la résolution de toutes les instances du jeu de données. L'algorithme de décomposition est basé sur l'utilisation d'une programmation mixte en nombres entiers pour résoudre le sous-problème de dimensionnement des lots avec livraison directe dans une première phase. Puis un algorithme génétique est utilisé pour résoudre le TSP dans une deuxième phase. Les résultats des tests sur des instances de petites tailles ont permis de mettre en évidence, une baisse moyenne globale des coûts totaux de 1.92% et également une baisse de 90% du temps de calcul par rapport à l'algorithme de B&C développé dans cette thèse. L'Algorithme Mémétique (AM) nous a permis d'obtenir des résultats sur toutes les instances du jeu de données. Ces résultats ont été ensuite comparés aux résultats obtenus avec la méthode de décomposition à deux étapes (TPDH). L'analyse des résultats montre que l'AM permet d'améliorer la totalité des résultats obtenus avec le TPDH (100% avec des instances). Cela se traduit par une baisse globale moyenne du coût total de 11.07 %. Cependant, l'AM est coûteux en temps de calcul par rapport au TPDH avec une hausse globale moyenne de 1476.91%. Le temps moyen de calcul obtenu avec l'AM est de 280.98 secondes. Ce temps est également acceptable en pratique compte tenu du niveau décisionnel.

Perspectives

L'AM qui utilise la méthode de recherche locale BI est la seule qui permet d'obtenir une baisse (36.85%) en matière de temps de calcul de l'AM par rapport au TPDH avec un temps moyen global de 12.87 secondes. Cette implémentation de l'AM a permis d'obtenir 2 meilleurs résultats avec une baisse de 8.94% du coût total global moyen par rapport au TPDH. L'utilisation de l'AM avec la recherche locale BI apparaît donc comme un très bon algorithme dans la recherche d'une solution initiale et également dans la mise en œuvre d'une procédure d'amélioration des solutions dans le schéma global du B&C proposé dans la présente étude.

Dans l'élaboration du TPDH, le problème de LSP avec livraison directe a été résolu à l'optimal avant l'optimisation des routes pour la livraison des produits. Une version itérative du TPDH à

travers la résolution du LSP avec livraison directe pendant un temps limité ou un GAP prédéfini et l'optimisation des routes à chaque itération permettrait d'améliorer les résultats avec TPDH. Une autre manière d'améliorer véritablement cet algorithme consiste à ajouter une phase d'agrégation des quantités livrées par période en vue d'utiliser le nombre de véhicules strictement nécessaires avec un taux de remplissage suffisant.

Dans le modèle étudié dans notre thèse, la chaîne d'approvisionnement est constituée d'une usine et d'un dépôt. Les études portant sur des versions avec plusieurs usines et /ou plusieurs dépôts permettront de refléter certaines réalités dans la pratique et la gestion des chaînes d'approvisionnements. De même, la prise en compte de certaines caractéristiques telles que l'utilisation des véhicules hétérogènes, les demandes dynamiques (stochastiques) ou la livraison depuis l'usine pendant les jours de production permettraient également de mettre en évidence, d'autres aspects des réalités dans la gestion des chaînes d'approvisionnements.

Références Bibliographiques

- Absi, N., C. Archetti, S. Dauzère-Pérès, et D. Feillet. 2015. « A Two-Phase Iterative Heuristic Approach for the Production Routing Problem ». *Transportation Science* 49 (4): 784-95. <https://doi.org/10.1287/trsc.2014.0523>.
- Adulyasak, Yossiri, Jean-François Cordeau, et Raf Jans. 2014a. « Formulations and Branch-and-Cut Algorithms for Multivehicle Production and Inventory Routing Problems ». *INFORMS Journal on Computing* 26 (1): 103-20. <https://doi.org/10.1287/ijoc.2013.0550>.
- . 2014b. « Formulations and Branch-and-Cut Algorithms for Multivehicle Production and Inventory Routing Problems ». *INFORMS Journal on Computing* 26 (1): 103-20. <https://doi.org/10.1287/ijoc.2013.0550>.
- . 2014c. « Optimization-Based Adaptive Large Neighborhood Search for the Production Routing Problem ». *Transportation Science* 48 (1): 20-45. <https://doi.org/10.1287/trsc.1120.0443>.
- . 2015a. « The Production Routing Problem: A Review of Formulations and Solution Algorithms ». *Computers & Operations Research* 55 (mars): 141-52. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2014.01.011>.
- . 2015b. « Benders Decomposition for Production Routing Under Demand Uncertainty ». *Operations Research* 63 (4): 851-67. <https://doi.org/10.1287/opre.2015.1401>.
- Anily, Shoshana, et Julien Bramel. 2004. « A Probabilistic Analysis of a Fixed Partition Policy for the Inventory-Routing Problem ». *Naval Research Logistics* 51 (7): 925-48. <https://doi.org/10.1002/nav.20031>.
- Applegate, David, Robert E. Bixby, Vasek Chvátal, et William J. Cook. 2005. « Concorde: A code for solving traveling salesman problems. <http://www.tsp.gatech.edu/concorde.html>. » In .
- . 2011. « The Concorde TSP Solver website. <http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/concorde.html>. » In .
- Applegate, David L., Robert E. Bixby, Vasek Chvatal, et William J. Cook. 2007. *The traveling salesman problem: a computational study The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*. Princeton University Press, Princeton, NJ. Princeton university press.
- Archetti, C., et M. G. Speranza. 2012. « Vehicle Routing Problems with Split Deliveries ». *International Transactions in Operational Research* 19 (1-2): 3-22. <https://doi.org/10.1111/j.1475-3995.2011.00811.x>.
- Archetti, Claudia, Luca Bertazzi, Alain Hertz, et M. Grazia Speranza. 2012. « A hybrid heuristic for an inventory routing problem ». *INFORMS Journal on Computing* 24 (1): 101-16.
- Archetti, Claudia, Luca Bertazzi, Gilbert Laporte, et Maria Grazia Speranza. 2007. « A branch-and-cut algorithm for a vendor-managed inventory-routing problem ». *Transportation Science* 41 (3): 382-91.
- Archetti, Claudia, Luca Bertazzi, Giuseppe Paletta, et M. Grazia Speranza. 2011. « Analysis of the maximum level policy in a production-distribution system ». *Computers & Operations Research* 38 (12): 1731-46.
- Archetti, Claudia, Nicola Bianchessi, Stefan Irnich, et M. Grazia Speranza. 2014. « Formulations for an inventory routing problem ». *International Transactions in Operational Research* 21 (3): 353-74.
- Archetti, Claudia, Natashia Boland, et M. Grazia Speranza. 2017. « A Matheuristic for the Multivehicle Inventory Routing Problem ». *INFORMS Journal on Computing* 29 (3): 377-87. <https://doi.org/10.1287/ijoc.2016.0737>.
- Archetti, Claudia, et M. Grazia Speranza. 2016. « The Inventory Routing Problem: The Value of Integration: The Inventory Routing Problem: The Value of Integration ». *International Transactions in Operational Research* 23 (3): 393-407. <https://doi.org/10.1111/itor.12226>.
- Armentano, V. A., A. L. Shiguemoto, et A. Løkketangen. 2011. « Tabu search with path relinking for an integrated production–distribution problem ». *Computers & Operations Research* 38 (8): 1199-1209. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2010.10.026>.

- Arshinder, Arun Kanda, et S.G. Deshmukh. 2008. « Supply Chain Coordination: Perspectives, Empirical Studies and Research Directions ». *International Journal of Production Economics* 115 (2): 316-35. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2008.05.011>.
- Aziz, N. A. B., et N. H. Mom. 2007. « Genetic algorithm based approach for the mufti product multi period inventory routing problem ». In *Industrial Engineering and Engineering Management, 2007 IEEE International Conference on*, 1619-23. IEEE.
- Bard, Jonathan F., et Narameth Nananukul. 2009a. « The Integrated Production–Inventory–Distribution–Routing Problem ». *Journal of Scheduling* 12 (3): 257-80. <https://doi.org/10.1007/s10951-008-0081-9>.
- . 2009b. « Heuristics for a Multiperiod Inventory Routing Problem with Production Decisions ». *Computers & Industrial Engineering* 57 (3): 713-23. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2009.01.020>.
- . 2010. « A Branch-and-Price Algorithm for an Integrated Production and Inventory Routing Problem ». *Computers & Operations Research* 37 (12): 2202-17. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2010.03.010>.
- Barnhart, Cynthia, Ellis L. Johnson, George L. Nemhauser, Martin W. P. Savelsbergh, et Pamela H. Vance. 1998. « Branch-and-Price: Column Generation for Solving Huge Integer Programs ». *Operations Research* 46 (3): 316-29. <https://doi.org/10.1287/opre.46.3.316>.
- Berbeglia, Gerardo, Jean-François Cordeau, Irina Gribkovskaia, et Gilbert Laporte. 2007. « Static pickup and delivery problems: a classification scheme and survey ». *Top* 15 (1): 1-31.
- Bertazzi, Luca, Adamo Bosco, Francesca Guerriero, et Demetrio Lagana. 2013. « A stochastic inventory routing problem with stock-out ». *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 27: 89-107.
- Bertazzi, Luca, Giuseppe Paletta, et M. Grazia Speranza. 2002. « Deterministic order-up-to level policies in an inventory routing problem ». *Transportation Science* 36 (1): 119-32.
- Bertazzi, Luca, et M. Grazia Speranza. 2012. « Inventory Routing Problems: An Introduction ». *EURO Journal on Transportation and Logistics* 1 (4): 307-26. <https://doi.org/10.1007/s13676-012-0016-7>.
- Bhatnagar, Rohit, Pankaj Chandra, et Suresh K. Goyal. 1993. « Models for Multi-Plant Coordination ». *European Journal of Operational Research* 67 (2): 141-60. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(93\)90058-U](https://doi.org/10.1016/0377-2217(93)90058-U).
- Bono, Guillaume, Jilles Steeve Dibangoye, Laëtitia Matignon, Florian Pereyron, et Olivier Simonin. 2017. « Classification des problèmes stochastiques et dynamiques de collectes et de livraisons par des véhicules intelligents ». In *Journées Francophones sur la Planification, la Décision et l'Apprentissage pour la conduite de systèmes (JFPDA 2017)*.
- Boudia, M., M.A.O. Louly, et C. Prins. 2007. « A Reactive GRASP and Path Relinking for a Combined Production–Distribution Problem ». *Computers & Operations Research* 34 (11): 3402-19. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2006.02.005>.
- Boudia, M., et C. Prins. 2009. « A Memetic Algorithm with Dynamic Population Management for an Integrated Production–Distribution Problem ». *European Journal of Operational Research* 195 (3): 703-15. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.07.034>.
- Boudia, Mourad, Mohamed Aly O. Louly, et Christian Prins. 2006. « A MEMETIC ALGORITHM WITH POPULATION MANAGEMENT FOR A PRODUCTION-DISTRIBUTION PROBLEM ». *IFAC Proceedings Volumes* 39 (3): 541-46. <https://doi.org/10.3182/20060517-3-FR-2903.00280>.
- Boudia, Mourad, Mohamed Aly Ould Louly, et Christian Prins. 2008. « Fast Heuristics for a Combined Production Planning and Vehicle Routing Problem ». *Production Planning & Control* 19 (2): 85-96. <https://doi.org/10.1080/09537280801893356>.
- Brahimi, Nadjib, et Tarik Aouam. 2016. « Multi-item production routing problem with backordering: a MILP approach ». *International Journal of Production Research* 54 (4): 1076-93.
- Cabral, Edgar Alberto, Michel Gendreau, Gianpaolo Ghiani, et Gilbert Laporte. 2004. « Solving the Hierarchical Chinese Postman Problem as a Rural Postman Problem ». *European Journal of Operational Research* 155 (1): 44-50. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00813-5](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00813-5).

- Casas-Ramírez, Martha-Selene, José-Fernando Camacho-Vallejo, Rosa G. González-Ramírez, José-Antonio Marmolejo-Saucedo, et José-Manuel Velarde-Cantú. 2018. « Optimizing a Biobjective Production-Distribution Planning Problem Using a GRASP ». Research article. Complexity. 2018. <https://doi.org/10.1155/2018/3418580>.
- Chan, F, S Chung, et S Wadhwa. 2005. « A Hybrid Genetic Algorithm for Production and Distribution ». *Omega* 33 (4): 345-55. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2004.05.004>.
- Chand, Suresh, Vernon Ning Hsu, Suresh Sethi, et Vinayak Deshpande. 2007. « A Dynamic Lot Sizing Problem with Multiple Customers: Customer-Specific Shipping and Backlogging Costs ». *IIE Transactions* 39 (11): 1059-69. <https://doi.org/10.1080/07408170601089497>.
- Chandra, Pankaj. 1993. « A dynamic distribution model with warehouse and customer replenishment requirements ». *Journal of the Operational Research Society* 44 (7): 681-92.
- Chandra, Pankaj, et Marshall L. Fisher. 1994. « Coordination of Production and Distribution Planning ». *European Journal of Operational Research* 72 (3): 503-17. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)90419-7](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)90419-7).
- Chitsaz, Masoud, Jean-François Cordeau, et Raf Jans. 2019. « A Unified Decomposition Matheuristic for Assembly, Production, and Inventory Routing ». *INFORMS Journal on Computing* 31 (1): 134-52. <https://doi.org/10.1287/ijoc.2018.0817>.
- . 2020. « A Branch-and-Cut Algorithm for an Assembly Routing Problem ». *European Journal of Operational Research* 282 (3): 896-910. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.10.007>.
- Choi, Eunjeong, et Dong-Wan Tcha. 2007. « A Column Generation Approach to the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem ». *Computers & Operations Research* 34 (7): 2080-95. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.08.002>.
- Clarke, G., et J. W. Wright. 1964. « Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points ». *Operations Research* 12 (4): 568-81. <https://doi.org/10.1287/opre.12.4.568>.
- Coelho, Leandro C., Jean-François Cordeau, et Gilbert Laporte. 2012a. « Consistency in multi-vehicle inventory-routing ». *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 24: 270-87.
- . 2012b. « The Inventory-Routing Problem with Transshipment ». *Computers & Operations Research* 39 (11): 2537-48. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.12.020>.
- Coelho, Leandro C., et Gilbert Laporte. 2013a. « The Exact Solution of Several Classes of Inventory-Routing Problems ». *Computers & Operations Research* 40 (2): 558-65. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2012.08.012>.
- . 2013b. « A Branch-and-Cut Algorithm for the Multi-Product Multi-Vehicle Inventory-Routing Problem ». *International Journal of Production Research* 51 (23-24): 7156-69. <https://doi.org/10.1080/00207543.2012.757668>.
- Cordeau, Jean-François, et Gilbert Laporte. 2003. « A Tabu Search Heuristic for the Static Multi-Vehicle Dial-a-Ride Problem ». *Transportation Research Part B: Methodological* 37 (6): 579-94. [https://doi.org/10.1016/S0191-2615\(02\)00045-0](https://doi.org/10.1016/S0191-2615(02)00045-0).
- Dantzig, G. B., et J. H. Ramser. 1959. « The Truck Dispatching Problem ». *Management Science* 6 (1): 80-91. <https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80>.
- Dantzig, George B., et Philip Wolfe. 1960. « Decomposition Principle for Linear Programs ». *Operations Research* 8 (1): 101-11. <https://doi.org/10.1287/opre.8.1.101>.
- Dantzig, George, Ray Fulkerson, et Selmer Johnson. 1954. « Solution of a large-scale traveling-salesman problem ». *Journal of the operations research society of America* 2 (4): 393-410.
- Dror, Moshe, et Michael Ball. 1987. « Inventory/Routing: Reduction from an Annual to a Short-Period Problem ». *Naval Research Logistics* 34 (6): 891-905. [https://doi.org/10.1002/1520-6750\(198712\)34:6<891::AID-NAV3220340613>3.0.CO;2-J](https://doi.org/10.1002/1520-6750(198712)34:6<891::AID-NAV3220340613>3.0.CO;2-J).
- Dror, Moshe, et Pierre Trudeau. 1989. « Savings by split delivery routing ». *Transportation Science* 23 (2): 141-45.
- Dulebenets, Maxim A., Masoud Kavvoosi, Olumide Abioye, et Junayed Pasha. 2018. « A Self-Adaptive Evolutionary Algorithm for the Berth Scheduling Problem: Towards Efficient Parameter Control ». *Algorithms* 11 (7): 100. <https://doi.org/10.3390/a11070100>.

- Eiben, A. E., et S. K. Smit. 2011. « Evolutionary Algorithm Parameters and Methods to Tune Them ». In *Autonomous Search*, édité par Youssef Hamadi, Eric Monfroy, et Frédéric Saubion, 15-36. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-21434-9_2.
- Fahimnia, B., R.Z. Farahani, et J. Sarkis. 2013. « Integrated Aggregate Supply Chain Planning Using Memetic Algorithm – A Performance Analysis Case Study ». *International Journal of Production Research* 51 (18): 5354-73. <https://doi.org/10.1080/00207543.2013.774492>.
- Fahimnia, Behnam, Lee Luong, et Romeo Marian. 2012. « Genetic Algorithm Optimisation of an Integrated Aggregate Production–Distribution Plan in Supply Chains ». *International Journal of Production Research* 50 (1): 81-96. <https://doi.org/10.1080/00207543.2011.571447>.
- Felipe, Ángel, M. Teresa Ortuño, Giovanni Righini, et Gregorio Tirado. 2014. « A Heuristic Approach for the Green Vehicle Routing Problem with Multiple Technologies and Partial Recharges ». *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 71 (novembre): 111-28. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2014.09.003>.
- Feo, Thomas A., et Mauricio G. C. Resende. 1995. « Greedy Randomized Adaptive Search Procedures ». *Journal of Global Optimization* 6 (2): 109-33. <https://doi.org/10.1007/BF01096763>.
- Fisher, Marshall L. 1981. « The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems ». *Management Science* 27 (1): 1-18. <https://doi.org/10.1287/mnsc.27.1.1>.
- Fisher, Marshall L., et Ramchandran Jaikumar. 1981. « A Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing ». *Networks* 11 (2): 109-24. <https://doi.org/10.1002/net.3230110205>.
- Fleischmann, Bernhard, Herbert Meyr, et Michael Wagner. 2005. « Advanced planning ». In *Supply chain management and advanced planning*, 81-106. Springer.
- Fu, Liang-Liang, Mohamed Ali Aloulou, et Chefi Triki. 2017. « Integrated Production Scheduling and Vehicle Routing Problem with Job Splitting and Delivery Time Windows ». *International Journal of Production Research* 55 (20): 5942-57. <https://doi.org/10.1080/00207543.2017.1308572>.
- Fumero, F., et C. Vercellis. 1999. « Synchronized Development of Production, Inventory, and Distribution Schedules ». *Transportation Science* 33 (3): 330-40. <https://doi.org/10.1287/trsc.33.3.330>.
- Garey, Michael R., et David S. Johnson. 1990. *Computers and Intractability; A Guide to the Theory of NP-Completeness*. New York, NY, USA: W. H. Freeman & Co.
- Gen, Mitsuo, et Admi Syarif. 2005. « Hybrid Genetic Algorithm for Multi-Time Period Production/Distribution Planning ». *Computers & Industrial Engineering* 48 (4): 799-809. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2004.12.012>.
- Gendreau, Michel, Gilbert Laporte, et Frédéric Semet. 1998. « A Branch-and-Cut Algorithm for the Undirected Selective Traveling Salesman Problem ». *Networks* 32 (4): 263-73. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0037\(199812\)32:4<263::AID-NET3>3.0.CO;2-Q](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0037(199812)32:4<263::AID-NET3>3.0.CO;2-Q).
- Ghaziri, Hassan, et Ibrahim H Osman. 2003. « A Neural Network Algorithm for the Traveling Salesman Problem with Backhauls ». *Computers & Industrial Engineering* 44 (2): 267-81. [https://doi.org/10.1016/S0360-8352\(02\)00179-1](https://doi.org/10.1016/S0360-8352(02)00179-1).
- Ghiani, Gianpaolo, Roberto Musmanno, Giuseppe Paletta, et Chefi Triki. 2005. « A Heuristic for the Periodic Rural Postman Problem ». *Computers & Operations Research* 32 (2): 219-28. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(03\)00213-2](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(03)00213-2).
- Glover, Fred. 1997. « Tabu Search and Adaptive Memory Programming — Advances, Applications and Challenges ». In *Interfaces in Computer Science and Operations Research*, édité par Richard S. Barr, Richard V. Helgason, et Jeffery L. Kennington, 7:1-75. Operations Research/Computer Science Interfaces Series. Boston, MA: Springer US. https://doi.org/10.1007/978-1-4615-4102-8_1.
- Glover, Fred, Gregory Gutin, Anders Yeo, et Alexey Zverovich. 2001. « Construction Heuristics for the Asymmetric TSP ». *European Journal of Operational Research* 129 (3): 555-68. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(99\)00468-3](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00468-3).
- Goetschalckx, Marc, et Charlotte Jacobs-Blecha. 1989. « The Vehicle Routing Problem with Backhauls ». *European Journal of Operational Research* 42 (1): 39-51. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(89\)90057-X](https://doi.org/10.1016/0377-2217(89)90057-X).

- Gouveia, Luis. 1995. « A result on projection for the vehicle routing problem ». *European Journal of Operational Research* 85 (3): 610-24. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)00025-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)00025-8).
- Helsgaun, Keld. 2000. « An Effective Implementation of the Lin–Kernighan Traveling Salesman Heuristic ». *European Journal of Operational Research* 126 (1): 106-30. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(99\)00284-2](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00284-2).
- Irnich, Stefan, Michael Schneider, et Daniele Vigo. 2014. « Chapter 9: Four Variants of the Vehicle Routing Problem ». In *Vehicle Routing*, édité par Paolo Toth et Daniele Vigo, 241-71. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics. <https://doi.org/10.1137/1.9781611973594.ch9>.
- Jamshidi, R., S.M.T. Fatemi Ghomi, et B. Karimi. 2012. « Multi-Objective Green Supply Chain Optimization with a New Hybrid Memetic Algorithm Using the Taguchi Method ». *Scientia Iranica* 19 (6): 1876-86. <https://doi.org/10.1016/j.scient.2012.07.002>.
- Jaruphongsa, Wikrom, Sila Çetinkaya, et Chung-Yee Lee. 2007. « Outbound Shipment Mode Considerations for Integrated Inventory and Delivery Lot-Sizing Decisions ». *Operations Research Letters* 35 (6): 813-22. <https://doi.org/10.1016/j.orl.2007.02.009>.
- Juan, Angel A., Scott E. Grasman, Jose Caceres-Cruz, et Tolga Bektaş. 2014. « A simheuristic algorithm for the single-period stochastic inventory-routing problem with stock-outs ». *Simulation Modelling Practice and Theory* 46: 40-52.
- Koç, Çağrı, Tolga Bektaş, Ola Jabali, et Gilbert Laporte. 2016. « Thirty Years of Heterogeneous Vehicle Routing ». *European Journal of Operational Research* 249 (1): 1-21. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.07.020>.
- Kocaoğlu, Yasemin, Alev Taşkın Gümüş, et Batuhan Kocaoğlu. 2018. « Supply chain optimization studies: A literature review and classification ».
- Kuk, George. 2004. « Effectiveness of vendor-managed inventory in the electronics industry: determinants and outcomes ». *Information & management* 41 (5): 645-54.
- Kulkarni, R.V., et P.R. Bhave. 1985. « Integer Programming Formulations of Vehicle Routing Problems ». *European Journal of Operational Research* 20 (1): 58-67. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(85\)90284-X](https://doi.org/10.1016/0377-2217(85)90284-X).
- Kumar, Ravi Shankar, Karthik Kondapaneni, Vijaya Dixit, A. Goswami, L.S. Thakur, et M.K. Tiwari. 2016. « Multi-Objective Modeling of Production and Pollution Routing Problem with Time Window: A Self-Learning Particle Swarm Optimization Approach ». *Computers & Industrial Engineering* 99 (septembre): 29-40. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.07.003>.
- Labadi, Nacima, Christian Prins, et Mohamed Reghioui. 2008. « A Memetic Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows ». *RAIRO - Operations Research* 42 (3): 415-31. <https://doi.org/10.1051/ro:2008021>.
- Laporte, Gilbert. 1992a. « The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms ». *European journal of operational research* 59 (3): 345-58.
- . 1992b. « The Traveling Salesman Problem: An Overview of Exact and Approximate Algorithms ». *European Journal of Operational Research* 59 (2): 231-47. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(92\)90138-Y](https://doi.org/10.1016/0377-2217(92)90138-Y).
- Lee, Chi-Guhn, Yavuz A. Bozer, et C. C. White III. 2003. « A heuristic approach and properties of optimal solutions to the dynamic inventory routing problem ». *Toronto, Ontario, Canada*.
- Lei, Lei, Shuguang Liu, Andrzej Ruszczyński, et Sunju Park. 2006. « On the integrated production, inventory, and distribution routing problem ». *IIE Transactions* 38 (11): 955-70.
- Lenstra, Jan Karel, et A. H. G. Kan. 1981. « Complexity of vehicle routing and scheduling problems ». *Networks* 11 (2): 221-27.
- Letchford, Adam N., et Juan-José Salazar-González. 2006. « Projection Results for Vehicle Routing ». *Mathematical Programming* 105 (2-3): 251-74. <https://doi.org/10.1007/s10107-005-0652-x>.
- Li, Chung-Lun, Vernon Ning Hsu, et Wen-Qiang Xiao. 2004. « Dynamic Lot Sizing with Batch Ordering and Truckload Discounts ». *Operations Research* 52 (4): 639-54. <https://doi.org/10.1287/opre.1040.0121>.

- Lin, Shen. 1965. « Computer Solutions of the Traveling Salesman Problem ». *Bell System Technical Journal* 44 (10): 2245-69. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1965.tb04146.x>.
- Lysgaard, Jens, Adam N. Letchford, et Richard W. Eglese. 2004. « A new branch-and-cut algorithm for the capacitated vehicle routing problem ». *Mathematical Programming* 100 (2): 423-45.
- Lyu, JrJung, Jyh-Hong Ding, et Ping-Shun Chen. 2010. « Coordinating Replenishment Mechanisms in Supply Chain: From the Collaborative Supplier and Store-Level Retailer Perspective ». *International Journal of Production Economics* 123 (1): 221-34. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2009.07.017>.
- Mak, K.L. 1995. « Design of Integrated Production-Inventory-Distribution Systems Using Genetic Algorithm ». In *1st International Conference on Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications (GALESIA)*, 1995:454-60. Sheffield, UK: IEE. <https://doi.org/10.1049/cp:19951091>.
- Marquès, Guillaume, Caroline Thierry, Jacques Lamothe, et Didier Gourc. 2010. « A review of vendor managed inventory (VMI): from concept to processes ». *Production Planning & Control* 21 (6): 547-61.
- Melo, Rafael A., et Laurence A. Wolsey. 2012. « MIP Formulations and Heuristics for Two-Level Production-Transportation Problems ». *Computers & Operations Research* 39 (11): 2776-86. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2012.02.011>.
- Miller, Clair E., Albert W. Tucker, et Richard A. Zemlin. 1960. « Integer programming formulation of traveling salesman problems ». *Journal of the ACM (JACM)* 7 (4): 326-29.
- Mirzapour Al-e-hashem, S. M. J., et Yacine Rekik. 2014. « Multi-product multi-period Inventory Routing Problem with a transshipment option: A green approach ». *International Journal of Production Economics* 157: 80-88.
- Mirzapour Al-e-hashem, Seyed M.J., Yacine Rekik, et Ebrahim Mohammadi Hoseinhajlou. 2017. « A Hybrid L-Shaped Method to Solve a Bi-Objective Stochastic Transshipment-Enabled Inventory Routing Problem ». *International Journal of Production Economics*, juin. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2017.06.020>.
- Mladenović, N., et P. Hansen. 1997. « Variable Neighborhood Search ». *Computers & Operations Research* 24 (11): 1097-1100. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(97\)00031-2](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(97)00031-2).
- Moin, N.H., S. Salhi, et N.A.B. Aziz. 2011. « An Efficient Hybrid Genetic Algorithm for the Multi-Product Multi-Period Inventory Routing Problem ». *International Journal of Production Economics* 133 (1): 334-43. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2010.06.012>.
- Moin, Noor Hasnah, et Huda Zuhrah Ab Halim. 2012. « ENHANCED NEIGHBORHOOD STRUCTURE FOR MULTI PERIODS INVENTORY ROUTING PROBLEM MODEL WITH TIME VARYING DEMAND ». *South Africa*, 10.
- Montoya-Torres, Jairo R., Julián López Franco, Santiago Nieto Isaza, Heriberto Felizzola Jiménez, et Nilson Herazo-Padilla. 2015. « A Literature Review on the Vehicle Routing Problem with Multiple Depots ». *Computers & Industrial Engineering* 79 (janvier): 115-29. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2014.10.029>.
- Moscato, Pablo, et Carlos Cotta. 2003. « A gentle introduction to memetic algorithms ». In *Handbook of metaheuristics*, 105-44. Springer.
- Mues, C., et S. Pickl. 2005. « Transshipment and Time Windows in Vehicle Routing ». In *8th International Symposium on Parallel Architectures, Algorithms and Networks (ISPAN'05)*, 113-19. Las Vegas, NV, USA: IEEE. <https://doi.org/10.1109/ISPAN.2005.88>.
- Norden, Linda van, et Steef van de Velde. 2005. « Multi-product lot-sizing with a transportation capacity reservation contract ». *European Journal of Operational Research* 165 (1): 127-38.
- Osman, H, et Said Salhi. s. d. « Local Search Strategies for the Vehicle Fleet Mix Problem », 23.
- Padberg, Manfred, et Giovanni Rinaldi. 1991. « A Branch-and-Cut Algorithm for the Resolution of Large-Scale Symmetric Traveling Salesman Problems ». *SIAM Review* 33 (1): 60-100. <https://doi.org/10.1137/1033004>.
- Parragh, Sophie N., Karl F. Doerner, et Richard F. Hartl. 2008a. « A survey on pickup and delivery problems ». *Journal für Betriebswirtschaft* 58 (2): 81-117.

- . 2008b. « A Survey on Pickup and Delivery Problems: Part II: Transportation between Pickup and Delivery Locations ». *Journal Für Betriebswirtschaft* 58 (2): 81-117. <https://doi.org/10.1007/s11301-008-0036-4>.
- Pochet, Yves, et Laurence A. Wolsey. 2006. *Production Planning by Mixed Integer Programming*. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. New York ; Berlin: Springer.
- Puchinger, Jakob, et Günther R. Raidl. 2005. « Combining Metaheuristics and Exact Algorithms in Combinatorial Optimization: A Survey and Classification ». In *Artificial Intelligence and Knowledge Engineering Applications: A Bioinspired Approach*, édité par José Mira et José R. Álvarez, 3562:41-53. Lecture Notes in Computer Science. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/11499305_5.
- Qiu, Yuzhuo, Ming Ni, Liang Wang, Qinqin Li, Xuanjing Fang, et Panos M. Pardalos. 2018a. « Production Routing Problems with Reverse Logistics and Remanufacturing ». *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 111 (mars): 87-100. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2018.01.009>.
- . 2018b. « Production Routing Problems with Reverse Logistics and Remanufacturing ». *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 111 (mars): 87-100. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2018.01.009>.
- Qiu, Yuzhuo, Jun Qiao, et Panos M. Pardalos. 2017. « A Branch-and-Price Algorithm for Production Routing Problems with Carbon Cap-and-Trade ». *Omega* 68 (avril): 49-61. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2016.06.001>.
- . 2018. « Optimal Production, Replenishment, Delivery, Routing and Inventory Management Policies for Products with Perishable Inventory ». *Omega*, janvier. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2018.01.006>.
- Qiu, Yuzhuo, Liang Wang, Xiaoling Xu, Xuanjing Fang, et Panos M. Pardalos. 2018a. « A Variable Neighborhood Search Heuristic Algorithm for Production Routing Problems ». *Applied Soft Computing* 66 (mai): 311-18. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.02.032>.
- . 2018b. « Formulations and Branch-and-Cut Algorithms for Multi-Product Multi-Vehide Production Routing Problems with Startup Cost ». *Expert Systems with Applications* 98 (mai): 1-10. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2018.01.006>.
- Rego, César, et Catherine Roucairol. 1994. « Le problème de tournées de véhicules: Étude et résolution approchée ». PhD Thesis, INRIA.
- Renaud, Jacques, Fayez F. Boctor, et Jamal Ouenniche. 2000. « A Heuristic for the Pickup and Delivery Traveling Salesman Problem ». *Computers & Operations Research* 27 (9): 905-16. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(99\)00066-0](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(99)00066-0).
- Ribeiro, R., et H. R. Lourenço. 2005. « A new model and heuristic for a multi-period inventory-routing problem ». In *Proceeding of the Decision Sciences Institute International Conference.] Barcelona: IESE*, 403-14.
- Ribeiro, Rita, et Helena Ramalhinho-Lourenço. 2003. « Inventory-routing model, for a multi-period problem with stochastic and deterministic demand ».
- Ritzinger, Ulrike, Jakob Puchinger, et Richard F. Hartl. 2016. « A Survey on Dynamic and Stochastic Vehicle Routing Problems ». *International Journal of Production Research* 54 (1): 215-31. <https://doi.org/10.1080/00207543.2015.1043403>.
- Rizk, Nafee, Alain Martel, et Amar Ramudhin. 2006. « A Lagrangean Relaxation Algorithm for Multi-Item Lot-Sizing Problems with Joint Piecewise Linear Resource Costs ». *International Journal of Production Economics* 102 (2): 344-57. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2005.02.015>.
- Ropke, Stefan, et David Pisinger. 2006. « An Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows ». *Transportation Science* 40 (4): 455-72. <https://doi.org/10.1287/trsc.1050.0135>.
- Ruokokoski, Mirko, OGUZ Solyali, Jean-François Cordeau, Raf Jans, et Haldun Süral. 2010. « Efficient formulations and a branch-and-cut algorithm for a production-routing problem ». *GERAD Technical Report G-2010-66*.

- Sari, Kazim. 2008. « On the benefits of CPFR and VMI: A comparative simulation study ». *International journal of production economics* 113 (2): 575-86.
- Savelsbergh, M. W. P., et M. Sol. 1995. « The General Pickup and Delivery Problem ». *Transportation Science* 29 (1): 17-29. <https://doi.org/10.1287/trsc.29.1.17>.
- Seifbarghy, Mehdi, et Zahra Samadi. 2014. « A tabu search-based heuristic for a new capacitated cyclic inventory routing problem ». *International Journal of Mathematics in Operational Research* 6 (4): 491-504.
- Shapiro, Jeremy F. 1971. « Generalized Lagrange Multipliers in Integer Programming ». *Operations Research* 19 (1): 68-76. <https://doi.org/10.1287/opre.19.1.68>.
- . 1979. « A Survey of Lagrangean Techniques for Discrete Optimization ». In *Annals of Discrete Mathematics*, 5:113-38. Elsevier. [https://doi.org/10.1016/S0167-5060\(08\)70346-7](https://doi.org/10.1016/S0167-5060(08)70346-7).
- Shaw, Paul. 1997. « A New Local Search Algorithm Providing High Quality Solutions to Vehicle Routing Problems ». *APES Group, Dept of Computer Science, University of Strathclyde, Glasgow, Scotland, UK*, 12.
- Shukla, Nagesh, M. K. Tiwari, et Darek Ceglarek. 2013. « Genetic-algorithms-based algorithm portfolio for inventory routing problem with stochastic demand ». *International Journal of Production Research* 51 (1): 118-37.
- Shutler, P M E. 2001. « An Improved Branching Rule for the Symmetric Travelling Salesman Problem ». *Journal of the Operational Research Society* 52 (2): 169-75. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601053>.
- Solyalı, Oğuz, et Haldun Süral. 2011. « A branch-and-cut algorithm using a strong formulation and an a priori tour-based heuristic for an inventory-routing problem ». *Transportation Science* 45 (3): 335-45.
- Taillard, E. D. 1999. « A Heuristic Column Generation Method for the Heterogeneous Fleet VRP ». *RAIRO - Operations Research* 33 (1): 1-14. <https://doi.org/10.1051/ro:1999101>.
- Toth, Paolo, et Daniele Vigo, éd. 2002. *The Vehicle Routing Problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics. <https://doi.org/10.1137/1.9780898718515>.
- Trigeiro, William W., L. Joseph Thomas, et John O. McClain. 1989. « Capacitated Lot Sizing with Setup Times ». *Management Science* 35 (3): 353-66. <https://doi.org/10.1287/mnsc.35.3.353>.
- Tyan, Jonah, et Hui-Ming Wee. 2003. « Vendor managed inventory: a survey of the Taiwanese grocery industry ». *Journal of Purchasing and Supply Management* 9 (1): 11-18.
- Vahdani, Behnam, S.T.A. Niaki, et S. Aslanzade. 2017. « Production-Inventory-Routing Coordination with Capacity and Time Window Constraints for Perishable Products: Heuristic and Meta-Heuristic Algorithms ». *Journal of Cleaner Production* 161 (septembre): 598-618. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2017.05.113>.
- Vanderbeck, François. 2000. « On Dantzig-Wolfe Decomposition in Integer Programming and Ways to Perform Branching in a Branch-and-Price Algorithm ». *Operations Research* 48 (1): 111-28. <https://doi.org/10.1287/opre.48.1.111.12453>.
- Vanderbeck, François, et Laurence A. Wolsey. 1996. « An Exact Algorithm for IP Column Generation ». *Operations Research Letters* 19 (4): 151-59. [https://doi.org/10.1016/0167-6377\(96\)00033-8](https://doi.org/10.1016/0167-6377(96)00033-8).
- Varthanan, P. Ashoka, N. Murugan, et G. Mohan Kumar. 2010. « An Integrated Multi-Plant Aggregate Production-Distribution Plan Generated Using Memetic Algorithm ». *International Journal of Value Chain Management* 4 (3): 213. <https://doi.org/10.1504/IJVCM.2010.033613>.
- Wade, A.C., et S. Salhi. 2002. « An Investigation into a New Class of Vehicle Routing Problem with Backhauls ». *Omega* 30 (6): 479-87. [https://doi.org/10.1016/S0305-0483\(02\)00056-7](https://doi.org/10.1016/S0305-0483(02)00056-7).
- Wadhwa, Subhash, Madhawanand Mishra, Felix T.S. Chan, et Y. Ducq. 2010. « Effects of Information Transparency and Cooperation on Supply Chain Performance: A Simulation Study ». *International Journal of Production Research* 48 (1): 145-66. <https://doi.org/10.1080/00207540802251617>.
- Wagner, Harvey M., et Thomson M. Whitin. 1958. « Dynamic Version of the Economic Lot Size Model ». *Management Science* 5 (1): 89-96. <https://doi.org/10.1287/mnsc.5.1.89>.

- Yang, Feng-mei, et Hui-jun Xiao. 2007. « Models and Algorithms for Vehicle Routing Problem with Transshipment Centers ». *Systems Engineering - Theory & Practice* 27 (3): 28-35. [https://doi.org/10.1016/S1874-8651\(08\)60022-8](https://doi.org/10.1016/S1874-8651(08)60022-8).
- Yu, Yugang, Haoxun Chen, et Feng Chu. 2008. « A New Model and Hybrid Approach for Large Scale Inventory Routing Problems ». *European Journal of Operational Research* 189 (3): 1022-40. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.02.061>.
- Yu, Zhenxin, Hong Yan, et T. C. Edwin Cheng. 2001. « Benefits of information sharing with supply chain partnerships ». *Industrial management & Data systems* 101 (3): 114-21.
- Zhang, Qi, Arul Sundaramoorthy, Ignacio E. Grossmann, et Jose M. Pinto. 2017. « Multiscale Production Routing in Multicommodity Supply Chains with Complex Production Facilities ». *Computers & Operations Research* 79 (mars): 207-22. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.11.001>.